

分类号 \_\_\_\_\_

密级 \_\_\_\_\_

UDC \_\_\_\_\_

编号 \_\_\_\_\_

# 中国科学院研究生院 博士学位论文

具有T-宇称的Littlest Higgs模型中味改变中性流的研究

韩小芳

指导教师 \_\_\_\_\_ 杨金民 研究员

中国科学院理论物理研究所

申请学位级别 \_\_\_\_\_ 博士 \_\_\_\_\_ 学科专业名称 \_\_\_\_\_ 理论物理

论文提交日期 \_\_\_\_\_ 2010年5月 \_\_\_\_\_ 论文答辩日期 \_\_\_\_\_ 2010年5月

培养单位 \_\_\_\_\_ 中国科学院理论物理研究所

学位授予单位 \_\_\_\_\_ 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 戴元本 研究员

Typeset by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> at June 1, 2010

With package C<sub>A</sub>St<sub>H</sub>esis v0.1g of C<sub>T</sub>E<sub>X</sub>.ORG

# Flavor-Changing Neutral Currents in Littlest Higgs Model with T-Parity

**Xiao-Fang Han**

Supervisor:

Prof. Jin Min Yang

Institute of Theoretical Physics  
Chinese Academy of Sciences

June, 2010

*Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D.  
in Theoretical Physics*



## 摘 要

描述自然界强相互作用和电弱相互作用的粒子物理标准模型在过去的几十年中得到了充分检验。然而，标准模型存在的一些问题表明它只是一种低能有效理论，在TeV能标处应该有新物理出现。Little Higgs理论是近年来比较流行的新物理候选者之一，它应用协同对称破缺机制将Higgs粒子构造成赝Goldstone粒子，成功地解决了标准模型中的不自然性问题。在众多Little Higgs模型中，Littlest Higgs模型最经济地实现了Little Higgs理论的思想，它建立在 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型基础之上，规范了 $SU(5)$ 的子群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 。

当前研究最广泛的是具有T-宇称的Littlest Higgs模型。它在Littlest Higgs模型的基础上成功引进了分立对称性T-宇称，这不仅极大缓解了精确电弱测量数据的限制，还提供了一个暗物质的候选者。此外，该模型预言了重的T-odd标量粒子、重的T-odd规范玻色子以及重的T-even夸克 $T$ 分别抵消标准模型中Higgs粒子本身、规范玻色子以及top夸克对Higgs质量的单圈二次发散贡献。另外，包括镜像夸克和镜像轻子在内的一些新的T-odd费米子也被引进来。通过传递T-odd规范玻色子，镜像费米子和标准模型费米子之间可以存在较大的味改变相互作用，它们能够对标准模型中的味改变中性流过程给出新的贡献。

本文在具有T-宇称的Littlest Higgs模型框架内，讨论了top夸克的味改变中性流以及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流问题，研究内容包括：

- (1) top夸克味改变中性流过程：top夸克的味改变中性流过程因对新物理效应敏感而被广泛研究。我们在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，系统研究了top夸克味改变中性流过程，其中包括衰变过程 $t \rightarrow c\gamma$ 、 $t \rightarrow cZ$ 、 $t \rightarrow cg$ 、 $t \rightarrow cgg$ 和在LHC上的产生过程 $cg \rightarrow t\gamma$ 、 $cg \rightarrow tZ$ 、 $cg \rightarrow tg$ 、 $cg \rightarrow t$ 、 $gg \rightarrow t\bar{c}$ 。研究表明，在允许的参数空间内，这四个过程的衰变分支比分别可以达到 $\mathcal{O}(10^{-10})$ 、 $\mathcal{O}(10^{-7})$ 、 $\mathcal{O}(10^{-10})$ 和 $\mathcal{O}(10^{-9})$ ；五个产生过程的散射截面分别可以达到 $\mathcal{O}(10^{-4})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-1})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ 和 $\mathcal{O}(1)fb$ 。这些过程的分支比或截面远远大于标准模型的预言值，但小于MSSM、TC2和2HDM等新物理模型的预言。通过测量这些过程，可以帮助区分不同的

新物理模型。

- (2)  $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流过程： $B$ 介子衰变过程 $B \rightarrow X_s \gamma$ 、 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 、 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 以及 $Z$ 玻色子衰变过程 $Z \rightarrow b \bar{s}$ 都涉及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流。前三个 $B$ 介子衰变过程对限制各种新物理模型的参数空间起到了非常重要的作用。 $Z \rightarrow b \bar{s}$ 衰变过程用来探测新物理效应，在许多新物理模型中都被讨论过。因为这四个衰变过程都涉及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流，它们之间存在较强的关联。我们在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，对这四个过程进行了统一研究。研究表明，该模型比较容易满足 $B \rightarrow X_s \gamma$ 、 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 和 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 实验值的限制。在这三个 $B$ 介子衰变实验值的限制下， $Z \rightarrow b \bar{s}$ 过程的衰变分支比可达到 $1 \times 10^{-7}$ ，与标准模型相比有了显著提高。在LHC以及筹划的ILC上，通过 $Z$ 玻色子的稀有衰变过程 $Z \rightarrow b \bar{s}$ ，能够对具有T-宇称的Littlest Higgs模型进行检验。

**关键词：** Littlest Higgs模型，T-宇称，味改变中性流，大型强子对撞机

## Abstract

During the past few decades, the Standard Model (SM) has been tested to be successful in describing the strong and electroweak interactions between the fundamental particles. However, there are still some problems which imply that the SM is only an effective theory at low energy scale and there should be new physics at TeV scale. The little Higgs theory is a popular candidate for new physics beyond the SM. In this theory, Higgs is a pseudo-Goldstone boson and the unnaturalness in the SM is solved by the mechanism of collective symmetry breaking. The fancy idea of little Higgs theory is realized economically by the littlest Higgs model, which is based on an  $SU(5)/SO(5)$  non-linear  $\sigma$  model, with the subgroup  $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$  being gauged.

Currently, the littlest Higgs model with T-parity (LHT) has been studied widely. In this model, a discrete symmetry called T-parity is introduced, which can relax the constraints of electroweak precision tests, and provide a candidate for dark matter. Under T-parity, the SM particles are T-even. The model predicts heavy scalars (T-odd), gauge bosons (T-odd) and  $T$  quark (T-even) which cancel the one-loop quadratic divergences in Higgs mass induced by the SM Higgs boson, gauge bosons and top quark, respectively. Besides, some extra T-odd fermions are introduced, including the mirror quarks and mirror leptons. There are new flavor-changing interactions between mirror fermions and the SM fermions mediated by the T-odd gauge bosons, which can contribute to the SM flavor-changing neutral-current (FCNC) processes.

In this thesis, we study the top quark FCNC processes and  $b \rightarrow s$  transition FCNC processes in the littlest Higgs model with T-parity.

- top quark FCNC processes: top quark FCNC processes can serve as a good probe for new physics, and has been extensively studied in various new physics models beyond the SM. In the LHT model, we study some typical top quark FCNC processes, including four decay processes  $t \rightarrow$

$c\gamma$ ,  $t \rightarrow cZ$ ,  $t \rightarrow cg$ ,  $t \rightarrow cgg$ , and five production processes  $cg \rightarrow t\gamma$ ,  $cg \rightarrow tZ$ ,  $cg \rightarrow tg$ ,  $cg \rightarrow t$ ,  $gg \rightarrow t\bar{c}$ . We find that, in the allowed parameter space, the branching ratios of four decay processes can reach  $\mathcal{O}(10^{-10})$ ,  $\mathcal{O}(10^{-7})$ ,  $\mathcal{O}(10^{-10})$ ,  $\mathcal{O}(10^{-9})$ , respectively; The cross sections of five production processes can reach  $\mathcal{O}(10^{-4})fb$ ,  $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ ,  $\mathcal{O}(10^{-1})fb$ ,  $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ ,  $\mathcal{O}(1)fb$ , respectively. Compared with the SM predictions, their branching ratios or cross sections can be enhanced sizably, but they are still much smaller than those of MSSM, TC2, and 2HDM. Therefore, it is possible to distinguish the LHT model from other new physics models via top quark FCNC processes at the LHC.

- $b \rightarrow s$  transition FCNC processes:  $B$ -meson radiative decay  $B \rightarrow X_s\gamma$ , leptonic decay  $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ , semi-leptonic decay  $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ , and  $Z$  boson decay  $Z \rightarrow b\bar{s}$  are FCNC processes relative to  $b \rightarrow s$  transition. The first three  $B$  decays play a very important role in constraining parameter space of various new physics models. The rare decay  $Z \rightarrow b\bar{s}$ , as a probe for new physics effects, has been discussed in many models. Because all of these processes are involved with  $b \rightarrow s$  transition, they have strong correlations. In the LHT model, we study these four processes globally. We find that the LHT model can easily satisfy the experimental constraints from three  $B$ -meson decays  $B \rightarrow X_s\gamma$ ,  $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ , and  $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ . Under the constraints, the branching ratio of  $Z \rightarrow b\bar{s}$  can be enhanced up to  $1 \times 10^{-7}$ , which deviates from the SM prediction significantly. We expect that the LHT model can be examined through the rare  $Z$  decay  $Z \rightarrow b\bar{s}$  at the LHC or the ILC in preparation.

**Keywords:** Littlest Higgs model, T-parity, flavor-changing neutral current, Large Hadron Collider

# 目 录

摘要	5
Abstract	7
目录	9
第一章 标准模型回顾	1
1.1 Higgs机制	1
1.2 费米子质量的获得: Yukawa耦合	4
1.3 费米子与规范场的相互作用	5
1.4 味物理问题: CKM矩阵	6
1.5 不自然性问题	7
第二章 Little Higgs模型简介	9
2.1 Little Higgs模型的思想及分类	9
2.2 Littlest Higgs模型	11
2.2.1 标量场和规范玻色子部分	12
2.2.2 Yukawa相互作用	17
2.2.3 费米子规范相互作用	20
2.2.4 标量势能及电弱对称破缺	22
2.3 具有T-宇称的Littlest Higgs模型	23
2.3.1 规范玻色子和标量场部分	24
2.3.2 T-odd费米子作用项	26
2.3.3 Yukawa相互作用	28
2.3.4 费米子规范相互作用	32
2.3.5 镜像费米子部分的弱混合	34

<b>第三章</b>	<b>top夸克的味改变中性流过程</b>	<b>37</b>
3.1	top夸克味改变中性流衰变过程 . . . . .	39
3.1.1	$t \rightarrow cV(V = \gamma, Z, g)$ 和 $t \rightarrow cgg$ . . . . .	39
3.1.2	结果和讨论 . . . . .	43
3.2	top夸克味改变中性流产生过程 . . . . .	46
3.2.1	$gg \rightarrow t\bar{c}$ , $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV(V = \gamma, Z, g)$ . . . . .	46
3.2.2	结果与讨论 . . . . .	49
<b>第四章</b>	<b><math>b \rightarrow s</math>转换的味改变中性流过程</b>	<b>53</b>
4.1	$B$ 介子衰变中的味改变中性流过程 . . . . .	54
4.1.1	$X, Y, Z$ 函数 . . . . .	54
4.1.2	LHT中的 $B \rightarrow X_s \gamma$ . . . . .	56
4.1.3	LHT中的 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ . . . . .	57
4.1.4	LHT中的 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ . . . . .	58
4.2	$Z$ 玻色子的味改变中性流衰变道 $Z \rightarrow b\bar{s}$ . . . . .	60
4.3	结果和讨论 . . . . .	63
<b>第五章</b>	<b>总结</b>	<b>69</b>
<b>附录 A</b>	<b>相关的费曼规则</b>	<b>71</b>
	<b>参考文献</b>	<b>77</b>
	<b>发表文章目录</b>	<b>85</b>
	<b>致谢</b>	<b>87</b>

## 第一章 标准模型回顾

标准模型 (SM) 是一个基于规范对称性  $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  的量子场论。该规范群包括强相互作用对称群  $SU(3)_C$  和电弱相互作用对称群  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ，后者将电磁作用和弱作用统一起来进行描述，称为电弱统一理论[1]。在这个模型中，粒子质量项的存在破坏规范对称性，因此在初始的拉氏量中不含质量项，即所有粒子都是无质量的。而现实中除了光子之外，其它粒子都有质量。因此人们引入Higgs机制[2]来实现电弱对称自发破缺

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}, \quad (1.1)$$

使规范玻色子和费米子成功获得了质量。该理论同时预言了一个有质量的中性标量粒子，即Higgs玻色子。不过到目前为止，实验上还没有发现这个粒子。这一章我们将简要介绍标准模型中的一些基本问题，包括Higgs机制如何实现电弱对称自发破缺使规范玻色子和费米子获得质量以及它所带来的不自然性问题。另外，我们对味物理问题也做了一些介绍。

### 1.1 Higgs机制

一般地，如果理论的拉氏量具有群  $G$  对称性，而场的真空具有群  $H$  ( $H \subset G$ ) 对称性，就会实现  $G \rightarrow H$  的对称自发破缺。为了实现电弱对称自发破缺，我们引入一个  $SU(2)_L$  的二重态标量场

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

其中  $\phi^+$  和  $\phi^0$  是复场。超荷

$$Y = 2(Q - I_3) = 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = 1. \quad (1.3)$$

标量场的拉氏量[3]

$$\mathcal{L}_{hg} = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \Phi - V(\Phi). \quad (1.4)$$

为保持 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 定域规范不变, 令

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig\tau^a A_\mu^a - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu, \quad (1.5)$$

其中 $\tau^a$ 和 $\hat{Y}$ 分别为规范群 $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 的生成元,  $g$ 和 $g'$ 分别为其对应的耦合常数,  $A_\mu^a$ 和 $B_\mu$ 为相应的规范场。(1.4)式中的势能

$$V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2, \quad (1.6)$$

这里 $\lambda$ 、 $\mu$ 都是大于零的实参数, 以保证真空的稳定以及势能项最小值不发生在场强为零处。根据(1.6)式,  $V(\Phi)$ 的最小值发生在

$$\Phi^\dagger\Phi|_{min} = \frac{\mu^2}{2\lambda}. \quad (1.7)$$

因此, 我们可以选取标量场的真空态

$$\Phi|_{min} = \langle 0|\hat{\Phi}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v \equiv \sqrt{\mu^2/\lambda}. \quad (1.8)$$

上式的结果相当于只让 $\phi^0$ 有非零的真空期望值。这是因为 $\phi^0$ 的电荷为零, 这样的选取能保证真空对称性破缺后电磁 $U(1)$ 对称性仍能保持。重新定义

$$\Phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ (v+h+i\pi)/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi^+ \\ (h+i\pi)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

其中 $h$ 和 $\pi$ 是实标量场。将真空对称自发破缺后的 $\Phi$ 代入(1.4)和(1.6)式, 可得到纯标量场的项

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_h = & \partial_\mu\phi^-\partial^\mu\phi^+ + \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h + \frac{1}{2}\partial_\mu\pi\partial^\mu\pi - \mu^2 h^2 \\ & - 2\lambda v(\phi^+\phi^- + \frac{1}{2}h^2 + \frac{1}{2}\pi^2)h - \lambda(\phi^+\phi^- + \frac{1}{2}h^2 + \frac{1}{2}\pi^2)^2, \end{aligned} \quad (1.10)$$

上式说明标量场 $h$ 获得了质量 $\sqrt{2}\mu$ , 而 $\phi^\pm$ 和 $\pi$ 为零质量的Goldstone粒子。可以证明 $\phi^\pm$ 和 $\pi$ 只是规范自由度, 不代表物理粒子。在么正规范下,

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

重新代入(1.4)和(1.6)式可得到

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{hg} &= \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h - \mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4}h^4 \\ &\quad + \frac{g^2}{8}(v+h)^2(A_\mu^1 - iA_\mu^2)(A^{1\mu} + iA^{2\mu}) \\ &\quad + \frac{1}{8}(v+h)^2(g'B_\mu - gA_\mu^3)^2.\end{aligned}\quad (1.12)$$

重新定义规范场

$$\begin{aligned}W_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2), & W_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ Z_\mu &= A_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W, & A_\mu &= A_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W.\end{aligned}\quad (1.13)$$

这里 $\theta_W$ 为Weinberg角,

$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.\quad (1.14)$$

由(1.13)式反解出

$$A_\mu^3 = \sin\theta_W A_\mu + \cos\theta_W Z_\mu, \quad B_\mu = \cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu.\quad (1.15)$$

代入(1.12)式, 可得到Higgs粒子和规范玻色子的质量项以及它们之间的相互作用项

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{hg} &= \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h - \mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4}h^4 \\ &\quad + \frac{g^2}{4}(v+h)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 + g'^2}{8}(v+h)^2 Z_\mu Z^\mu.\end{aligned}\quad (1.16)$$

由上式可以得到Higgs粒子、 $W^\pm$ 和 $Z$ 玻色子的质量

$$m_h = \sqrt{2}\mu, \quad m_W = \frac{1}{2}gv, \quad m_Z = \frac{gv}{2\cos\theta_W},\quad (1.17)$$

而 $A_\mu$ 对应的光子 $\gamma$ 依然没有质量, 最后两项中包含 $hW^+W^-$ ,  $hhW^+W^-$ ,  $hZZ$ 以及 $hhZZ$ 的耦合。实际上, 电弱对称自发破缺 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ 共产生了三个无质量的Goldstone粒子, 它们分别成为了规范玻色子 $W^\pm$ 和 $Z$ 的纵向分量, 或者说 $W^\pm$ 和 $Z$ “吃掉”了三个Goldstone粒子而成功地获得了质量。

## 1.2 费米子质量的获得：Yukawa耦合

在保持定域规范对称性的情况下，费米子可以与标量场二重态 $\Phi$ 发生相互作用。标准模型中的费米子包括三代夸克和三代轻子，它们是

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}.$$

弱相互作用下费米子左手场和右手场的行为是不相同的[4]，V-A的弱流中实际参与作用的只有左手场[5]。因此，为了区别夸克和轻子的左手场和右手场，将左手场构成二重态，右手场构成单态。此外，费米子的相互作用要具有 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 的定域规范不变性，要求其左手场和右手场具有不同的 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 量子数，因此夸克场和轻子场写作

$$\begin{aligned} q_L^i &= \begin{pmatrix} u_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s'_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b'_L \end{pmatrix}, \quad (2, 1/3); \\ u_{iR} &= u_R, c_R, t_R, \quad (1, 4/3); \\ d'_{iR} &= d'_R, s'_R, b'_R, \quad (1, -2/3); \end{aligned} \quad (1.18)$$

$$\begin{aligned} l_L^i &= \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad (2, -1); \\ l_{iR} &= e_R, \mu_R, \tau_R, \quad (1, -2). \end{aligned} \quad (1.19)$$

右端小括号里面的数字分别表示 $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 的量子数。 $d'_i$ 代表下型夸克的弱作用本征态，它与质量本征态 $d_i$ 的关系通过CKM矩阵[6]联系起来

$$d'_i = \sum (V_{ij})_{CKM} d_j, \quad V^\dagger V = 1. \quad (1.20)$$

其它场全部是质量本征态，这相当于只考虑了下型夸克的混合。然而更一般的情况是上夸克、下夸克以及轻子都有混合。实际上这是没有必要的。对于夸克来讲，无论上夸克还是下夸克的混合，只需要考虑一种就足够了。可以证明，它们在物理效果上是相同的。对于轻子部分，在中微子没有质量的前提下，不存在这种混合。

我们可以构造出满足 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 定域规范不变的费米场和标量场的Yukawa耦合项[3]

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -g_i^l \bar{l}_{iR} \Phi^\dagger l_L^i - g_{ij}^d \bar{d}'_{iR} \Phi^\dagger q_L^j - g_i^u \bar{u}_{iR} \tilde{\Phi}^\dagger q_L^i + h.c., \quad (1.21)$$

其中 $g_i^l$ 、 $g_{ij}^d$ 和 $g_i^u$ 分别是轻子、下型夸克和上型夸克的Yukawa耦合常数， $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$ 。采取么正规化后，由真空自发破缺可得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} = & -\left[ \frac{m_{li}}{v} \bar{l}_i l_i + \frac{m_{di}}{v} \bar{d}_i d_i + \frac{m_{ui}}{v} \bar{u}_i u_i \right] h \\ & - m_{li} \bar{l}_i l_i - m_{di} \bar{d}_i d_i - m_{ui} \bar{u}_i u_i. \end{aligned} \quad (1.22)$$

上式中前三项给出费米子与Higgs粒子的耦合，后三项表明在Higgs场获得真空期望值的同时费米子也获得了质量：

$$m_{li} = \frac{g_i^l}{\sqrt{2}} v, \quad m_{di} = \frac{g_i^d}{\sqrt{2}} v, \quad m_{ui} = \frac{g_i^u}{\sqrt{2}} v. \quad (1.23)$$

这里的 $g_i^d$ 是 $g_{ij}^d$ 对角化后的对角元。

### 1.3 费米子与规范场的相互作用

根据Yang-Mills理论[7]，费米场一定存在与相应的 $SU(2)$ 和 $U(1)$ 规范场的相互作用。保持 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 定域规范不变性的费米场和规范场相互作用的拉氏量为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FG} = & \bar{l}_L^i i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig\tau^a A_\mu^a - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu) l_L^i \\ & + \bar{q}_L^i i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig\tau^a A_\mu^a - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu) q_L^i \\ & + \bar{l}_{iR} i\gamma^\mu (\partial_\mu - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu) l_{iR} \\ & + \bar{u}_{iR} i\gamma^\mu (\partial_\mu - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu) u_{iR} + \bar{d}'_{iR} i\gamma^\mu (\partial_\mu - i\frac{g'}{2}\hat{Y}B_\mu) d'_{iR} \end{aligned} \quad (1.24)$$

将(1.15)式和(1.18-1.20)式代入上式，得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{FG} = & \bar{\nu}_{iL} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_{iL} + \bar{l}_i i\gamma^\mu \partial_\mu l_i + \bar{u}_i i\gamma^\mu \partial_\mu u_i + \bar{d}_i i\gamma^\mu \partial_\mu d_i \\ & + \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{l}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_i + V_{ji}^\dagger \bar{d}_j \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u_i] W_\mu^- \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{g}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) l_i + V_{ij} \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d_j] W_\mu^+ \\
& + \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left[ \bar{\nu}_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_i + \bar{l}_i \gamma^\mu (-1 + 4 \sin^2 \theta_W + \gamma_5) l_i \right. \\
& \left. + \bar{u}_i \gamma^\mu (1 - \frac{8}{3} \sin^2 \theta_W - \gamma_5) u_i + \bar{d}_i \gamma^\mu (-1 + \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W + \gamma_5) d_i \right] Z_\mu \\
& + e [-\bar{l}_i \gamma^\mu l_i + \frac{2}{3} \bar{u}_i \gamma^\mu u_i - \frac{1}{3} \bar{d}_i \gamma^\mu d_i] A_\mu, \tag{1.25}
\end{aligned}$$

其中  $e = g \sin \theta_W$  是电磁耦合常数。从上式可以看出，标准模型中不存在味道改变中性流。

#### 1.4 味物理问题：CKM矩阵

目前的实验表明自然界有六种夸克 ( $u, d, s, c, b, t$ )、三种带电轻子 ( $e, \mu, \tau$ ) 以及相应的中微子 ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ )，它们分别具有不同的味量子数。味物理指的是这些不同代的费米子之间的相互作用。对味物理的研究是当前的热门领域，之所以能够引起大家的兴趣是因为它的可预测性以及可观测性。在过去的几十年中，理论和实验物理学家在检验标准模型方面做了大量的工作。最近几年，随着  $B$  介子工厂的运行，味物理取得了长足的进展，Kobayashi 和 Maskawa 也因此获得了 2008 年的诺贝尔物理学奖。

味改变的带电流相互作用中  $W^\pm$  与上型和下型夸克之间的耦合通过一个幺正的 CKM 矩阵体现

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \tag{1.26}$$

结合(1.22)式和(1.25)式，可以写出质量本征态下的夸克参与相互作用的拉氏量

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_F^m & = \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{FG} \\
& = -\left[ \frac{m_{di}}{v} \bar{d}_i d_i + \frac{m_{ui}}{v} \bar{u}_i u_i \right] h - m_{di} \bar{d}_i d_i - m_{ui} \bar{u}_i u_i + (\bar{q}^i \not{D} q^j \delta_{ij})_{NC} \\
& \quad + \frac{g}{\sqrt{2}} [\bar{u}_{Li} \gamma^\mu (V_{ij})_{CKM} d_{Lj} W_\mu^+ + \bar{d}_{Lj} \gamma^\mu (V_{ji}^\dagger)_{CKM} u_{Li} W_\mu^-], \tag{1.27}
\end{aligned}$$

其中下标  $NC$  表示光子  $\gamma$  和  $Z$  玻色子的中性流相互作用， $W^\pm$  是参与带电流作用的规范玻色子。CKM 矩阵  $V_{CKM} = V_{Q^u} V_{Q^d}^\dagger$ 。一般情况下， $V_{CKM}$  是一个  $3 \times 3$  的幺

正矩阵，原则上需要三个混合角和六个相位。重新定义上型和下型夸克场

$$u_i \rightarrow e^{i\theta_{u_i}} u_i, \quad d_j \rightarrow e^{i\theta_{d_j}} d_j. \quad (1.28)$$

对(1.27)式作此变换，可以看出，带电流相互作用的不变性要求CKM矩阵须作如下变换

$$V_{ij} \rightarrow e^{i\theta_{u_i}} V_{ij} e^{-i\theta_{d_j}}. \quad (1.29)$$

利用(1.29)式的变换可以消去矩阵中的五个非物理相位。考虑到 $N$ 代夸克，相应的 $N$ 阶CKM复矩阵有 $2N^2$ 个变量，么正性给出 $N^2$ 个约束条件， $2N$ 个夸克有 $(2N - 1)$ 个自由相位，所以 $N$ 阶CKM矩阵由 $(N - 1)^2$ 个独立变量描述。

因此可以用三个混合角和一个复相位对标准模型的CKM矩阵进行参数化[8]

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (1.30)$$

上式中的相位引起了标准模型中的CP破坏。除了(1.30)式的标准参数化之外，还有唯象上比较流行的Wolfenstein 参数化[9]和Fritzsch-Xing参数化[10]。由于参数化的多样性，CP破坏相位依赖于具体的参数化形式，因而并不和物理上可观测的CP破坏直接联系。标准模型中的CP破坏是很小的，如果考虑到新物理，可能会有其它相位，使CP破坏效应变大。

通过对很多物理过程（主要为 $K$ 、 $D$ 和 $B$ 介子衰变）的测量以及标准模型么正性的限制，可以得到CKM矩阵元的信息。实验表明，除了 $B$ 介子和 $K$ 介子衰变中的CP破坏问题没有得到合理解释之外，这种整体拟合的性能在其它方面表现得还不错。一些来自CP不对称、介子-反介子混合、半轻衰变或稀有衰变等的测量值，可以为各种新物理模型中的味改变相互作用提供很强烈的限制。

在轻子部分，中微子震荡表明中微子具有质量，味物理也同时出现。目前中微子味改变的的证据已经非常充分，理论研究围绕轻子味混合矩阵 $V_{PMNS}$ 展开。

## 1.5 不自然性问题

在标准模型中，Higgs粒子与规范玻色子、费米子以及自身都存在相互作用，见(1.16)和(1.22)式。这些粒子会对Higgs粒子的质量产生单圈二次发散贡献，如

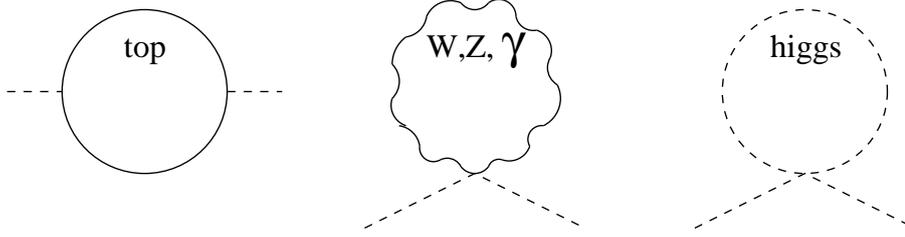


图 1.1: 在标准模型中, 对Higgs质量有单圈二次发散贡献的主要费曼图。

图1.1所示。假设取紫外截断动量 $\Lambda = 10 \text{ TeV}$ , 则top夸克给出的单圈二次发散贡献为[11]

$$-\frac{3}{8\pi^2}\lambda_t^2\Lambda^2 \sim -(2 \text{ TeV})^2, \quad (1.31)$$

规范玻色子的贡献为

$$\frac{9}{64\pi^2}g^2\Lambda^2 \sim (700 \text{ GeV})^2, \quad (1.32)$$

Higgs粒子自身的贡献为

$$\frac{1}{16\pi^2}\lambda^2\Lambda^2 \sim (500 \text{ GeV})^2. \quad (1.33)$$

其它轻的费米子由于Yukawa耦合非常小, 与这三个贡献相比, 可以忽略不计。

Higgs粒子的总质量可近似为

$$m_h^2 = m_{tree}^2 + [-(2 \text{ TeV})^2 + (700 \text{ GeV})^2 + (500 \text{ GeV})^2]\frac{\Lambda^2}{(10\text{TeV})^2}. \quad (1.34)$$

当 $\Lambda$ 很大时, 要得到一个质量为 $\mathcal{O}(10^2) \text{ GeV}$ 的Higgs粒子, 就需要对其中的参数进行调节。如果认为标准模型在大统一能标依然适用, 即 $\Lambda \sim M_{GUT}$ , 那么需要做的调节就更加精细。这被称为标准模型中的不自然性问题。为了避免这种精细调节问题, 人们相信标准模型只是低能有效理论, 在TeV能标处应该有新物理出现。

## 第二章 Little Higgs模型简介

为了解决精细调节问题，人们对标准模型提出了各种拓展方案。在超对称 (SUSY) 模型中[12]，费米子与玻色子是伴随存在的，通过引入超对称伴子解决了Higgs质量的二次发散问题。人工色 (TC) 模型[13]则放弃基本的Higgs场，用具有类似强相互作用的TC费米子凝聚来代替Higgs场实现电弱对称破缺。在额外维模型中[14]，电弱能标和Planck能标分别处于额外维度的两端，Higgs质量通过一个 $e$ 指数因子压低在电弱能标。而Little Higgs模型采用的是另外一种有趣的方法。为了自然地得到一个较轻的Higgs粒子，人们试图把Higgs粒子构造成赝Goldstone粒子，以保持它的小质量。Georgi和Kaplan以这个思想构造了一个模型[15]，但是不能完全自然地稳定Higgs粒子质量。本世纪初，受“Dimension (De)construction” [16, 17]工作的启发，人们引进了“协同对称破缺”机制，一些将Higgs粒子构造成赝Goldstone粒子的Little Higgs模型才成功地建立起来[18, 19, 20, 21, 22, 23]。

### 2.1 Little Higgs模型的思想及分类

为了实现Little Higgs理论的思想，需要适当安排理论中的对称性。根据Goldstone定理[24]，如果理论的拉氏量具有某种整体对称性 $G$ ，而真空只在 $G$ 的一个子群 $H$ 下保持不变，那么自发对称破缺后会产生 $\zeta(G) - \zeta(H)$ 个质量为零的Goldstone粒子， $\zeta(G)$ 和 $\zeta(H)$ 分别代表群 $G$ 和 $H$ 的生成元数目。假设 $\mathcal{L}_0$ 满足上述情况，Higgs粒子是一个严格的Goldstone粒子，质量为零。为了使Higgs粒子获得质量，我们加入一项明显对称破缺项 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ ，则有

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \varepsilon_1 \mathcal{L}_1, \quad (2.1)$$

这里 $\varepsilon_1$ 是耦合常数。此时Higgs粒子变成赝Goldstone粒子，但一般会得到单圈二次发散的质量

$$\delta m_h^2 \sim \frac{\varepsilon_1^2}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (2.2)$$

所以必须做的更多。假设 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 会破坏一部分整体对称性，但 $\mathcal{L}$ 仍剩下足够的整体对称性使Higgs粒子依然是严格的Goldstone粒子。这样，我们需要再引进另

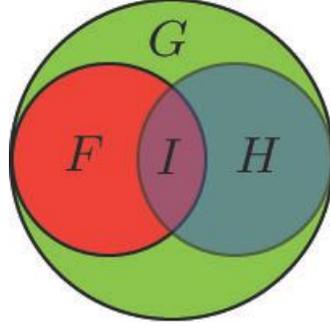


图 2.1: 整体对称性 $G$ 自发破缺到 $H$ 。选 $G$ 的子群 $F$ 为定域规范群,  $F$ 自发破缺到群 $I$ 。  $I = F \cap H$ , 就是标准模型中的电弱规范群。这样没有被吃掉的赝Goldstone粒子共有 $[\zeta(G) - \zeta(H)] - [\zeta(F) - \zeta(I)]$ , 其中包含轻的Higgs粒子。

外一个明显破缺项 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ ,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \varepsilon_1 \mathcal{L}_1 + \varepsilon_2 \mathcal{L}_2. \quad (2.3)$$

$\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 和 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ 两项一起才能破坏足够的整体对称性, 使Higgs粒子成为赝Goldstone粒子, 而二次发散的质量项必须同时含有 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$ [25],

$$\delta m_h^2 \sim \frac{\varepsilon_1^2}{16\pi^2} \frac{\varepsilon_2^2}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (2.4)$$

从(2.4)式可以看出, 具有二次发散贡献的Higgs质量在两圈出现。即当只有 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 或只有 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ 时, 理论仍具有足够的整体对称性确保Higgs粒子依然是严格的Goldstone粒子, 只有当两项同时出现时, 才能破坏掉足够的对称性, 使Higgs粒子变成赝Goldstone粒子, 避免二次发散的质量项在单圈出现, 这就是所谓的“协同对称破缺”机制。我们可以以此类推, 加入更多这样的项一起破坏掉足够的整体对称性, 这样Higgs粒子的质量将会压低得更严重。

人们可以选择不同的群以及破缺方式来实现Little Higgs理论的思想, 其大体思路如图2.1所示, 一些具体可行的群及破缺方式见表2.1。根据标准模型的电弱规范群是如何破缺得到的, 可以把Little Higgs模型分为直积群模型[18, 19, 20]和单群模型[21, 22, 23]。前者一般规范多个 $SU(2) \otimes U(1)$ , 由此破缺到电弱规范群, 比如Littlest Higgs模型[18], 其相应的群及破缺方式见表2.1中第一行; 而后者一般是规范 $SU(N) \otimes U(1)$ , 由此破缺到电弱规范群, 比如Simplest Little Higgs模型[21, 22], 其相应的群及破缺方式见表2.1中最后一行。直积群模型和单群模型一般有如下特点和区别:

Global Symmetries	Gauge Symmetries
$SU(5)/SO(5)$	$[SU(2) \otimes U(1)]^2$
$SU(3)^8/SU(3)^4$	$SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$
$SU(6)/SP(6)$	$[SU(2) \otimes U(1)]^2$
$SU(4)^4/SU(3)^4$	$SU(4) \otimes U(1)$
$SO(5)^8/SO(5)^4$	$SO(5) \otimes SU(2) \otimes U(1)$
$[SU(3) \otimes U(1)/SU(2) \otimes U(1)]^2$	$SU(3) \otimes U(1)$

表 2.1: 一些可以实现Little Higgs理论思想的群及破缺方式。

- 规范玻色子部分：二者都会预言一系列TeV标度的规范玻色子。但是由于规范群的选取和破缺方式，后者只包含标准模型中的两个规范耦合常数，而前者还会出现一些自由的混合参数。
- 标量场部分：为了实现协同对称破缺机制，后者至少需要引进两个非线性 $\sigma$ 模型多重态。而前者因为规范了整体对称性的多个子群，只需引进一个非线性 $\sigma$ 模型多重态就可以实现协同对称破缺机制。
- 费米子部分：后者的 $SU(N)$ 规范群要求每一代费米子都要进行扩充，即每一代都要引进额外的重费米子。而前者只需引进一个新的重夸克以抵消top夸克对Higgs质量的单圈二次发散贡献。

我们将在下文详细论述直积群模型中最典型的Littlest Higgs模型 (LH) 及其升级版——具有T-宇称的Littlest Higgs模型 (LHT)。

## 2.2 Littlest Higgs模型

在众多的Little Higgs模型中，Littlest Higgs模型可以最经济地实现Little Higgs理论的思想。基于群

$$\begin{aligned} SU(5) &\supset SU(3)_i \otimes SU(2)_i \otimes U(1)_i, \quad i = 1, 2, \\ SO(5) &\supset SU(2) \otimes U(1). \end{aligned} \quad (2.5)$$

参考图2.1，Littlest Higgs模型选取

$$G = SU(5), \quad H = SO(5),$$

$$F = [SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2], \quad I = SU(2)_L \otimes U(1)_Y. \quad (2.6)$$

也就是说Littlest Higgs模型建立在 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型基础之上。选取定域规范群为 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ ，它将在较高能标处自发破缺到电弱规范群 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 。另外，利用(2.5)式中的 $SU(3)_1$ 和 $SU(3)_2$ 作为保护Higgs质量的整体对称性。

### 2.2.1 标量场和规范玻色子部分

首先讨论 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型：

$$\mathcal{L} = \frac{f^2}{8} \text{tr}[(\partial_\mu \Sigma)^\dagger (\partial^\mu \Sigma)], \quad (2.7)$$

$\Sigma$ 场在 $SU(5)$ 变换下为

$$\Sigma \rightarrow \Sigma' = V \Sigma V^T. \quad (2.8)$$

(2.7)式具有 $SU(5)$ 的整体对称性。假设 $\Sigma$ 场的真空期望值正比于标度 $f \sim \text{TeV}$ ，选取其形式为

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} & & I_{2 \times 2} \\ & 1 & \\ I_{2 \times 2} & & \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

这里 $I_{2 \times 2}$ 是 $2 \times 2$ 的单位矩阵。在 $SU(5)$ 变换下，

$$\Sigma_0 \rightarrow \Sigma'_0 = V \Sigma_0 V^T \neq \Sigma_0, \quad (2.10)$$

而在 $SO(5)$ 变换下，

$$\Sigma_0 \rightarrow \Sigma'_0 = \Sigma_0, \quad (2.11)$$

这样整体对称性 $SU(5)$ 自发破缺到它的子群 $SO(5)$ 。未破缺的10个 $SO(5)$ 生成元满足

$$T_a \Sigma_0 + \Sigma_0 T_a^T = 0, \quad (2.12)$$

破缺的14个生成元满足

$$X_a \Sigma_0 - \Sigma_0 X_a^T = 0. \quad (2.13)$$

$SU(5)$ 到 $SO(5)$ 的自发对称破缺会产生14个Goldstone粒子，用非线性 $\sigma$ 模型参数化为

$$\Sigma = e^{i\Pi/f}\Sigma_0 e^{i\Pi^T/f} = e^{2i\Pi/f}\Sigma_0, \quad (2.14)$$

其中

$$\Pi = \begin{pmatrix} \chi - \eta/(2\sqrt{5}) & H & \Phi \\ H^\dagger & 4\eta/\sqrt{5} & H^T \\ \Phi^\dagger & H^* & \chi^T - \eta/(2\sqrt{5}) \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

下面我们引进规范相互作用。选取两个 $SU(2)$ 规范群的生成元为

$$Q_1^a = \begin{pmatrix} \sigma^a/2 & \\ & 0_{3\times 3} \end{pmatrix}, \quad Q_2^a = \begin{pmatrix} 0_{3\times 3} & \\ & -\sigma^{a*}/2 \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

两个 $U(1)$ 规范群的生成元为

$$Y_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{10}I_{2\times 2} & \\ & -\frac{2}{10}I_{3\times 3} \end{pmatrix}, \quad Y_2 = \begin{pmatrix} \frac{2}{10}I_{3\times 3} & \\ & -\frac{3}{10}I_{2\times 2} \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

$\Sigma$ 场的真空期望值将使 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 自发破缺到标准模型中的电弱规范群 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ ，其生成元分别为

$$Q^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(Q_1^\alpha + Q_2^\alpha), \quad Y = \frac{1}{\sqrt{2}}(Y_1 + Y_2). \quad (2.18)$$

(2.15)式中的14个Goldstone玻色子在标准模型的规范群 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 下可分解为一个实单态 $\eta$  ( $1_0$ )、一个实三重态 $\chi$  ( $3_0$ )、一个复二重态 $H$  ( $2_{\pm 1/2}$ )和一个复三重态 $\Phi$  ( $3_{\pm 1}$ ):

$$\chi = \begin{pmatrix} -\frac{\omega^0}{2} & -\frac{\omega^+}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\omega^-}{\sqrt{2}} & \frac{\omega^0}{2} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} h^+ \\ h^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} -i\phi^{++} & -i\frac{\phi^+}{\sqrt{2}} \\ -i\frac{\phi^-}{\sqrt{2}} & \frac{-i\phi^0 + \phi_p^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

根据量子数，可以把 $H$ 鉴定为标准模型的Higgs二重态， $\chi$ 和 $\eta$ 是新的Goldstone粒子， $\Phi$ 是物理的标量粒子三重态。

对(2.7)式做如下替换

$$\partial_\mu \Sigma \longrightarrow D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - i \sum_j [g_j W_j^a (Q_j^a \Sigma + \Sigma Q_j^{aT}) + g'_j B_j (Y_j \Sigma + \Sigma Y_j^T)], \quad (2.20)$$

就可得到规范后的标量粒子运动学项

$$\mathcal{L}_\Sigma = \frac{f^2}{8} \text{tr}[(D_\mu \Sigma)^\dagger (D^\mu \Sigma)]. \quad (2.21)$$

其中  $j = 1, 2$ ,  $g_j$  和  $g'_j$  为规范耦合常数,  $W_j$  和  $B_j$  分别为  $SU(2)_j$  和  $U(1)_j$  对应的规范玻色子。

如果令  $g_1$  和  $g'_1$  同时为零, 也就是关掉这两项相互作用, (2.21) 式将存在一个  $SU(3)_2$  的整体对称性, Higgs 粒子仍然是严格的 Goldstone 粒子; 相反, 如果  $g_2$  和  $g'_2$  同时为零, 则存在一个  $SU(3)_1$  的整体对称性, Higgs 粒子仍然是严格的 Goldstone 粒子。只有  $g_1$  或  $g'_1$  和  $g_2$  或  $g'_2$  同时存在, 才能破坏足够的整体对称性, 使 Higgs 粒子获得质量。因此, (2.21) 式实现了 Little Higgs 模型的基本思想——协同对称破缺机制。

将自发对称破缺后的  $\Sigma$  场代入 (2.21) 式可得到质量项

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Sigma(\text{mass}) = & \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} [g_1^2 W_{1\mu}^a W_1^{a\mu} + g_2^2 W_{2\mu}^a W_2^{a\mu} - 2g_1 g_2 W_{1\mu}^a W_2^{a\mu}] \\ & + \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} \frac{1}{5} [g_1'^2 B_{1\mu} B_1^\mu + g_2'^2 B_{2\mu} B_2^\mu - 2g_1' g_2' B_{1\mu} B_2^\mu]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

定义规范玻色子质量本征态[26]:

$$\begin{aligned} W &= sW_1 + cW_2, & W' &= -cW_1 + sW_2, \\ B &= s'B_1 + c'B_2, & B' &= -c'B_1 + s'B_2, \end{aligned} \quad (2.23)$$

这里的混合参数为:

$$\begin{aligned} s &= \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, & c &= \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \\ s' &= \frac{g_2'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}}, & c' &= \frac{g_1'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

将 (2.23) 和 (2.24) 式代入 (2.22) 式,  $W'$  和  $B'$  得到  $f$  量级的质量,

$$m_{W'} = \frac{f}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} = \frac{g}{2sc} f, \quad m_{B'} = \frac{f}{2\sqrt{5}} \sqrt{g_1'^2 + g_2'^2} = \frac{g'}{2\sqrt{5}s'c'} f. \quad (2.25)$$

$[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$  在  $\Sigma$  场获得真空期望值时自发破缺到电弱规范群  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , 产生四个 Goldstone 粒子  $\chi(\omega^\pm, \omega^0)$  和  $\eta$ 。  $W'$  和  $B'$  “吃

掉”这四个Goldstone粒子而获得质量。没有质量的 $W$ 和 $Z$ 可以鉴定为标准模型中的规范玻色子，标准模型中的规范耦合常数可以表示为：

$$\begin{aligned} g &= \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = g_1 s = g_2 c, \\ g' &= \frac{g'_1 g'_2}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}} = g'_1 s' = g'_2 c'. \end{aligned} \quad (2.26)$$

从(2.21)式可以得到 $W$ 、 $W'$ 和两个Higgs粒子的耦合

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HHVV}^{mass} &= \frac{g^2}{4} \left[ W_\mu^a W^{a\mu} - \frac{(c^2 - s^2)}{sc} W_\mu^a W'^{a\mu} - W_\mu^{a'} W'^{a\mu} \right] H^\dagger H \\ &+ \frac{g'^2}{4} \left[ B_\mu B^\mu - \frac{(c'^2 - s'^2)}{s'c'} B_\mu B'^\mu - B'_\mu B'^\mu \right] H^\dagger H. \end{aligned} \quad (2.27)$$

在标准模型中， $WWH^\dagger H$ 形式的四点耦合会对Higgs质量产生单圈二次发散贡献。Littlest Higgs模型中的 $W'W'H^\dagger H$ 与 $WWH^\dagger H$ 形式相同，只是耦合常数差一个负号，因此恰好抵消了 $WWH^\dagger H$ 耦合对Higgs质量的单圈二次发散贡献，如图2.2。同样，耦合 $B'B'H^\dagger H$ 和 $BBH^\dagger H$ 对Higgs质量的单圈二次发散贡献也彼此抵消[27]。这些重的规范玻色子之所以能抵消轻规范玻色子对Higgs质量的单圈二次发散贡献，正是源于(2.21)式实现了Little Higgs理论协同对称破缺机制的思想。

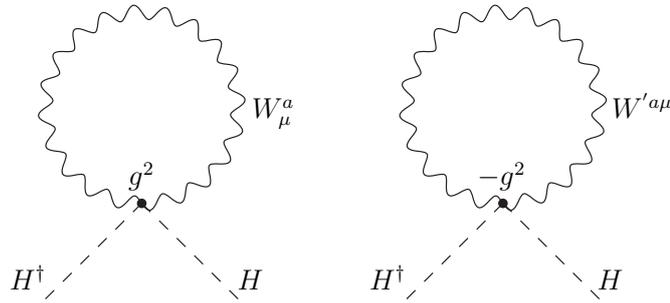


图 2.2: Littlest Higgs模型中 $SU(2)$ 规范玻色子（质量本征态）对Higgs质量有贡献的单圈费曼图。

规范作用和Yukawa相互作用(将在下面的两节中详细论述)破坏了 $SU(5)$ 整体对称性，会在单圈阶或更高阶产生Coleman-Weinberg势[28, 29]，实现电弱对

称破缺, 从而导致轻规范玻色子和重规范玻色子之间的进一步混合, 所有的质量项可以写为[26]

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_\Sigma(\text{masses}) = & \frac{1}{2}W_\mu^a W'^{a\mu} [m_{W'}^2 - \frac{1}{4}g^2 v^2] + W_\mu^+ W^{-\mu} [\frac{1}{4}g^2 v^2 (1 - \frac{v^2}{6f^2} + 4\frac{v'^2}{v^2})] \\
& + \frac{1}{2}W_\mu^3 W^{3\mu} [\frac{1}{4}g^2 v^2 (1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8\frac{v'^2}{v^2})] \\
& - W_\mu^a W'^{a\mu} [\frac{1}{4}g^2 v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc}] + \frac{1}{2}B'_\mu B'^{\mu} [m_{B'}^2 - \frac{1}{4}g'^2 v^2] \\
& + \frac{1}{2}B_\mu B^\mu [\frac{1}{4}g'^2 v^2 (1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8\frac{v'^2}{v^2})] - B_\mu B'^{\mu} [\frac{1}{4}g'^2 v^2 \frac{(c'^2 - s'^2)}{2s'c'}] \\
& + W_\mu^3 B^\mu [\frac{1}{4}gg'v^2 (1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8\frac{v'^2}{v^2})] + W_\mu'^3 B'^{\mu} [-\frac{1}{8}gg'v^2 (\frac{cs'}{sc'} + \frac{sc'}{cs'})] \\
& - W_\mu^3 B'^{\mu} [\frac{1}{4}gg'v^2 \frac{(c'^2 - s'^2)}{2s'c'}] - W_\mu'^3 B^\mu [\frac{1}{4}gg'v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc}]. \quad (2.28)
\end{aligned}$$

上式中的各项均保留到了 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ ,  $v$ 是 $H$ 场的真空期望值(VEV), 来自于 $H = \begin{pmatrix} -i\pi^+ \\ \frac{v+h+i\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ,  $v'$ 是三重态标量场 $\Phi$ 的真空期望值, 我们将在2.2.4节详细介绍这些参量。

最后, 我们得到了如下规范玻色子的质量本征态和质量:

### 1. 荷电规范玻色子

荷电规范玻色子最终的质量本征态在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 为:

$$\begin{aligned}
W_L = W + \frac{v^2}{2f^2}sc(s^2 - c^2)W', \quad W_H = W' - \frac{v^2}{2f^2}sc(s^2 - c^2)W, \\
W_L^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_L^1 \mp iW_L^2), \quad W_H^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_H^1 \mp iW_H^2). \quad (2.29)
\end{aligned}$$

$W_L^\pm$ 和 $W_H^\pm$ 的质量取到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ , 表达式为:

$$\begin{aligned}
M_{W_L^\pm}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4} \left\{ 1 - \frac{v^2}{f^2} \left[ \frac{1}{6} + \frac{1}{4}(c^2 - s^2)^2 \right] + 4\frac{v'^2}{v^2} \right\}, \\
M_{W_H^\pm}^2 &= \frac{f^2 g^2}{4s^2 c^2} - \frac{1}{4}g^2 v^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \left( \frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 \right), \quad (2.30)
\end{aligned}$$

这里 $W_L^\pm$ 可鉴定为标准模型中规范玻色子 $W^\pm$ , 在Littlest Higgs模型中它的质量得到修正, 而 $W_H^\pm$ 是Littlest Higgs模型所预言的新的重荷电规范玻色子。

### 2. 中性规范玻色子

四个中性规范玻色子的质量本征态在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 为：

$$\begin{aligned}
A_L &= s_W W^3 + c_W B, \\
Z_L &= c_W W^3 - s_W B + x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} W'^3 + x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} B', \\
A_H &= B' + x_H \frac{v^2}{f^2} W'^3 - x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} (c_W W^3 - s_W B), \\
Z_H &= W'^3 - x_H \frac{v^2}{f^2} B' - x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} (c_W W^3 - s_W B),
\end{aligned} \tag{2.31}$$

其中

$$\begin{aligned}
x_H &= \frac{5}{2} g g' \frac{s c s' c' (c^2 s'^2 + s^2 c'^2)}{(5 g^2 s'^2 c'^2 - g'^2 s^2 c^2)}, \\
x_Z^{W'} &= -\frac{1}{2 c_W} s c (c^2 - s^2), \quad x_Z^{B'} = -\frac{5}{2 s_W} s' c' (c'^2 - s'^2), \\
s_W &\equiv \sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad c_W \equiv \cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}},
\end{aligned} \tag{2.32}$$

$\theta_W$ 为标准模型中的Weinberg角。

它们的质量分别为：

$$\begin{aligned}
M_{A_L}^2 &= 0, \\
M_{Z_L}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4 c_W^2} \left\{ 1 - \frac{v^2}{f^2} \left[ \frac{1}{6} + \frac{1}{4} (c^2 - s^2)^2 + \frac{5}{4} (c'^2 - s'^2)^2 \right] + 8 \frac{v'^2}{v^2} \right\}, \\
M_{A_H}^2 &= \frac{f^2 g'^2}{20 s'^2 c'^2} - \frac{1}{4} g'^2 v^2 + g^2 v^2 \frac{x_H}{4 s^2 c^2} = \frac{g^2 v^2 s_W^2}{4 c_W^2} \left( \frac{f^2}{5 s'^2 c'^2 v^2} - 1 + \frac{x_H c_W^2}{4 s^2 c^2 s_W^2} \right), \\
M_{Z_H}^2 &= \frac{f^2 g^2}{4 s^2 c^2} - \frac{1}{4} g^2 v^2 - g'^2 v^2 \frac{x_H}{4 s'^2 c'^2} = \frac{g^2 v^2}{4 c_W^2} \left( \frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 - \frac{x_H s_W^2}{s'^2 c'^2 c_W^2} \right).
\end{aligned} \tag{2.33}$$

这里 $Z_L$ 可以鉴定为标准模型中的规范玻色子 $Z$ ，在Littlest Higgs模型中它的质量得到修正，而 $Z_H$ 是Littlest Higgs模型预言的新的重中性规范玻色子。

## 2.2.2 Yukawa相互作用

标准模型中由于top夸克存在较大的Yukawa耦合，因此对Higgs质量产生了非常大的二次发散贡献。在Littlest Higgs模型中，同样可以采用协同对称破缺机制使上述问题得到解决。需要引进在 $SU(2)_1$ 和 $SU(2)_2$ 下都为单态的场 $U_L$ 和 $U_R$ 。

其中 $U_L$ 、 $u_L$ 和 $b_L$ 一起构成 $SU(3)$ 的三重态:

$$Q_L = \begin{pmatrix} q_{3L} \\ U_L \end{pmatrix}, \quad q_{3L} = -\sigma_2 \begin{pmatrix} u_{3L} \\ d_{3L} \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

这里,  $q_{3L}$ 是 $SU(2)_1$ 的二重态,  $SU(2)_2$ 的单态。

top夸克部分的Yukawa相互作用为[18, 27]

$$\mathcal{L}_t = -\frac{\lambda_1}{2} f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \bar{Q}_{Li} \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} u_{3R} - \lambda_2 f \bar{U}_L U_R + h.c., \quad (2.35)$$

这里 $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $x, y = 4, 5$ ;  $\epsilon_{ijk}$ 和 $\epsilon_{xy}$ 均为反对称张量。如果令(2.35)式中的 $\lambda_1 = 0$ , 则Higgs粒子将根本不会出现在top夸克部分; 相反, 如果令 $\lambda_2 = 0$ , (2.35)式具有 $SU(3)$ 整体对称性, Higgs粒子将是严格的Goldstone粒子。这样, 只有当 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 同时存在时, 才能破坏掉足够的对称性, 使Higgs粒子获得质量。可见(2.35)式实现了协同对称破缺机制。

将自发破缺后的 $\Sigma$ 场代入(2.35)式, 可得到如下质量本征态的夸克与中性Higgs场 $h$ 的耦合[27]:

$$\mathcal{L}_t = m_T \bar{T}_L T_R + \lambda_t h \bar{t}_L t_R + \lambda_T h \bar{T}_L T_R - \frac{\lambda'_T}{2m_T} h^2 \bar{T}_L T_R + h.c., \quad (2.36)$$

其中质量本征态:

$$\begin{aligned} t_L &= u_{3L}, & t_R &= \frac{\lambda_2 u_{3R} - \lambda_1 U_R}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \\ T_L &= U_L, & T_R &= \frac{\lambda_1 u_{3R} + \lambda_2 U_R}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

这里没有考虑电弱自发对称破缺, 即 $h$ 场来自于 $H = \begin{pmatrix} h^+ \\ h \end{pmatrix}$ 。top夸克没有质量, 而 $T$ 夸克获得 $f$ 量级的质量, 它的质量和相应的耦合常数分别为:

$$m_T = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f, \quad \lambda_t = \frac{\sqrt{2} \lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad \lambda_T = \frac{\sqrt{2} \lambda_1^2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad \lambda'_T = 2\lambda_1^2. \quad (2.38)$$

在质量本征态下, top夸克部分对Higgs质量有贡献的单圈图有三个, 如图(2.3)所示。这些图的贡献分别为[30]:

$$\text{a)} = -6\lambda_t^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2},$$

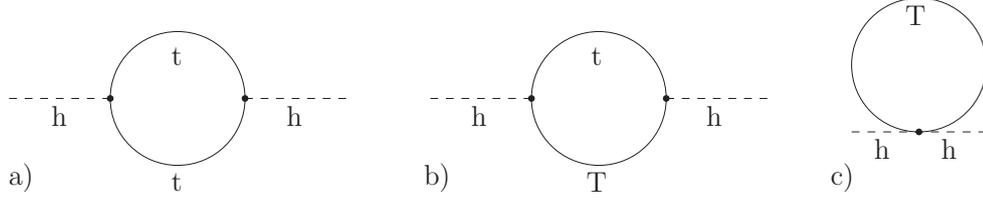


图 2.3: Littlest Higgs模型中top夸克部分对Higgs质量有贡献的单圈图。

$$\begin{aligned}
 \text{b)} &= -6\lambda_T^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_T^2}, \\
 \text{c)} &= 6\lambda_T' \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_T^2},
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

由(2.38)式可得到耦合常数的关系式

$$\lambda_T' = \lambda_t^2 + \lambda_T^2. \tag{2.40}$$

由(2.39)和(2.40)式可知这三个单圈图的二次发散贡献可以完全抵消。这样精巧地抵消，也是源于(2.35)式实现的协同对称破缺机制。值得注意的是：(2.40)式不仅在Littlest Higgs模型中成立，在其它Little Higgs模型（如Simplest Little Higgs模型）中仍然成立。因此(2.40)式是检验Little Higgs理论一个非常重要的关系式[30, 31]。

电弱自发对称破缺后，(2.37)式将得到关于 $v/f$ 的高阶修正。top夸克可以获得质量，重夸克 $T$ 的质量也可以得到修正，保留到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$  [32]:

$$m_t = \frac{v\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left\{ 1 + \frac{v^2}{f^2} \left[ -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left( 1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \right) \right] \right\}, \tag{2.41}$$

$$m_T = f\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left[ 1 - \frac{v^2}{f^2} \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \left( 1 - \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} \right) \right]. \tag{2.42}$$

其它的轻费米子，由于其Yukawa耦合比较小，甚至截断标度 $\Lambda$ 达到几十个TeV时，它们对Higgs质量的单圈二次发散贡献也不会明显加重精细调节问题。因此，在这些部分不必施行协同对称破缺机制，也不用引进额外的费米子。前两代上型夸克与标量粒子的相互作用与(2.35)式具有相同形式，只是并未引入 $U_L$ 和 $U_R$ 。所有的下型夸克也不必引入额外的夸克，其拉氏量可以写为[26]

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{2} \lambda_d f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \bar{Q}_{Li} \Sigma_{jx}^* \Sigma_{ky}^* d_R + h.c.. \tag{2.43}$$

三代轻子的Yukawa相互作用与此类似。

### 2.2.3 费米子规范相互作用

一般地, 费米子规范相互作用可写成如下形式[26]

$$\mathcal{L}_F = \sum_f \bar{\psi}_f i \gamma^\mu D_\mu \psi_f, \quad (2.44)$$

$$D_\mu = \partial_\mu - i \sum_{j=1}^2 (g_j W_{j\mu} + g'_j B_{j\mu}), \quad (2.45)$$

其中 $W_j = W_j^a Q_j^a$ ,  $B_j = B_j Y_j$ 。

拉氏量(2.44)式在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下是规范不变的。在前面的讨论中, Yukawa相互作用的规范不变性要求标准模型的费米子二重态是 $SU(2)_1$ 的二重态,  $SU(2)_2$ 的单态。由于较小的Yukawa耦合, 所有轻的标准模型费米子部分都不需要引进额外的费米子。因此在Littlest Higgs模型中, 只有top夸克部分存在 $SU(2)$ 二重态费米子与类矢量夸克 $T$ 之间的混合。

标准模型中费米子的 $SU(2)_1$ 规范作用为

$$\mathcal{L} = g_1 W_{1\mu}^a Q_1^a \bar{Q}_L \gamma^\mu Q_L = g_1 (W_{1\mu}^+ J^{+\mu} + W_{1\mu}^- J^{-\mu} + W_{1\mu}^3 J_{W_1^3}^\mu), \quad (2.46)$$

其中带电流和中性流分别为:

$$\begin{aligned} J^{+\mu} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{u}_L \gamma^\mu d_L, & J^{-\mu} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \bar{d}_L \gamma^\mu u_L, \\ J_{W_1^3}^\mu &= \bar{Q}_L \gamma^\mu (-T^3) Q_L = -J_{W_3}^\mu, \end{aligned} \quad (2.47)$$

其中 $W_1^\pm = (W_1^1 \pm iW_1^2)/\sqrt{2}$ 。轻子二重态的规范作用与此类似。

#### 1. 荷电流

$g_1 W_1^\pm$ 可用质量本征态 $W_L^\pm$ 和 $W_H^\pm$ 表示:

$$g_1 W_1 = g W_L \left[ 1 - \frac{v^2}{2f^2} c^2 (c^2 - s^2) \right] - g \frac{c}{s} W_H \left[ 1 + \frac{v^2}{2f^2} s^2 (c^2 - s^2) \right]. \quad (2.48)$$

将此式代入(2.46)式得到 $W_L^\pm$ 和 $W_H^\pm$ 与费米子的规范相互作用。

对于top夸克的规范耦合，我们必须考虑 $u_{3L}$ 和 $U_L$ 的混合。其荷电流修改为

$$J^{+\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} [c_L \bar{t}_L \gamma^\mu b_L + s_L \bar{T}_L \gamma^\mu b_L]. \quad (2.49)$$

此外，描述标准模型三代夸克混合的CKM矩阵不再是幺正的。其矩阵元得到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 的修正：

$$\begin{aligned} V_{tb} &= c_L V_{tb}^{\text{SM}} = V_{tb}^{\text{SM}} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_2^2} \frac{m_t^2}{M_T^2} \right), \\ V_{Tb} &= s_L V_{tb}^{\text{SM}} = V_{tb}^{\text{SM}} \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{m_t}{M_T}. \end{aligned} \quad (2.50)$$

## 2. 中性流

中性规范玻色子与费米子的耦合依赖于费米子的同位旋和超荷，因此相对复杂一些。通过Yukawa作用的规范不变性以及不具有反常的 $U(1)$ 群能够确定费米子超荷 $Y_1$ 和 $Y_2$ 。

中性规范玻色子与费米子的耦合形式为

$$\mathcal{L} = -g_1 W_{1\mu}^3 J_{W^3}^\mu + g'_1 B_{1\mu} J_{B_1}^\mu + g'_2 B_{2\mu} J_{B_2}^\mu, \quad (2.51)$$

其中 $J_{B_{1,2}}^\mu = \bar{f} \gamma^\mu Y_{1,2} f$ 。

中性规范玻色子质量本征态 $A_L$ 、 $Z_L$ 、 $A_H$ 和 $Z_H$ 的耦合形式为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= A_{L\mu} e J_{\text{EM}}^\mu + A_{H\mu} g' \frac{(-c' J_{B_1}^\mu + s'^2 J_{B_2}^\mu)}{s' c'} + Z_{H\mu} g \frac{c}{s} J_{W^3}^\mu \\ &\quad + Z_{L\mu} \frac{g}{c_W} \left\{ (J_{W^3}^\mu - s_W^2 J_{\text{EM}}^\mu) + \frac{v^2}{f^2} \left[ c_W x_Z^{W'} \frac{c}{s} J_{W^3}^\mu + s_W x_Z^{B'} \frac{(-c'^2 J_{B_1}^\mu + s'^2 J_{B_2}^\mu)}{s' c'} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.52)$$

混合系数 $x_Z^{W'}$ 、 $x_Z^{B'}$ 和 $x_H$ 的表达式在(2.32)式已给出。从(2.52)式可以看出：

- 电磁流： $J_{\text{EM}}^\mu = J_{W^3}^\mu + J_{B_1}^\mu + J_{B_2}^\mu$ 。光子与费米子的耦合和标准模型相同，电荷 $Q = T^3 + Y_1 + Y_2$ 。
- $Z_L$ 与费米子的耦合：与标准模型具有相同的形式，但是要得到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 的修正。
- $A_H$ 和 $Z_H$ 与费米子的耦合：领头阶为 $\mathcal{O}(1)$ ，并不存在明显压低因子。精确电弱测量数据以及高能中性流过程对其及 $A_H$ 和 $Z_H$ 的质量会比较敏感。

### 2.2.4 标量势能及电弱对称破缺

为了破缺电弱对称性,我们需要考虑单圈阶或更高阶的Coleman-Weinberg势[28, 29], 其中最重要的项分别来自于规范部分和top夸克部分的单圈二次发散贡献。

规范玻色子对Coleman-Weinberg势的单圈二次发散贡献为[18, 27]

$$V_g = a(g_1^2 + g_1'^2)f^2 \left| \Phi_{ij} + \frac{i}{4f}(H_i H_j + H_j H_i) \right|^2 + a(g_2^2 + g_2'^2)f^2 \left| \Phi_{ij} - \frac{i}{4f}(H_i H_j + H_j H_i) \right|^2, \quad (2.53)$$

这里 $i, j = 1, 2$ , 并且要对它们求和;  $H_i = \sqrt{2}\Pi_{i3}$ ,  $\Phi_{ij} = \Pi_{i,3+j}$ 。

top夸克对Coleman-Weinberg势的单圈二次发散贡献为[18, 27]

$$V_t = -a'\lambda_1^2 f^2 \left| \Phi_{ij} + \frac{i}{4f}(H_i H_j + H_j H_i) \right|^2. \quad (2.54)$$

(2.53)和(2.54)式中 $a$ 和 $a'$ 的值依赖于Littlest Higgs模型的紫外完整理论。

协同对称破缺机制禁止Higgs获得单圈二次发散的质量项,所以(2.53)和(2.54)式不包含Higgs场的质量项。然而,  $\Phi$ 场可以得到二次发散的质量,

$$M_\Phi^2 = (a(g_1^2 + g_1'^2 + g_2^2 + g_2'^2) - a'\lambda_1^2) f^2. \quad (2.55)$$

为了确保电弱对称性不在 $f$ 标度处被 $\Phi$ 场的真空期望值破坏,要求 $M_\Phi^2$ 必须大于零。我们可以在低于 $M_\Phi$ 的标度下将 $\Phi$ 场积掉,从而得到Higgs场的四次势能 $\lambda(H^\dagger H)^2$  [27],

$$\lambda = a \frac{(g_1^2 + g_1'^2 - a'\lambda_1^2/a)(g_2^2 + g_2'^2)}{g_1^2 + g_1'^2 + g_2^2 + g_2'^2 - a'\lambda_1^2/a}. \quad (2.56)$$

规范玻色子、top夸克以及标量粒子的单圈图能够贡献对数发散的Higgs场质量项。规范玻色子的贡献

$$\mu_g^2(H) = \frac{3}{64\pi^2} \left( 3g^2 M_{W_H}^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_{W_H}^2} + g'^2 M_{B_H}^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_{B_H}^2} \right). \quad (2.57)$$

top夸克的贡献

$$\mu_t^2(H) = -\frac{3\lambda_t^2 M_T^2}{8\pi^2} \log \frac{\Lambda^2}{M_T^2}. \quad (2.58)$$

标量粒子的贡献

$$\mu_s^2(H) = \frac{\lambda}{16\pi^2} M_\Phi^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_\Phi^2}. \quad (2.59)$$

由于top夸克较大的Yukawa耦合，其对Higgs质量的贡献要大于规范玻色子和标量粒子的贡献，并且其贡献值为负，因此能够实现电弱对称破缺。电弱自发对称破缺后，Higgs场可以表示成

$$H = \begin{pmatrix} -i\pi^+ \\ \frac{v+h+i\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

$v$ 是Higgs场的真空期望值，在电弱标度。 $h$ 就是物理上的Higgs粒子，而 $\pi^\pm$ 和 $\pi^0$ 场将会被 $W_L^\pm$ 和 $Z_L$ 玻色子“吃掉”，使它们获得质量。

此外，Coleman-Weinberg势中也含有 $H^\dagger \Phi H$ 项。当Higgs场获得真空期望值后，此项也会导致 $\Phi$ 场中的电中性分量有一个较小的真空期望值 $v'$ [27]，

$$v' = -\frac{v^2 f}{4M_\phi^2} [a(g_1^2 + g_1'^2 - g_2^2 - g_2'^2) - a'\lambda_1^2]. \quad (2.61)$$

### 2.3 具有T-宇称的Littlest Higgs模型

Littlest Higgs模型最经济地实现了Little Higgs理论的思想。它预言了新的重规范玻色子、 $T$ 夸克以及标量粒子 $\Phi$ ，以此来分别抵消标准模型中的规范玻色子、top夸克和Higgs粒子自相互作用所带来的单圈二次发散贡献。这些新的粒子与标准模型中的粒子存在树图的耦合，尤其是重规范玻色子与标准模型中费米子对的耦合将使Littlest Higgs模型受到电弱精确测量数据的强烈限制，要求标度 $f$ 要在几个TeV以上[33, 34, 35]，这将重新导致对Higgs质量的精细调节问题[36]。为了避免这样的矛盾，必须禁止这些危险算符的出现。参考最小超对称标准模型中引入的分立对称性R-宇称，可以对照在Littlest Higgs模型中引进一个分立对称性T-宇称[37]，来实现我们的目的。此外，目前的很多实验都已证明宇宙中存在暗物质，但是Littlest Higgs模型还不能提供一个暗物质的候选者。这个分立的T-宇称引入后，会产生一个较轻的T-odd粒子，它有可能成为一个暗物质的候选者<sup>1</sup>。这一节，我们着重介绍具有T-宇称的Littlest Higgs模型<sup>2</sup>。

<sup>1</sup>[38]指出T-宇称可以被Wess-Zumino项破坏，但这实际上是紫外完整理论的问题，“构造一种T-宇称严格守恒的紫外完整理论并不是很困难”[25]。

<sup>2</sup>当前具有T-宇称的Littlest Higgs模型有两种类型，两者的典型区别在于抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散贡献的重 $T$ 夸克的T-宇称分别为T-even和T-odd[39, 40, 41, 42]，本文主要介绍前者。

上一章指出, Littlest Higgs模型建立在 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型基础之上。根据(2.12)和(2.13)式, 未破缺的生成元和破缺的生成元满足

$$[T^a, T^b] \sim T^c, \quad [T^a, X^b] \sim X^c, \quad [X^a, X^b] \sim T^c. \quad (2.62)$$

对这些生成元作变换:

$$T^a \rightarrow T^a, \quad X^a \rightarrow -X^a \quad (2.63)$$

或 $\tau^a \rightarrow -\Sigma_0(\tau^a)^T\Sigma_0$ ,  $\tau^a$ 为任意的生成元, (2.62)式中的关系式不变。 $\Sigma$ 场的真空期望值可以把规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 的生成元分为:

$$\begin{aligned} \text{broken generators} &: \frac{1}{\sqrt{2}}\{Q_1^a - Q_2^a, Y_1 - Y_2\}, \\ \text{unbroken generators} &: \frac{1}{\sqrt{2}}\{Q_1^a + Q_2^a, Y_1 + Y_2\}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

在(2.63)式的变换下,  $Q_1 \leftrightarrow Q_2, Y_1 \leftrightarrow Y_2$ 。 $SU(5)/SO(5)$ 空间的 $Z_2$ 自同构可以让我们自然地定义T-宇称。

### 2.3.1 规范玻色子和标量场部分

首先介绍如何在规范玻色子和标量粒子部分引进T-宇称。我们最希望的是让标准模型中的粒子为T-even, 新的粒子为T-odd, 至少要让新的规范玻色子为T-odd, 以禁止最危险的 $V_H f \bar{f}$ 类型的耦合, 这里 $V_H$ 是重的规范玻色子,  $f$ 是标准模型中的费米子。

定义在T-宇称变换下,

$$Q_1 \leftrightarrow Q_2, \quad Y_1 \leftrightarrow Y_2, \quad (2.65)$$

$$A_1 \leftrightarrow A_2, \quad (2.66)$$

$A_1$ 和 $A_2$ 分别是 $SU(2)_1 \otimes U(1)_1$ 和 $SU(2)_2 \otimes U(1)_2$ 对应的规范场。同样, 为了令(2.15)式中的新标量粒子 $\Phi$ 、 $\chi$ 和 $\eta$ 为T-odd, 以及标准模型中的Higgs场为T-even。定义在T-宇称变换下,

$$\Pi(H, S_{new}) \rightarrow -\Omega\Pi\Omega = \Pi(H, -S_{new}), \quad (2.67)$$

这里 $S_{new}$ 代表新的标量粒子,  $\Omega = \text{diag}(1, 1, -1, 1, 1)$ 。由 $\Pi$ 的T-宇称变换规则可以推出

$$\Sigma \rightarrow \Sigma_0\Omega\Sigma^\dagger\Omega\Sigma_0 \equiv \tilde{\Sigma}. \quad (2.68)$$

此外, 令(2.21)式具有T-宇称不变性要求耦合常数

$$g_1 = g_2, \quad g'_1 = g'_2. \quad (2.69)$$

由(2.24)和(2.26)式可得到

$$\begin{aligned} s = c = s' = c' &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \\ g_1 = g_2 = \sqrt{2}g, \quad g'_1 = g'_2 &= \sqrt{2}g'. \end{aligned} \quad (2.70)$$

可见Littlest Higgs模型中标量粒子的运动学项可以自然地施行T-宇称, 并且减少了两个自由参数 $s$ 和 $s'$ 。此外, T-宇称也禁止了 $H^\dagger \Phi H$ 形式的作用存在, 因此三重态 $\Phi$ 的真空期望值 $v'$ 也将不存在。综上所述, 由(2.23)、(2.29-2.33)式可以得到重规范玻色子的质量本征态和质量

$$\begin{aligned} Z_H &= \sin \theta_H B' + \cos \theta_H W'^3, \quad M_{Z_H} = fg \left(1 - \frac{v^2}{8f^2}\right), \\ A_H &= \cos \theta_H B' - \sin \theta_H W'^3, \quad M_{A_H} = \frac{fg'}{\sqrt{5}} \left(1 - \frac{5v^2}{8f^2}\right), \\ W_H^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W'^1 \mp iW'^2), \quad M_{W_H} = M_{Z_H}, \end{aligned} \quad (2.71)$$

标准模型中的规范玻色子

$$\begin{aligned} A_L &= s_W W^3 + c_W B, \quad M_{A_L} = 0, \\ Z_L &= c_W W^3 - s_W B, \quad M_{Z_L} = \frac{gv}{2c_W} \left(1 - \frac{v^2}{12f^2}\right), \\ W_L^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2), \quad M_{W_L} = \frac{gv}{2} \left(1 - \frac{v^2}{12f^2}\right), \end{aligned} \quad (2.72)$$

其中

$$\begin{aligned} W'^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a - W_2^a), \quad B' = \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 - B_2), \\ W^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a + W_2^a), \quad B = \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 + B_2), \\ \sin \theta_H &\approx \frac{5gg'}{4(5g^2 - g'^2)} \frac{v^2}{f^2}. \end{aligned} \quad (2.73)$$

由规范玻色子的混合形式可以看出重规范玻色子为T-odd, 标准模型中的规范玻色子为T-even。因为标准模型中的规范玻色子质量有 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 的修正, 导致

在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 有<sup>3</sup>

$$v = v_{SM} \left( 1 + \frac{1}{12} \frac{v_{SM}^2}{f^2} \right). \quad (2.74)$$

这里,  $v_{SM}$  为标准模型中Higgs场的真空期望值。

T-odd标量场 $\omega^\pm$ ,  $\omega^0$ 和 $\eta$ 是与 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_1 \otimes U(1)_1]$  破缺到标准模型电弱规范群所产生的Goldstone玻色子, 它们分别被 $W_H^\pm$ ,  $Z_H$ 和 $A_H$  “吃掉” 并使其获得了质量<sup>4</sup>。

引进的T-宇称没有破坏协同对称破缺机制, 仍然可以避免在此部分出现Higgs质量的单圈二次发散。我们只需将(2.70)式代入Littlest Higgs模型中Higgs场与玻色子的耦合, 就可以分别得到具有T-宇称的Littlest Higgs模型中相对应的耦合。其Higgs质量单圈二次发散贡献的抵消情况与Littlest Higgs 模型相同。

### 2.3.2 T-odd费米子作用项

上一节, 我们非常自然地在规范玻色子和标量粒子部分施行了T-宇称, 使新的规范玻色子和标量粒子为T-odd, 标准模型中的规范玻色子和Higgs二重态为T-even。然而, 在费米子部分施行T-宇称却比较麻烦。在不具有T-宇称的Littlest Higgs模型中, 标准模型中的费米子左手场是 $SU(2)_1$ 的二重态和 $SU(2)_2$ 的单态。而在T-宇称变换下,  $SU(2)_1$ 与 $SU(2)_2$ 互换, 因此, 并不能在原有的相互作用中简单地令标准模型中的费米子为T-even。文献[39]采用了Callan、Coleman、Wess和Zumino (CCWZ) 在上世纪六十年代提出的方法来施行费米子部分的T-宇称[44]。此时必须令标准模型中的费米子在规范群下为线性变换, 否则将会出现危险的四费米子算符, 导致标度 $f$ 在几个TeV以上[40]。

具体方法为: 引进两个二重态 $q_1$ 和 $q_2$ , 分别在 $SU(2)_1$ 与 $SU(2)_2$ 下作线性变换,  $q_1$ 和 $q_2$ 可以混合成T-odd本征态和T-even本征态。T-even本征态就是标准模型中的费米子, 而T-odd本征态是预言的新粒子。我们需要再引进额外的T-odd场使T-odd粒子获得 $f$ 标度的质量, 以至在低能标下得到标准模型。为了避免再引进另外的费米子, 新引进的T-odd场在规范群变换下应该非线性的。引

<sup>3</sup>在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中通过衰变 $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu$ , 在树图阶可以推出关系式 $\frac{g^2}{m_W^2} = 4\sqrt{2}G_F$ , 将(2.72)式中的 $M_W$ 代入, 可得到 $v_{SM}^2 = v^2(1 - \frac{1}{6} \frac{v^2}{f^2})$ 。但是注意在不带T-宇称的Littlest Higgs模型中, 因为重的规范玻色子 $W_H$ 将会对该衰变过程有贡献, 因此 $v$ 与 $v_{SM}$ 的关系与此不同, 可参考[43]。

<sup>4</sup>事实上,  $\Phi$ ,  $\omega$ 和 $\eta$ 在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 存在混合, 被“吃掉”的是这些场的线性组合。

进的场为

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ 0 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \chi_R \\ \tilde{\psi}_R \end{pmatrix}, \quad (2.75)$$

其中

$$q_i = -\sigma_2 \begin{pmatrix} u_{Li} \\ d_{Li} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2), \quad 0_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

$$\psi_R = \begin{pmatrix} iq'_R \\ -iq_R \end{pmatrix}, \quad \tilde{\psi}_R = \begin{pmatrix} id'_R \\ -iu'_R \end{pmatrix}. \quad (2.77)$$

在 $SU(5)$ 变换下,

$$\Psi_1 \rightarrow V^* \Psi_1, \quad \Psi_2 \rightarrow V \Psi_2, \quad \Psi_R \rightarrow U \Psi_R. \quad (2.78)$$

上式中的 $V$ 是 $SU(5)$ 的转动矩阵。 $\Psi_R$ 在未破缺的 $SO(5)$ 下为线性变换,在 $SU(5)$ 下为非线性变换, $U$ 是 $SU(5)$ 的非线性表示,具体为 $V$ 和 $\Pi$ 场的函数。为了给出 $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$ 和 $\Psi_R$ 之间的相互作用项,我们引进场 $\xi$ ,

$$\xi = e^{i\Pi/f}, \quad \Sigma = \xi^2 \Sigma_0. \quad (2.79)$$

通过 $\Sigma$ 场在 $SU(5)$ 下的变换规则,可以推出 $\xi$ 在 $SU(5)$ 下的变换

$$\Sigma \rightarrow V \Sigma V^T \Rightarrow \xi \rightarrow U \xi \Sigma_0 V^T \Sigma_0 = V \xi U^\dagger. \quad (2.80)$$

这里我们定义在T-宇称变换下

$$\Psi_1 \rightarrow -\Sigma_0 \Psi_2, \quad \Psi_R \rightarrow -\Psi_R, \quad (2.81)$$

由此式可以得到在T-宇称下,  $q_1 \rightarrow -q_2$ 。由 $\Pi$ 场的T-宇称变换规则(2.67)式,可以得到 $\xi$ 场在T-宇称变换下为

$$\xi \rightarrow \Omega \xi^\dagger \Omega. \quad (2.82)$$

这样,可以写出具有T-宇称不变的T-odd费米子间的相互作用项[40, 41]

$$\mathcal{L}_\kappa = -\kappa_{ij} f (\bar{\Psi}_2^i \xi + \bar{\Psi}_1^i \Sigma_0 \Omega \xi^\dagger \Omega) \Psi_R^j + h.c., \quad (2.83)$$

这里 $i, j = 1, 2, 3$ 是代指标。实际上(2.83)式并不具有 $SU(5)$ 的整体对称性。根据(2.78)和(2.80)式,第一项显然具有 $SU(5)$ 整体对称性。然而,因为 $\Omega$ 与 $SU(5)$ 和

$SO(5)$ 不对易, 第二项并不是 $SU(5)$ 不变的, 但是可以适当地改变(2.78)或(2.80)式的变换规则, 使其具有 $SU(5)$ 的整体对称性。也就是说, (2.83)式中单独每一项都可以具有 $SU(5)$ 的整体对称性, 二者一起破坏了 $SU(5)$ 的整体对称性, 仍然可以保证不会产生对Higgs质量的单圈二次发散贡献。

电弱自发对称破缺后, 由(2.83)式可以得到T-odd费米子的质量以及与Higgs粒子的相互作用项[45]

$$\mathcal{L}_\kappa \simeq -\sqrt{2}\kappa_{ij}f \left[ \bar{d}_{L-}^i d_R^j + \frac{1+c_\xi}{2} \bar{u}_{L-}^i u_R^j - \frac{1-c_\xi}{2} \bar{u}_{L-}^i q_R^j - \frac{s_\xi}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L-}^i \chi_R^j \right] + h.c., \quad (2.84)$$

其中 $c_\xi (\equiv \cos \frac{v+h}{\sqrt{2}f})$ 和 $s_\xi (\equiv \sin \frac{v+h}{\sqrt{2}f})$ 来源于场 $\xi$ 。T-宇称的本征态

$$u_{L\pm} = (u_{L1} \mp u_{L2})/\sqrt{2}, \quad d_{L\pm} = (d_{L1} \mp d_{L2})/\sqrt{2}, \quad (2.85)$$

“+”代表T-even, “-”代表T-odd。注意到 $\psi_R$ 中的第一项并没有在此式中出现。我们可以引进额外的场给 $\psi_R$ 和 $\chi_R$ 很重的质量<sup>5</sup>, 在唯象学的研究中一般认为它们的效应会退耦掉。

由(2.84)式可以得到T-odd费米子 $u_H^i (\equiv u_-^i)$ 和 $d_H^i (\equiv d_-^i)$ 的质量

$$\begin{aligned} m_{Hi}^u &= \sqrt{2}\kappa_i f \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} \right) \equiv m_{Hi} \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} \right), \\ m_{Hi}^d &= \sqrt{2}\kappa_i f \equiv m_{Hi} \end{aligned} \quad (2.86)$$

这里上指标 $u$ 和 $d$ 分别代表上型夸克和下型夸克,  $\kappa_i$ 是质量矩阵 $\kappa$ 的本征值。我们在后面把这三代T-odd费米子称为镜像费米子。

T-odd轻子部分与此类似。

### 2.3.3 Yukawa相互作用

T-odd粒子通过(2.83)式获得了质量, 但是T-even粒子依然没有质量。这一节, 我们主要介绍赋予T-even粒子质量的Yukawa相互作用。

#### 1. top夸克Yukawa相互作用

<sup>5</sup>一种可能的方法是再引进额外的 $SU(2)_3$ 规范群, 令 $\psi_L$ 是该规范群的二重态。这个 $SU(2)_3$ 与 $SU(5)$ 中的 $SU(2)_1$ 和 $SU(2)_2$ 一起破缺到标准模型中的 $SU(2)_L$ 。对称性破缺后,  $\psi$ 通过一个Yukawa类型的相互作用获得Dirac质量。此外, 还有其它的方法, 参见[39]。

在Littlest Higgs模型中, 为了抵消top夸克圈图导致的Higgs质量二次发散, 一个新的重夸克 $T$ 被引入。在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中, 思路与Littlest Higgs模型相同, 只是加上相应的项使其具有T-宇称不变。为了抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散贡献, 需要引进单态 $t'_1$ 和 $t'_2$ , 构成

$$Q_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ t'_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ t'_2 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad (2.87)$$

为了给出新的重夸克质量项, 还需要引进额外的单态 $t'_{1R}$ 和 $t'_{2R}$ 。这样我们可以写出具有T-宇称不变的top夸克Yukawa相互作用项[40, 41]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{top}} = & -\frac{1}{2\sqrt{2}}\lambda_1 f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \left[ (\bar{Q}_1)_i (\Sigma)_{jx} (\Sigma)_{ky} - (\bar{Q}_2 \Sigma_0)_i (\tilde{\Sigma})_{jx} (\tilde{\Sigma})_{ky} \right] u_R \\ & - \lambda_2 f (\bar{t}'_1 t'_{1R} + \bar{t}'_2 t'_{2R}) + h.c., \end{aligned} \quad (2.88)$$

其中,  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $x, y = 4, 5$ 。(2.88)式中的第一项和第二项分别具有 $SU(3)_1$ 和 $SU(3)_2$ 的整体对称性, Higgs粒子在第三项和第四项完全退耦掉, 满足协同对称破缺机制, 确保不会产生单圈二次发散的Higgs质量项。

在T-宇称变换下

$$Q_1 \rightarrow -\Sigma_0 Q_2, \quad t'_{1R} \rightarrow -t'_{2R}, \quad u_R \rightarrow u_R, \quad (2.89)$$

由此可推出在T-宇称变换下

$$q_1 \rightarrow -q_2, \quad t'_1 \rightarrow -t'_2. \quad (2.90)$$

因此T-宇称的本征态为

$$t'_\pm = \frac{t'_1 \mp t'_2}{\sqrt{2}}, \quad t'_{\pm R} = \frac{t'_{1R} \mp t'_{2R}}{\sqrt{2}}. \quad (2.91)$$

电弱对称自发破缺后, (2.88)式含有的费米子质量项以及与Higgs粒子相互作用项为

$$\mathcal{L}_t \simeq -\lambda_1 f \left( \frac{s_\Sigma}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L+} u_R + \frac{1+c_\Sigma}{2} \bar{t}'_+ u_R \right) - \lambda_2 f (\bar{t}'_+ t'_{+R} + \bar{t}'_- t'_{-R}) + h.c., \quad (2.92)$$

其中,  $u_{L+}$ 来自于(2.85)式,  $c_\Sigma (\equiv \cos \frac{\sqrt{2}(v+h)}{f})$ 和 $s_\Sigma (\equiv \sin \frac{\sqrt{2}(v+h)}{f})$ 来源于 $\Sigma$ 场。

$t'_-$ 和 $t'_{-R}$ 与镜像费米子不存在混合, 定义其质量本征态的左手场 $T_{-L}$ 和右手场 $T_{-R}$ :

$$T_{-L} \equiv t'_-, \quad T_{-R} \equiv t'_{-R}. \quad (2.93)$$

T-even的质量本征态之间存在混合, 因此top夸克和重的 $T_+$ 夸克的质量本征态写作如下形式:

$$t_L = c_L u_{L+} - s_L t'_{+}, \quad T_{+L} = s_L u_{L+} + c_L t'_{+}, \quad (2.94)$$

$$t_R = c_R u_R - s_R t'_{+R}, \quad T_{+R} = s_R u_R + c_R t'_{+R}, \quad (2.95)$$

混合参数为

$$s_L = x_L \frac{v}{f} \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} d_2 \right], \quad (2.96)$$

$$c_L = 1 - \frac{x_L^2 v^2}{2 f^2}, \quad (2.97)$$

$$s_R = \sqrt{x_L} \left[ 1 - \frac{v^2}{f^2} (1 - x_L) \left( \frac{1}{2} - x_L \right) \right], \quad (2.98)$$

$$c_R = \sqrt{1 - x_L} \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} x_L \left( \frac{1}{2} - x_L \right) \right], \quad (2.99)$$

其中

$$x_L = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}, \quad d_2 = -\frac{5}{6} + \frac{1}{2} x_L^2 + 2x_L(1 - x_L). \quad (2.100)$$

它们的质量分别为:

$$m_t = \frac{\lambda_1 \lambda_2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} x_L (1 - x_L) \right) \right], \quad (2.101)$$

$$m_{T_+} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{3} - x_L (1 - x_L) \right) \right], \quad (2.102)$$

$$m_{T_-} = \lambda_2 f \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{3} - \frac{1}{2} x_L (1 - x_L) \right) \right]. \quad (2.103)$$

## 2. 前两代上型夸克以及三代下型夸克的Yukawa相互作用

前两代上型夸克的Yukawa相互作用与top夸克类似, 只是不需要引入额外

的夸克[41]。它们的Yukawa相互作用项简单写作<sup>6</sup>

$$\mathcal{L}_{\text{up}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}\lambda_u f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \left[ (\bar{\Psi}_1)_i (\Sigma)_{jx} (\Sigma)_{ky} - (\bar{\Psi}_2 \Sigma_0)_i (\tilde{\Sigma})_{jx} (\tilde{\Sigma})_{ky} \right] u_R + h.c., \quad (2.104)$$

$\Psi_1$ 和 $\Psi_2$ 如(2.75)式所示。电弱对称自发破缺后，(2.104)式含有如下质量项以及与Higgs粒子的相互作用项

$$\mathcal{L}_u \simeq -\frac{\lambda_u}{\sqrt{2}} f s_\Sigma \bar{u}_{L+} u_R + h.c., \quad (2.105)$$

$u_{L+}$ 代表标准模型中前两代上型夸克的左手场 $u_L$ 。从(2.105)式可以得到前两代上型夸克的质量

$$m_u^i = \lambda_u^i v \left( 1 - \frac{v^2}{3f^2} \right) \quad (i = 1, 2). \quad (2.106)$$

下型夸克Yukawa相互作用项写作

$$\mathcal{L}_{\text{down}} = \frac{i\lambda_d}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ij} \epsilon_{xyz} \left[ (\bar{\Psi}'_2)_x (\Sigma)_{iy} (\Sigma)_{jz} X - (\bar{\Psi}'_1 \Sigma_0)_x (\tilde{\Sigma})_{iy} (\tilde{\Sigma})_{jz} \tilde{X} \right] d_R + h.c., \quad (2.107)$$

其中 $i, j = 1, 2$ ;  $x, y, z = 3, 4, 5$ ;

$$\Psi'_1 = \begin{pmatrix} -\sigma_2 q_1 \\ 0 \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi'_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ 0 \\ -\sigma_2 q_2 \end{pmatrix}. \quad (2.108)$$

在T-宇称变换下：

$$\Psi'_2 \rightarrow -\Sigma_0 \Psi'_1, \quad X \rightarrow \tilde{X}, \quad d_R \rightarrow d_R. \quad (2.109)$$

(2.107)式的 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 的规范不变性要求 $X$ 应该是 $SU(2)_i$  ( $i = 1, 2$ ) 的单态，并且 $U(1)_1$ 和 $U(1)_2$ 的超荷 $(Y_1, Y_2) = (1/10, -1/10)$ 。 $X$ 可以有两种选择： $(\Sigma_{33})^{-1/4}$ 或 $X = (\Sigma_{33}^\dagger)^{1/4}$ 。这里我们选取 $X = (\Sigma_{33})^{-1/4}$ 。

<sup>6</sup>严格讲，所有三代夸克都应该包含在top夸克的Yukawa作用项中。这样 $\lambda_1$ 就变成了 $3 \times 3$ 的Yukawa耦合矩阵。然而，重夸克T与u, c夸克的混合受到实验强烈的限制，以至于我们能够安全地忽略这些混合[46]。因此，为了简单起见，可以单独写出每一代夸克的Yukawa耦合。最后，我们“手动”的加上CKM混合矩阵。

电弱对称自发破缺后, (2.107)式含有下型夸克的质量项及与Higgs粒子相互作用项

$$\mathcal{L}_d \simeq \frac{\lambda_d}{2} f_{S\Sigma} \left( \bar{d}_{L_2} d_R X - \bar{d}_{L_1} d_R \tilde{X} \right) + h.c.. \quad (2.110)$$

在上面的式子中可以得到下型夸克的质量

$$m_d^i = \lambda_d^i v \left( 1 - \frac{v^2}{12f^2} \right) \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2.111)$$

轻子的质量可以由完全相同的方式得到。

根据(2.88)、(2.104)和(2.107)式 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 的规范不变性, 我们可以确定出费米子场 $U(1)_1$ 和 $U(1)_2$ 的超荷, 如表格2.2所示。

$q_1$	(2, 1/30; 1, 2/15)	$q_2$	(1, 2/15; 2, 1/30)
$t'_1$	(1, 8/15; 1, 2/15)	$t'_2$	(1, 2/15; 1, 8/15)
$t'_{1R}$	(1, 8/15; 1, 2/15)	$t'_{2R}$	(1, 2/15; 1, 8/15)
$u_R$	(1, 1/3; 1, 1/3)	$d_R$	(1, -1/6, 1, -1/6)
$l_1$	(2, -1/5; 1, -3/10)	$l_2$	(1, -3/10, 1, -1/5)
$e_R$	(1, -1/2; 1, -1/2)		

表 2.2: 费米子场在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下的量子数。

### 2.3.4 费米子规范相互作用

$\Psi_1$ 和 $\Psi_2$ 在规范群变换下是线性的, 它们的运动学项写成如下形式:

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \supset i\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu D_\mu^1 \Psi_1 + i\bar{\Psi}_2 \gamma^\mu D_\mu^2 \Psi_2, \quad (2.112)$$

其中

$$\begin{aligned} D_\mu^1 &= \partial_\mu - \sqrt{2}igQ_1^a W_{1\mu}^a - \sqrt{2}ig'Y_1^{(\Psi_1)} B_{1\mu} - \sqrt{2}ig'Y_2^{(\Psi_1)} B_{2\mu}, \\ D_\mu^2 &= \partial_\mu + \sqrt{2}igQ_2^{aT} W_{2\mu}^a - \sqrt{2}ig'Y_1^{(\Psi_2)} B_{1\mu} - \sqrt{2}ig'Y_2^{(\Psi_2)} B_{2\mu}. \end{aligned} \quad (2.113)$$

费米子场 $U(1)_1$ 和 $U(1)_2$ 的超荷 $Y_1$ 和 $Y_2$ 已在表2.2中给出。

分别用质量本征态表示(2.112)和(2.113)式中费米场和玻色场, (2.112)式可写为

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \supset i\bar{q}_{SM} \gamma^\mu D_\mu^L q_{SM} + i\bar{q}_H \gamma^\mu D_\mu^L q_H + ic\bar{q}_{SM} \gamma^\mu V_{H\mu} q_H, \quad (2.114)$$

这里

$$q_{SM} = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1 - q_2), \quad q_H = \frac{1}{\sqrt{2}}(q_1 + q_2). \quad (2.115)$$

$D_\mu^L$ 是标准模型中的协变导数,  $V_{H\mu}$ 是重的规范玻色子。(2.114)式中第一项表示标准模型中规范玻色子与费米子对的耦合, 第二项表示镜像费米子对与标准模型中规范玻色子的耦合, 第三项表示重规范玻色子与镜像费米子和标准模型费米子的耦合。T-宇称已经禁止了(2.114)式出现重规范玻色子与费米子对的耦合, 实现了我们引进T-宇称最重要的目的。

对于top夸克部分引入的 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 的单态场 $t'_1$ 和 $t'_2$ , 其运动学项可写成

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \supset i\bar{t}'_1 \gamma^\mu D_\mu^1 t'_1 + i\bar{t}'_2 \gamma^\mu D_\mu^2 t'_2, \quad (2.116)$$

这里

$$D_\mu^i = \partial_\mu - \sqrt{2}ig'Y_1^{(t'_i)} B_{1\mu} - \sqrt{2}ig'Y_2^{(t'_i)} B_{2\mu}, \quad (2.117)$$

相关的超荷 $Y_1$ 和 $Y_2$ 见表2.2。

标准模型中的右手费米子场以及 $t'_{1R}$ 、 $t'_{2R}$ 的运动学项也可以类似写出。而右手镜像费米子场即 $\Psi_R$ 的运动学项能够利用CCWZ方法给出[41, 47]:

$$\mathcal{L}_{\text{fermion}} \supset i\frac{1}{2}\bar{\Psi}_R \gamma^\mu \left( \partial_\mu - ig\xi^\dagger \hat{W}_\mu \xi - ig'\xi^\dagger \hat{B}_\mu \xi \right) \Psi_R + (\text{T-parity conjugate}), \quad (2.118)$$

其中

$$\hat{W} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W^3 & \sqrt{2}W_L^+ & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}W_L^- & -W^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -W^3 & -\sqrt{2}W_L^- \\ 0 & 0 & 0 & -\sqrt{2}W_L^+ & W^3 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} W'^3 & \sqrt{2}W_H^+ & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}W_H^- & -W'^3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & W'^3 & \sqrt{2}W_H^- \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2}W_H^+ & -W'^3 \end{pmatrix}, \quad (2.119)$$

$$\hat{B} = \frac{1}{6} \text{diag}(7, 7, 4, 1, 1)B + \frac{1}{10} \text{diag}(1, 1, -4, 1, 1)B'. \quad (2.120)$$

$\Psi_R$ 中的 $\psi_R$ 和 $\chi_R$ 质量很重, 在唯象学的研究中它们的效应可以忽略掉。定义镜像费米子的质量本征态的右手场 $u_{HR}$  ( $\equiv u'_R$ )和 $d_{HR}$  ( $\equiv d'_R$ ), 从(2.118)式可以得到它们与规范玻色子的耦合<sup>7</sup>:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge}} = & A_L \left( \frac{2}{3}e \bar{u}_{HR}\gamma^\mu u_{HR} - \frac{1}{3}e \bar{d}_{HR}\gamma^\mu d_{HR} \right) \\ & + \frac{g}{c_W} Z_L \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{2s_W^2}{3} + \delta_v \right) \bar{u}_{HR}\gamma^\mu u_{HR} + \left( -\frac{1}{2} + \frac{s_W^2}{3} \right) \bar{d}_{HR}\gamma^\mu d_{HR} \right] \\ & + \frac{g}{\sqrt{2}} W_L (1 + \delta_v) (\bar{u}_{HR}\gamma^\mu d_{HR} + \bar{d}_{HR}\gamma^\mu u_{HR}), \end{aligned} \quad (2.121)$$

这里 $\delta_v = -v^2/(8f^2) + \mathcal{O}(v^4/f^4)$ 。镜像费米子一共有三代, (2.121)式对每一代都适用。T-宇称禁止了(2.118)式出现重规范玻色子与镜像费米子对的耦合。

右手镜像轻子的耦合也可以通过类似方法得到。

### 2.3.5 镜像费米子部分的弱混合

镜像费米子与标准模型费米子存在类似于CKM矩阵的混合矩阵, 镜像夸克和镜像轻子部分分别有两个, 它们是:

$$V_{Hu}, \quad V_{Hd}, \quad V_{H\ell}, \quad V_{H\nu}. \quad (2.122)$$

下面我们简单介绍这些混合矩阵的来源。(2.83)式给出了镜像费米子的质量, 其中质量混合矩阵 $\kappa_{ij}$ 能够通过两个幺正矩阵 $V_H$ 和 $U_H$ 对角化

$$\kappa = (V_H)(\kappa_D)(U_H^\dagger). \quad (2.123)$$

矩阵 $V_H$ 作用在左手场,  $U_H$ 作用在右手场 $\Psi_R$ 。

在T-宇称本征态下, 有如下形式的运动学项:

$$gA_- (\bar{q}_- \gamma^\mu q_+^i + \bar{q}_+^i \gamma^\mu q_-), \quad (2.124)$$

这里 $A_-$ 和 $q_-$ 代表T-odd规范玻色子和夸克, 而 $q_+$ 代表T-even夸克。考虑T-odd和T-even部分的味混合, 我们能进一步将T-宇称本征态旋转成质量本征

<sup>7</sup>左手镜像费米子对与标准模型规范玻色子的耦合可从(2.112)式得到, 我们将在附录中给出。

态, 上式的相互作用可写成

$$g\bar{q}_{Hi}V_{Hj}^\dagger A_H\gamma^\mu \begin{pmatrix} (V_u)_k^j u_L^k \\ (V_d)_k^j d_L^k \end{pmatrix} + g \begin{pmatrix} \bar{u}_{Lk}(V_u^\dagger)_i^k \\ \bar{d}_{Lk}(V_d^\dagger)_i^k \end{pmatrix} A_H\gamma^\mu V_{Hj}^i q_H^j, \quad (2.125)$$

这里我们暂时用 $A_H$ 代表重的规范玻色子, 不再特指那个最轻的T-odd规范玻色子,  $q_H$ 代表镜像费米子的左手场二重态。矩阵 $V_u$ 和 $V_d$ 是标准模型中左手上型夸克和下型夸克的转动矩阵。类似于标准模型中的CKM矩阵, 与此部分味物理相关的转动矩阵可定义为

$$(V_H^\dagger)_k^i (V_u)_j^k \equiv (V_{Hu})_j^i, \quad (V_H^\dagger)_k^i (V_d)_j^k \equiv (V_{Hd})_j^i. \quad (2.126)$$

这两个矩阵满足

$$V_{Hu}^\dagger V_{Hd} = V_{\text{CKM}} \quad (2.127)$$

与夸克部分类似, 轻子部分也可以定义两个混合矩阵

$$(V_H^{(\ell)\dagger})_k^i (V_\nu)_j^k \equiv (V_{H\nu})_j^i, \quad (V_H^{(\ell)\dagger})_k^i (V_\ell)_j^k \equiv (V_{H\ell})_j^i. \quad (2.128)$$

这两个矩阵满足

$$V_{H\nu}^\dagger V_{H\ell} = V_{\text{PMNS}}. \quad (2.129)$$

夸克部分的 $V_{Hd}$ 描述了标准模型的下型夸克 $d, s, b$ 与镜像夸克之间的带电流和中性流相互作用;  $V_{Hu}$ 描述了标准模型的上型夸克 $u, c, t$ 与镜像夸克之间的相互作用; 轻子部分的 $V_{H\ell}$ 和 $V_{H\nu}$ 与此类似。这些新矩阵的出现暗示了在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中存在着新的味物理问题以及CP破坏的相互作用。

文献[48]将 $V_{Hd}$ 进行了参数化。具体形式为

$$V_{Hd} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23}^d & s_{23}^d e^{-i\delta_{23}^d} \\ 0 & -s_{23}^d e^{i\delta_{23}^d} & c_{23}^d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13}^d & 0 & s_{13}^d e^{-i\delta_{13}^d} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}^d e^{i\delta_{13}^d} & 0 & c_{13}^d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12}^d & s_{12}^d e^{-i\delta_{12}^d} & 0 \\ -s_{12}^d e^{i\delta_{12}^d} & c_{12}^d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.130)$$

简化之, 得到

$$V_{Hd} = \begin{pmatrix} c_{12}^d c_{13}^d & s_{12}^d c_{13}^d e^{-i\delta_{12}^d} & s_{13}^d e^{-i\delta_{13}^d} \\ -s_{12}^d c_{23}^d e^{i\delta_{12}^d} - c_{12}^d s_{23}^d s_{13}^d e^{i(\delta_{13}^d - \delta_{23}^d)} & c_{12}^d c_{23}^d - s_{12}^d s_{23}^d s_{13}^d e^{i(\delta_{13}^d - \delta_{12}^d - \delta_{23}^d)} & s_{23}^d c_{13}^d e^{-i\delta_{23}^d} \\ s_{12}^d s_{23}^d e^{i(\delta_{12}^d + \delta_{23}^d)} - c_{12}^d c_{23}^d s_{13}^d e^{i\delta_{13}^d} & -c_{12}^d s_{23}^d e^{i\delta_{23}^d} - s_{12}^d c_{23}^d s_{13}^d e^{i(\delta_{13}^d - \delta_{12}^d)} & c_{23}^d c_{13}^d \end{pmatrix}. \quad (2.131)$$

在最初的参数化形式中[49, 50], 就像CKM矩阵的定义一样,  $V_{Hd}$ 中包含三个物理的混合角以及一个弱相位。事实上,  $V_{Hd}$ 与CKM矩阵的情况是有区别的。在标准模型中, 出于么正性的考虑, CKM矩阵原则上需要三个混合角和六个相位。但是在定义上型夸克场以及下型夸克场时, 我们可以做适当的变换, 在保证带电流相互作用不变的条件下减少五个非物理的相位。在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中, 除了CKM矩阵描述的标准模型的味道改变的相互作用, 也有新的相互作用存在。这些相互作用分别来自重规范玻色子 $W_H$ 、 $Z_H$ 和 $A_H$ 传递的标准模型费米子与镜像费米子的混合。同样地,  $V_{Hd}$ 在么正性的要求下需要三个混合角以及六个相位角。但是, 镜像夸克场的转动只能减少三个非物理的相位。

### 第三章 top夸克的味改变中性流过程

top夸克是迄今为止发现的最重的基本粒子，质量 $m_t \simeq v/\sqrt{2}$ 接近电弱破缺能标。粒子物理学家由此认为top夸克同电弱对称破缺关系密切，在许多新物理模型中都对top夸克部分做了明显的修改。当前对top夸克性质的研究主要基于Tevatron已取得的实验数据，统计量较小，对一些性质的测量精度还令人不甚满意，而且很难给出有关新物理的信息。不过这种情况很快就会得以改变。欧洲核子研究中心（CERN）的大型强子对撞机LHC目前已成功实现了7TeV的质子束对撞，经过调试，它的质心能量最终将达到设计标准—14TeV。LHC被称为top夸克工厂，在其年积分亮度达到 $100fb^{-1}$ 时，每年可以产生大约 $8 \times 10^7$ 个top夸克对事例数，即使在初期较低的年积分亮度 $10fb^{-1}$ 下，每年也可产生大约 $8 \times 10^6$ 个top夸克对和 $3 \times 10^6$ 个单top夸克事例数。如此大量的事例数使我们能够更加精确地测量top夸克性质，以及探索其潜在的新物理效应[51]。

top夸克本身独特的性质使其对新物理非常敏感。例如：(1) 因为top夸克的质量很大，寿命很短，在形成强子之前已经衰变掉了，因此我们才有机会观察到“裸”夸克的性质，比如top夸克对的自旋关联可以据此在实验上测量出来。top夸克作为唯一一个我们可以学习其自旋性质的夸克，由它的自旋可观测量能够把标准模型和新物理区分开来，并期望在LHC上起到重要作用[52]。(2) 因为top夸克具有较大的Yukawa耦合，LHC上 $pp \rightarrow t\bar{t}h$ 产生过程的散射截面相对较大，使人们有可能通过这一过程寻找Higgs粒子[53]。许多新物理模型为了抵消top夸克对Higgs质量的单圈二次发散贡献，在top夸克的Yukawa耦合部分做了明显修改，如Little Higgs模型等[54]。这样，top夸克的Yukawa耦合强度可以与标准模型有很大不同，导致该过程的散射截面有可能与标准模型的预言值有较大偏离，可以以此来探索新物理的效应。(3) 单top夸克产生过程 $pp(\bar{p}) \rightarrow qt, t\bar{b}, tW^-$ 是测量 $V_{tb}$ 的理想过程[55]。去年三月份，美国费米实验室在粒子对撞实验中观察到了这类过程，但是在Tevatron上不可能研究实验细节，需要在LHC上进行更精确的研究。如果在树图层次存在新粒子来传递上述过程，或者top夸克的相关耦合强度与标准模型有明显偏离，这个过程的散射截面和各种分布与标准模型的预言值相比可能会有很大的改变，因此也是探索新物理效

	MSSM [58]	TC2 [59]	2HDM [61]	LHC $3\sigma$ sensitivity [62]
$t \rightarrow cZ$	$1.8 \times 10^{-6}$	$\mathcal{O}(10^{-4})$	$\mathcal{O}(10^{-6})$	$3.6 \times 10^{-5}$
$t \rightarrow c\gamma$	$5.2 \times 10^{-7}$	$\mathcal{O}(10^{-6})$	$\mathcal{O}(10^{-7})$	$1.2 \times 10^{-5}$
$t \rightarrow cg$	$3.2 \times 10^{-5}$	$\mathcal{O}(10^{-3})$	$\mathcal{O}(10^{-5})$	
$t \rightarrow cgg$	$3.5 \times 10^{-5}$	$\mathcal{O}(10^{-3})$		

表 3.1: MSSM、TC2和2HDM对各种top夸克稀有衰变的分支比在LHC上的预言值以及LHC对各种衰变道的探测能力。

	MSSM [58]	TC2 [60]	LHC $3\sigma$ sensitivity [62]
$gg \rightarrow t\bar{c}$	700 fb	30 pb	1500 fb
$cg \rightarrow t$	950 fb	1.5 pb	800 fb
$cg \rightarrow tg$	520 fb	3 pb	1500 fb
$cg \rightarrow t\gamma$	1.8 fb	20 fb	5 fb
$cg \rightarrow tZ$	5.7 fb	100 fb	35 fb

表 3.2: MSSM和TC对各种top夸克稀有产生过程散射截面在LHC上的预言值以及LHC对各种衰变道的探测能力。

应的一个重要过程。

此外, 味改变中性流传递的top夸克产生和衰变过程对新物理也是非常敏感的。在标准模型中, 不存在树图阶的top夸克味改变中性流过程。它们可以在圈图中通过传递W玻色子出现, 但是CKM矩阵的么正性决定它的大小正比于圈图内夸克质量的劈裂(GIM机制)。对于top夸克而言, 由于下型夸克质量劈裂远小于W玻色子的质量, 所以它的味改变中性流被强烈压低, 即使在LHC上也无法探测到标准模型所预言的的top夸克味改变中性流事例[56, 57]。但是, 如果存在新的粒子和味相互作用, 就极大增强了top夸克的味改变中性流过程将来在LHC上被探测到的可能性, 那么也就强烈证明了存在超出标准模型的新物理。许多新物理模型都预言了这样的新粒子和味相互作用, 例如超对称、人工色和双Higgs二重态模型等[58, 59, 60, 61]。研究表明, top夸克在这些模型中的味改变中性流能够得到极大提高, 有的甚至能够超出LHC的探测灵敏度。也就是说, 人们希望能在LHC上通过一些top夸克味改变中性流过程探测到这些新物

理模型的效应。表3.1和表3.2分别列出了这些模型中一些top夸克味改变中性流过程的衰变分支比和散射截面。

这一章，我们主要研究在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，top夸克在LHC上一些典型的味改变中性流过程。包括四个衰变道和五个产生道，它们分别是： $t \rightarrow cV (V = \gamma, Z, g)$ ,  $t \rightarrow cgg$ 和 $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow t$ ,  $cg \rightarrow tV (V = \gamma, Z, g)$ 。

### 3.1 top夸克味改变中性流衰变过程

通常情况下，top夸克主要衰变到 $Wb$ 。例如，在标准模型中， $t \rightarrow Wb$ 的衰变分支比超过95%。味改变中性流过程 $t \rightarrow cV (V = \gamma, Z, g)$ 和 $t \rightarrow cgg$ 的衰变分支比一般是非常小的，如果想在实验上探测到这些味改变中性流，就需要有足够多的top夸克事例数。前面讲到，LHC作为top夸克工厂，通过QCD过程每年可以产生大量的top夸克事例，这为我们探测top夸克味改变中性流的衰变过程提供了可能。而在标准模型中，这些衰变分支比大约在 $\mathcal{O}(10^{-14})$ 至 $\mathcal{O}(10^{-11})$ 之间，LHC提供的事例数还远远不够。

#### 3.1.1 $t \rightarrow cV (V = \gamma, Z, g)$ 和 $t \rightarrow cgg$

在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，重规范玻色子以及相应的Goldstone粒子传递的镜像费米子与标准模型上型夸克间的味相互作用（采用't Hooft-Feynman规范）能对top夸克味改变中性流过程产生新的贡献。这些重规范玻色子以及相应的Goldstone粒子分别是

$$(W_H^\pm, \omega^\pm), (Z_H, \omega^0), (A_H, \eta). \quad (3.1)$$

此外，因为T夸克与c夸克的混合非常小，它对味改变中性流过程的贡献可以忽略。 $t \rightarrow cV (V = \gamma, Z, g)$ 和 $t \rightarrow cgg$ 的费曼图分别如图3.1和图3.2所示。这些费曼图的计算相当复杂，具体的解析表达式也是冗长的。下面仅以 $t \rightarrow cg$ 和 $t \rightarrow cgg$ 为例，来体现解析运算的过程。

$t \rightarrow cg$ 的衰变振幅写作

$$\mathcal{M} = \frac{ig_s T^a}{16\pi^2} \bar{u}_c(p_2) [(L_1 q^\mu + L_2 p_1^\mu + L_3 \gamma^\mu) P_L + (R_1 q^\mu + R_2 p_1^\mu + R_3 \gamma^\mu) P_R] u_t(p_1) \epsilon_\mu(q, \lambda). \quad (3.2)$$

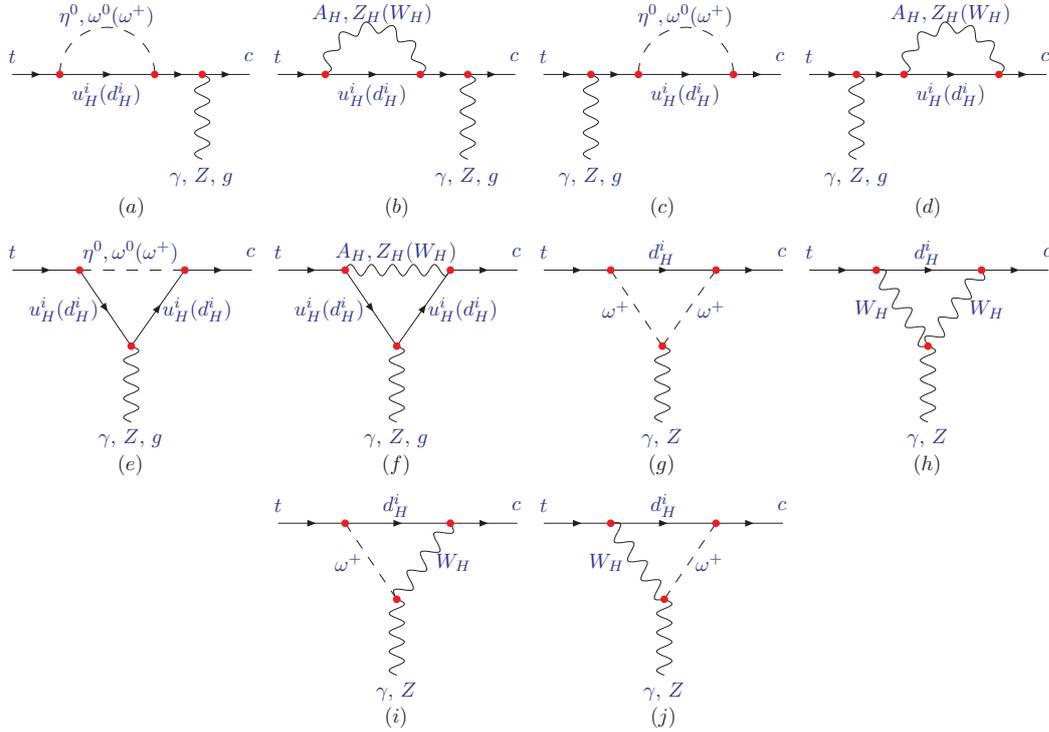


图 3.1: 具有T-宇称的Littlest Higgs模型中 $t \rightarrow cV (V = \gamma, Z, g)$ 在单圈阶的费曼图。

其中 $p_1$ ,  $p_2$ 和 $q$ 分别表示top夸克、 $c$ 夸克以及胶子的动量;  $\epsilon_\mu(q, \lambda)$ 是胶子的极化矢量,  $P_{L,R} = (1 \mp \gamma_5)/2$ ,  $T^a$ 是群 $SU(3)_C$ 的生成元;  $L_i, R_i (i = 1, 2, 3)$ 是来自图3.1中各个圈图的贡献, 它们均包含标量部分 $(L_i)_S, (R_i)_S$ 和矢量部分 $(L_i)_V, (R_i)_V$ 。标量部分

$$(L_1)_S = -2m_c b_2 a_3 (C_{21} + C_{11}) + 2m_t a_2 b_3 (C_{23} + C_{12}) + 2m_f a_2 a_3 (C_{11} + C_0), \quad (3.3)$$

$$(L_2)_S = 2m_c b_2 a_3 (C_{21} + C_{11} - C_{23} - C_{12}) + 2m_t a_2 b_3 (C_{22} - C_{23}) + 2m_f a_2 a_3 (C_{12} - C_{11} - C_0), \quad (3.4)$$

$$(L_3)_S = b_2 a_3 [m_c^2 (C_{23} + C_{12} - C_{21} - C_{11}) + m_t^2 (C_{23} - C_{22}) + 1/2 - 2C_{24}] + m_c m_t a_2 b_3 (C_{12} - C_{11}) + m_f (m_t b_2 b_3 + m_c a_2 a_3 + m_f b_2 a_3) C_0 + \frac{1}{m_t^2 - m_c^2} \{ b_2 a_3 [m_t^2 (B_0(p_1) + B_1(p_1)) - m_c^2 (B_0(p_2) + B_1(p_2))] \}$$

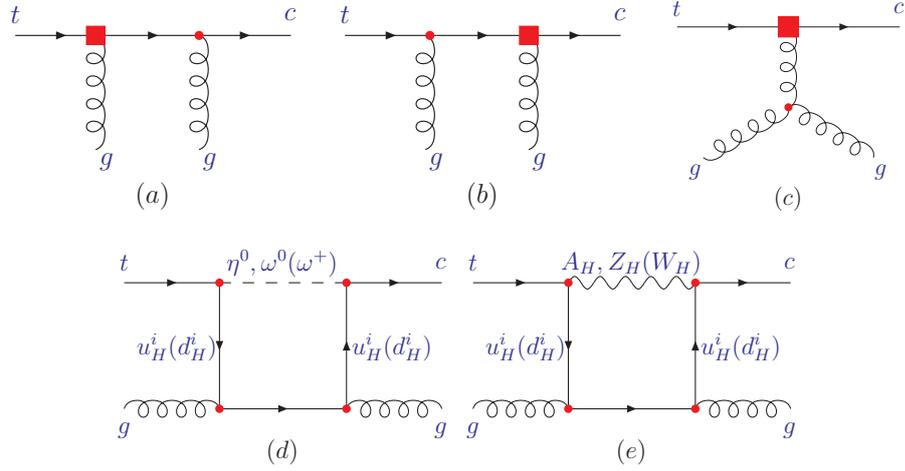


图 3.2: 具有T-宇称的Littlest Higgs模型中 $t \rightarrow cgg$ 在单圈阶的费曼图, (a)-(c)中的 $tcg$ 顶角见图3.1。考虑到(a)和(b)中存在重复的费曼图, 我们在实际计算中去掉了重复的部分。此外, 还有一些图可以通过交换外线的胶子得到, 我们这里没有给出。

$$+a_2b_3m_cm_t(B_0(p_1) + B_1(p_1) - B_0(p_2) - B_1(p_2)) \\ +b_2b_3m_fm_t(B_0(p_1) - B_0(p_2)) + a_2a_3m_fm_c(B_0(p_1) - B_0(p_2))\}, (3.5)$$

$$(R_1)_S = 2m_tb_2a_3(C_{23} + C_{12}) - 2m_ca_2b_3(C_{21} + C_{11}) \\ + 2m_fb_2b_3(C_{11} + C_0), (3.6)$$

$$(R_2)_S = 2m_tb_2a_3(C_{22} - C_{23}) + 2m_ca_2b_3(C_{21} + C_{11} - C_{23} - C_{12}) \\ + 2m_fb_2b_3(C_{12} - C_{11} - C_0), (3.7)$$

$$(R_3)_S = a_2b_3[m_c^2(C_{23} + C_{12} - C_{21} - C_{11}) + m_t^2(C_{23} - C_{22}) + 1/2 - 2C_{24}] \\ + b_2a_3m_cm_t(C_{12} - C_{11}) + m_f(b_2b_3m_c + a_2a_3m_t + a_2b_3m_f)C_0 \\ + \frac{1}{m_t^2 - m_c^2} \{a_2b_3[m_t^2(B_0(p_1) + B_1(p_1)) - m_c^2(B_0(p_2) + B_1(p_2))]\} \\ + b_2a_3m_cm_t(B_0(p_1) + B_1(p_1) - B_0(p_2) - B_1(p_2)) \\ + a_2a_3m_fm_t(B_0(p_1) - B_0(p_2)) + b_2b_3m_fm_c(B_0(p_1) - B_0(p_2))\}, (3.8)$$

其中 $C_{ij}(-p_2, p_1, m_f, m_S, m_f)$ ,  $B_i(p_1)(p_1, m_S, m_f)$ 和 $B_i(p_2)(p_2, m_S, m_f)$ 是标量圈

图函数[63]。矢量部分

$$(L_1)_V = 4m_c c_2 c_3 (C_{21} + C_{11}), \quad (3.9)$$

$$(L_2)_V = 4m_c c_2 c_3 (C_{23} - C_{21}), \quad (3.10)$$

$$(L_3)_V = 2c_2 c_3 [m_c^2 (C_{21} - C_{23}) + m_t^2 (C_{22} + C_{12} - C_{23} - C_{11}) - m_f^2 C_0 + 2C_{24} - 1] + \frac{c_2 c_3}{m_t^2 - m_c^2} [m_c^2 (2B_0(p_2) + 2B_1(p_2) - 1) - m_t^2 (2B_0(p_1) + 2B_1(p_1) - 1)], \quad (3.11)$$

$$(R_1)_V = -4m_t c_2 c_3 (C_{23} + C_{11}), \quad (3.12)$$

$$(R_2)_V = 4m_t c_2 c_3 (C_{23} + C_{11} - C_{22} - C_{12}), \quad (3.13)$$

$$(R_3)_V = 2c_2 c_3 m_c m_t (C_{12} - C_{11}) + \frac{2m_c m_t c_2 c_3}{m_t^2 - m_c^2} [B_0(p_2) + B_1(p_2) - B_0(p_1) - B_1(p_1)], \quad (3.14)$$

圈图函数有 $C_{ij}(-p_2, p_1, m_f, m_V, m_f)$ ,  $B_i(p_1)(p_1, m_V, m_f)$  和 $B_i(p_2)(p_2, m_V, m_f)$ 。其它的参数出自以下耦合顶角

$$\begin{aligned} S\bar{c}f &: a_2 P_L + b_2 P_R, & S\bar{f}t &: a_3 P_L + b_3 P_R, \\ V\bar{c}f &: i\gamma^\mu c_2 P_L, & V\bar{f}t &: i\gamma^\mu c_3 P_L, \end{aligned} \quad (3.15)$$

它们是计算中涉及到的四种不同的耦合，其中 $V$ 和 $S$ 分别代表矢量粒子和标量粒子。参数 $a_2$ ,  $b_2$ ,  $a_3$ ,  $b_3$ ,  $c_2$ 和 $c_3$ 在每一具体耦合中取不同的形式。具体形式见附录A中的费曼规则[64]。

$t \rightarrow cgg$ 的费曼图如图3.2，其中(a) – (c)的计算可以通过前面已知的有效顶角 $tcg$ 代入得到。实际计算考虑到图3.2中(a)和(b)中的重合部分，去掉了重复计算部分。(d)和(e)的箱图振幅写作

$$\mathcal{M}_d = -\frac{ig_s^2}{16\pi^2} T_{ij}^a T_{jk}^b \bar{u}_c(p_2) (a_2 P_L + b_2 P_R) S_{box} (a_3 P_L + b_3 P_R) u_t(p_1), \quad (3.16)$$

$$\mathcal{M}_e = -\frac{ig_s^2}{16\pi^2} T_{ij}^a T_{jk}^b \bar{u}_c(p_2) \gamma^\rho c_2 P_L S_{box} c_3 P_L \gamma_\rho u_t(p_1). \quad (3.17)$$

其中

$$\begin{aligned} S_{box} &= D_{\alpha\beta\gamma} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1^* \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} [m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1^* \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* + \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1^* (m_f - \not{q}_2) \not{\epsilon}_2^* \gamma^\beta \\ &+ (m_f - \not{p}_1 + \not{p}'_2) \not{\epsilon}_1^* \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* \gamma^\beta] + D_\alpha [m_f (m_f - \not{p}_1 + \not{p}'_2) \not{\epsilon}_1^* \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(m_f - \not{p}_1 + \not{p}'_2) \not{\epsilon}_1^*(m_f - \not{q}_2) \not{\epsilon}_2^* \gamma^\alpha + m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1^*(m_f - \not{q}_2) \not{\epsilon}_2^* \\
& + D_0 m_f (m_f - \not{p}_1 + \not{p}'_2) \not{\epsilon}_1^*(m_f - \not{q}_2) \not{\epsilon}_2^*,
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$D_{\alpha\beta\gamma}$ ,  $D_{\alpha\beta}$ 和 $D_\alpha$ 是变量为 $D(-p_2, p_1, q_1, q_2, m_f, m_{S(V)}, m_f, m_f)$ 的四点张量圈图函数[63];  $p_1$ ,  $p_2$ ,  $q_1$ 和 $q_2$ 分别是top夸克、 $c$ 夸克和两个出射胶子的动量;  $\epsilon_1$ 和 $\epsilon_2$ 是胶子的极化矢量。

利用LOOPTOOLS对这些圈图进行计算[65], 我们发现除了 $t \rightarrow cZ$ , 其它三个衰变过程的紫外发散在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 阶能够完全抵消掉。对于 $t \rightarrow cZ$ , 这种所谓的“剩余发散”反映了衰变振幅对紫外完整理论的依赖。我们采取文献[64]中的方法, 直接移走发散项 $1/\epsilon$ , 选取重整化标度为该模型的截断标度, 即 $\mu = \Lambda = 4\pi f$ 。

### 3.1.2 结果和讨论

在计算过程中, 涉及的标准模型参数有 $m_t = 171.4$  GeV,  $m_Z = 91.187$  GeV,  $m_W = 80.425$  GeV,  $m_c = 1.25$  GeV,  $\alpha = 1/128$ 和 $\alpha_s = 0.107$ [8]。新的自由参数有标度 $f$ , 三代镜像夸克质量以及混合矩阵 $V_{Hd}$ 。精确电弱测量数据要求 $f \geq 500$  GeV[66]。对于镜像夸克质量, 我们将(2.86)式保留到 $\mathcal{O}(v/f)$ , 得到 $m_{u_H^i} = m_{d_H^i}$ , 从而进一步选取

$$m_{u_H^1}(d_H^1) = m_{u_H^2}(d_H^2) \equiv m_{12}, \quad m_{u_H^3}(d_H^3) \equiv m_3. \tag{3.19}$$

为了简化计算, 我们对 $V_{Hd}$ 选取了两种典型的情况进行讨论:

1. 假设 $V_{Hd} = 1$ , 即 $V_{Hu} = V_{CKM}^\dagger$ 。在这种情况下, 重规范玻色子和Goldstone粒子传递的味相互作用对 $B$ 介子系统在单圈阶没有贡献, 因此 $B$ 介子衰变过程不会对参数给出限制。而 $D$ 介子系统会对镜像夸克的质量和标度 $f$ 给出限制, 但是这种限制依然较轻[49]。我们考虑了这些限制, 在图3.3中分别给出了 $t \rightarrow cV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )和 $t \rightarrow cgg$ 的衰变分支比随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。

2. 假设 $s_{23}^d = 1/\sqrt{2}$ ,  $s_{12}^d = s_{13}^d = 0$ ,  $\delta_{12}^d = \delta_{23}^d = \delta_{13}^d = 0$ 。在这种情况下,  $D$ 介子和 $B$ 介子系统会对镜像夸克的质量和标度 $f$ 给出较强的限制[49]。我们考虑了这些限制, 在图3.4中分别给出了 $t \rightarrow cV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )和 $t \rightarrow cgg$ 衰变分支比随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。

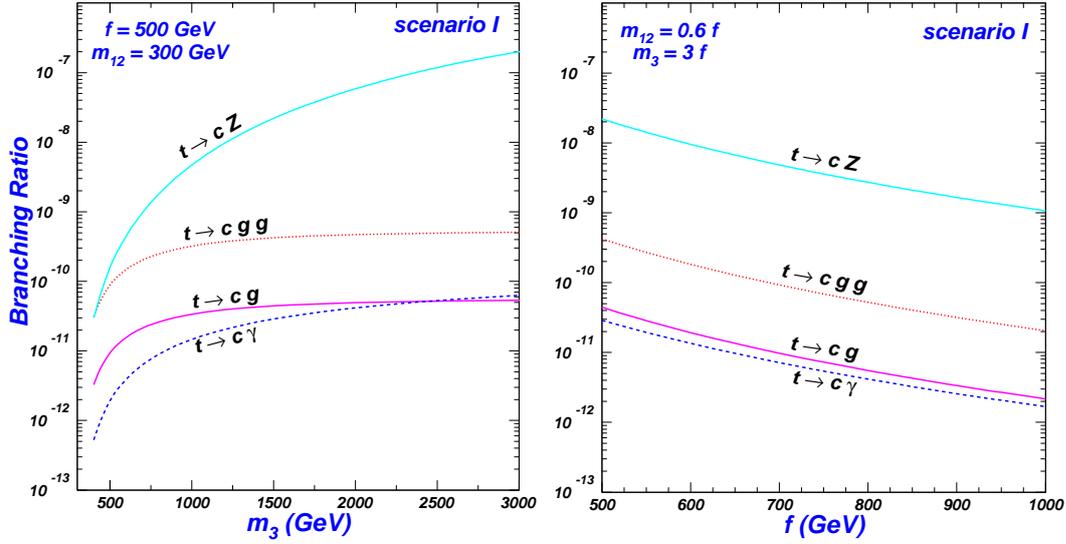


图 3.3: 当 $V_{Hd}$ 为第一种情况时, top夸克味改变中性流衰变过程 $t \rightarrow cV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )和 $t \rightarrow cgg$ 的衰变分支比分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。

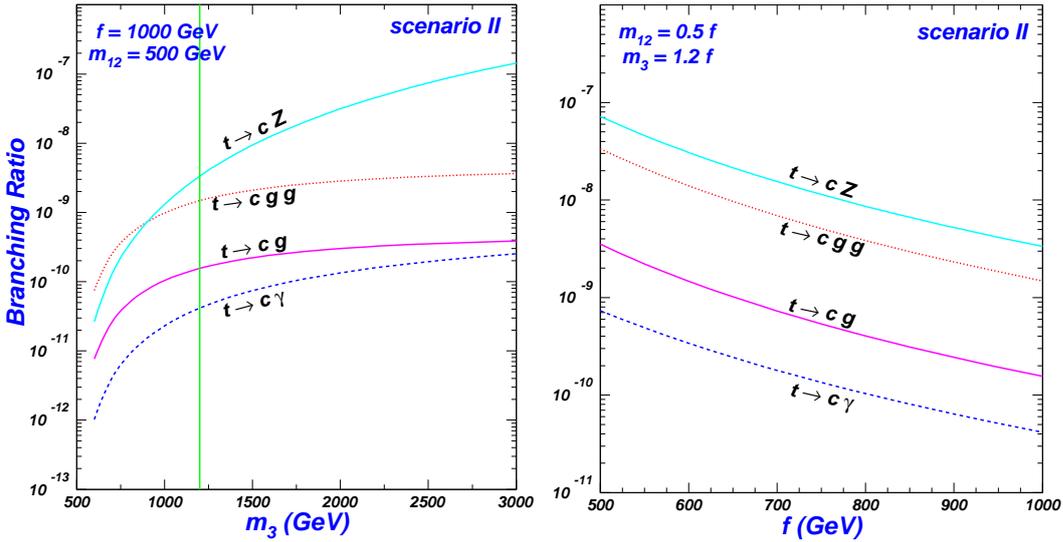


图 3.4: 当 $V_{Hd}$ 为第二种情况时, top夸克味改变中性流衰变过程 $t \rightarrow cV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )和 $t \rightarrow cgg$ 的衰变分支比分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。左图中垂直线右边的 $m_3$ 区域被 $D$ 介子和 $B$ 介子系统的实验限制所排除[49]。

图3.3和图3.4左面的图显示, 各种衰变道的分支比随着第三代镜像夸克的质量增加而增加。因为这些过程的衰变宽度均依赖于镜像夸克的质量差 $m_3 - m_{12}$ , 质量差越大, 衰变宽度越大, 所以在固定 $m_{12}$ 的前提下, 分支比会随着 $m_3$ 的增加而增加。 $m_3$ 从500GeV增至3TeV,  $t \rightarrow cg$ 和 $t \rightarrow cgg$ 的分支比增加了一个数量级,  $t \rightarrow c\gamma$ 增加了两个数量级,  $t \rightarrow cZ$ 增加了将近四个数量级。我们的数值结果显示, 图3.1和图3.2中每个图的贡献都会随着 $m_3$ 急剧增加。对于前三个衰变道, 每个过程对应的费曼图的贡献之间均存在较大的抵消效应, 所以它们的衰变宽度随着 $m_3$ 增加较缓慢。而 $t \rightarrow cZ$ 过程, 由于存在前面提到的“剩余发散”, 各个图的贡献抵消较差, 导致此道的衰变宽度随 $m_3$ 增加较快。

在图3.3和图3.4右面的图中, 我们分别选取 $m_{12}$ 和 $m_3$ 正比于 $f$ 。这四个过程的衰变分支比均随着 $f$ 的增加而快速降低, 显示了具有T-宇称的Littlest Higgs模型在top夸克味改变中性流衰变过程中具有较好的退耦行为。

与图3.3相比, 除了 $t \rightarrow cZ$ , 图3.4中其它三个过程的衰变分支比都有明显地提高, 这表明了 $V_{Hd}$ 的第二种取法比第一种取法能够提供更大的味相互作用。当然, 在第二种情况下,  $D$ 介子和 $B$ 介子系统对镜像夸克的质量和标度 $f$ 能够给出更严格的限制, 这一点也正好说明了前面的结论。

此外, 图3.3和图3.4均显示, 三体衰变 $t \rightarrow cgg$ 比两体衰变 $t \rightarrow cg$ 的分支比大, 类似的结果也出现在标准模型和很多新物理模型中。我们可以从以下两个角度去理解: (1)  $t \rightarrow cgg$ 振幅平方的QCD因子比 $t \rightarrow cg$ 大; (2) 与 $t \rightarrow cg$ 相比,  $t \rightarrow cgg$ 过程会有一些新的振幅贡献。 $t \rightarrow cg$ 过程的胶子是在壳的, 这会导致胶子的动量 $q$ 满足 $q^2 = 0$ 和 $q \cdot \epsilon = 0$ , 如果形状因子 $F$ 与这两项相乘的话, 将不会对 $t \rightarrow cg$ 产生贡献。而对于 $t \rightarrow cgg$ 过程, 存在不在壳的有效顶角 $tcg^*$ , 与 $q^2$ 和 $q \cdot \epsilon$ 相乘的形式因子 $F$ 仍然会起到贡献。

top夸克衰变在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中的另一个特点是:  $t \rightarrow cZ$ 的衰变分支比大于 $t \rightarrow c\gamma$ 、 $t \rightarrow cg$ 和 $t \rightarrow cgg$ , 这与标准模型以及其它新物理模型明显不同。原因在于 $t \rightarrow cZ$ 过程存在“剩余发散”, 该过程的衰变宽度对截断标度 $\Lambda$ 非常敏感。这表明具有T-宇称的Littlest Higgs模型作为低能有效理论, 还不能对 $t \rightarrow cZ$ 过程做出可靠的预言。

综上所述, 与标准模型相比, 具有T-宇称的Littlest Higgs模型可以显著提高top夸克味改变中性流衰变过程 $t \rightarrow c\gamma$ ,  $t \rightarrow cg$ ,  $t \rightarrow cgg$ 和 $t \rightarrow cZ$ 的分支比。在允许的参数空间内, 这四个过程的衰变分支比分别可以达

到 $\mathcal{O}(10^{-10})$ ,  $\mathcal{O}(10^{-10})$ ,  $\mathcal{O}(10^{-9})$ 和 $\mathcal{O}(10^{-7})$ 。文献[67]中曾经计算了 $t \rightarrow cV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )过程的衰变分支比, 但是他们得到的预言值偏大。由表3.1可以看出, 这些过程的衰变分支比远小于MSSM、TC2 和2HDM的预言值, 它们并没有达到LHC的探测灵敏度, 因此在LHC上探测这些味改变中性流过程是很困难的。

### 3.2 top夸克味改变中性流产生过程

LHC上最主要的top夸克产生过程是QCD作用的 $gg \rightarrow t\bar{t}$ 和 $q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}$ , 味改变中性流产生过程的散射截面与其相比是非常小的。尽管如此, 由于这类味改变中性流过程具有信号特殊、背景干净等特点, 因此只需较小的散射截面就有可能在LHC上被探测到。不过对于标准模型而言, 这些过程的散射截面仍然太小, 无法在LHC上进行探测。这一节, 我们主要在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中研究LHC上top夸克的味改变中性流产生过程:  $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )。

#### 3.2.1 $gg \rightarrow t\bar{c}$ , $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV$ ( $V = \gamma, Z, g$ )

与衰变过程类似, 具有T-宇称的Littlest Higgs模型对top夸克味改变中性流产生过程的主要贡献仍然来自于重规范玻色子以及相应的Goldstone粒子传递的镜像费米子与标准模型上型夸克间的味相互作用 (采用't Hooft-Feynman规范)。  $cg \rightarrow t$ 和 $gg \rightarrow t\bar{c}$ 、 $cg \rightarrow tg$ 的费曼图可以分别通过衰变过程 $t \rightarrow cg$ 和 $t \rightarrow cgg$ 的费曼图得到, 参见图3.1和图3.2;  $cg \rightarrow t\gamma$ 和 $cg \rightarrow tZ$ 过程的费曼图如图3.5所示。

$cg \rightarrow t$ 和 $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow tg$ 的振幅可分别由上节中 $t \rightarrow cg$ 和 $t \rightarrow cgg$ 的振幅代换得到。  $cg \rightarrow tV$  ( $V = \gamma, Z$ )的振幅

$$\mathcal{M}(cg \rightarrow tV) = \bar{u}_t(p_t)(\Gamma_{tree} + \Gamma_{box})u_c(p_c), \quad (3.20)$$

其中树图的有效顶角

$$\Gamma_{tree} = \Gamma_{(a)} + \Gamma_{(b)} + \Gamma_{(c)} + \Gamma_{(d)}, \quad (3.21)$$

箱图的有效耦合顶角

$$\Gamma_{box} = \Gamma_{(e)}[\omega^+, d_H^i] + \Gamma_{(f)}[W_H^+, d_H^i] + \Gamma_{(g)}[\omega^+, W_H^+, d_H^i] + \Gamma_{(h)}[W_H^+, \omega^+, d_H^i]$$

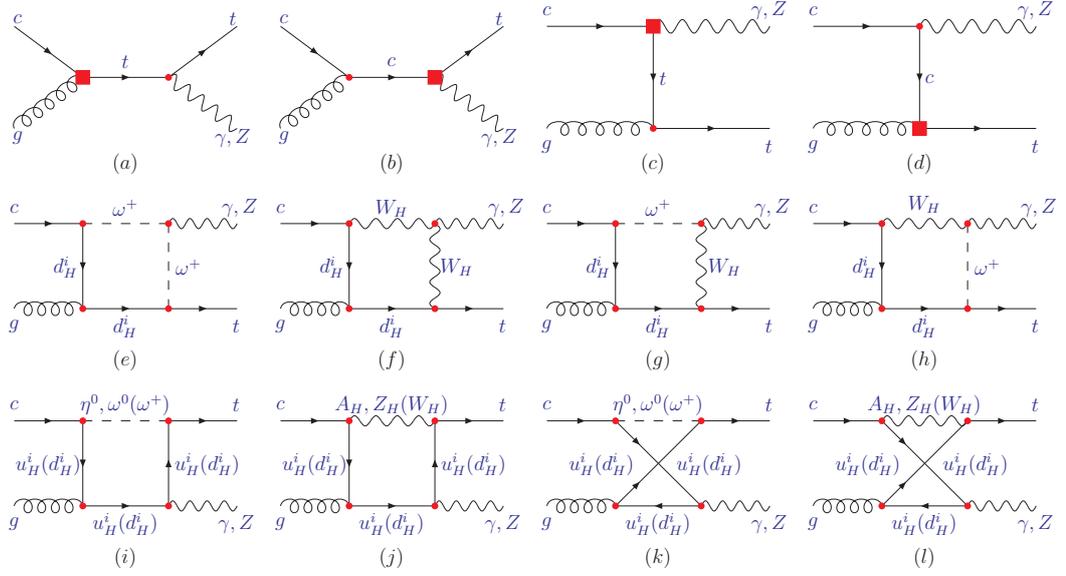


图 3.5: 具有T-宇称的Littlest Higgs模型中 $cg \rightarrow tV (V = \gamma, Z)$ 在单圈阶的费曼图。

$$\begin{aligned}
& +\Gamma_{(i)}[\eta\omega^0(\omega^+), u_H^i(d_H^i)] + \Gamma_{(j)}[A_H Z_H(W_H^+), u_H^i(d_H^i)] \\
& +\Gamma_{(k)}[\eta\omega^0(\omega^+), u_H^i(d_H^i)] + \Gamma_{(l)}[A_H Z_H(W_H^+), u_H^i(d_H^i)], \quad (3.22)
\end{aligned}$$

中括号内的粒子代表圈图内传播的粒子。(3.21)式中

$$\Gamma_{(a)} = -\frac{ig_s}{16\pi^2[(p_c + p_g)^2 - m_t^2]} \not{\epsilon}_2^*(Z_L^t P_L + Z_R^t P_R)(\not{p}_c + \not{p}_g + m_t)V_{tcg}'^\mu \cdot \epsilon_\mu, \quad (3.23)$$

$$\Gamma_{(b)} = -\frac{ig_s}{16\pi^2[(p_c + p_g)^2 - m_c^2]} V_{tcV}'^\nu \cdot \epsilon_\nu(\not{p}_c + \not{p}_g + m_t) \not{\epsilon}_1, \quad (3.24)$$

$$\Gamma_{(c)} = -\frac{ig_s}{16\pi^2[(p_c - p_V)^2 - m_t^2]} \not{\epsilon}_1(\not{p}_c - \not{p}_V + m_t)V_{tcV}'^\nu \cdot \epsilon_\nu, \quad (3.25)$$

$$\Gamma_{(d)} = -\frac{ig_s}{16\pi^2[(p_c - p_V)^2 - m_c^2]} V_{tcg}'^\mu \cdot \epsilon_\mu(\not{p}_c - \not{p}_V + m_c) \not{\epsilon}_2^*(Z_L^c P_L + Z_R^c P_R), \quad (3.26)$$

其中 $V_{tcg}'$ 和 $V_{tcV}'$ 分别是 $tcg$ 和 $tcV (V = \gamma, Z)$ 的有效顶角。不过在实际计算中, 去掉了费曼图重合的部分, 即图3.1中只考虑(a)或(c)中其一和(b)或(d)中其

一。(3.22)式中

$$\Gamma_{(e)} = -\frac{ig_s g_{VSS}}{16\pi^2} (a_3^* P_R + b_3^* P_L) [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] (2p_c - 2k - p_V)^\nu (a_2^* P_R + b_2^* P_L) \cdot \epsilon_\nu^*, \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{(f)} = & \frac{ig_s g_{VVV}}{16\pi^2} (c_3^* P_R + d_3^* P_L) \{ \gamma^\rho \{ -2 [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_{\alpha\nu} m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] \epsilon_\nu^* + [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] (2p_c - p_V)^\nu \cdot \epsilon_\nu^* \} \gamma_\rho \\ & + \{ D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} m_f \not{\epsilon}_2^* \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_{\alpha\beta} \not{\epsilon}_2^* (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha \gamma^\beta + D_\alpha m_f \not{\epsilon}_2^* (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + \not{\epsilon}_2^* [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] (2 \not{p}_V - \not{p}_c) \} \\ & + \{ D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 \gamma^\gamma \not{\epsilon}_2^* + D_{\alpha\beta} m_f \gamma^\alpha \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* + D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* + D_\alpha m_f \gamma^\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* - (\not{p}_V + \not{p}_c) [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] \not{\epsilon}_2^* \} \} (c_2^* P_R + d_2^* P_L), \quad (3.28) \end{aligned}$$

$$\Gamma_{(g)} = -\frac{ig_s g_{VVS}}{16\pi^2} (c_3^* P_R + d_3^* P_L) \not{\epsilon}_2^* [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] (a_2^* P_R + b_2^* P_L), \quad (3.29)$$

$$\Gamma_{(h)} = \frac{ig_s g_{VSS}}{16\pi^2} (a_3^* P_R + b_3^* P_L) \not{\epsilon}_2^* [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 + D_\alpha (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f (\not{p}_g + m_f) \not{\epsilon}_1] (c_2^* P_R + d_2^* P_L), \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{(i)} = & -\frac{ig_s}{16\pi^2} (a_3^* P_R + b_3^* P_L) \{ D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + D_{\alpha\beta} m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + (m_f - \not{p}_V) \not{\epsilon}_2^* Z_f [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + D_\alpha m_f \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g)] \} (a_2^* P_R + b_2^* P_L), \quad (3.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{(j)} = & -\frac{ig_s}{16\pi^2} (c_3^* P_R + d_3^* P_L) \gamma^\rho \{ D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + D_{\alpha\beta} m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + (m_f - \not{p}_V) \not{\epsilon}_2^* Z_f [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta + D_\alpha \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g) + D_\alpha m_f \not{\epsilon}_1 \gamma^\alpha + D_0 m_f \not{\epsilon}_1 (m_f - \not{p}_g)] \} \gamma_\rho (c_2^* P_R + d_2^* P_L), \quad (3.32) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{(k)} = & -\frac{ig_s}{16\pi^2} (a_3^* P_R + b_3^* P_L) \{ D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) + D_{\alpha\beta} m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) + (m_f + \not{p}_g) \not{\epsilon}_1 [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta + D_\alpha \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) \end{aligned}$$

$$+D_\alpha m_f \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\alpha + D_0 m_f \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V)]\}(a_2^* P_R + b_2^* P_L), \quad (3.33)$$

$$\begin{aligned} \Gamma^{(l)} = & -\frac{ig_s}{16\pi^2}(c_3^* P_R + d_3^* P_L)\gamma^\rho \{D_{\alpha\beta\gamma} \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\gamma + D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \gamma^\beta \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) \\ & + D_{\alpha\beta} m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta + D_\alpha m_f \gamma^\alpha \not{\epsilon}_1 \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) \\ & + (m_f + \not{p}_g) \not{\epsilon}_1 [D_{\alpha\beta} \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\beta + D_\alpha \gamma^\alpha \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V) \\ & + D_\alpha m_f \not{\epsilon}_2^* Z_f \gamma^\alpha + D_0 m_f \not{\epsilon}_2^* Z_f (m_f + \not{p}_V)]\} \gamma_\rho (c_2^* P_R + d_2^* P_L). \quad (3.34) \end{aligned}$$

其中除粒子质量外，其它参数出自：

$$\begin{aligned} S\bar{c}f & : a_2 P_L + b_2 P_R, \\ S\bar{f}t & : a_3 P_L + b_3 P_R, \\ V\bar{c}f & : i\gamma^\mu (c_2 P_L + d_2 P_R), \\ V\bar{f}t & : i\gamma^\mu (c_3 P_L + d_3 P_R), \\ Z\bar{f}f & : i\gamma^\mu Z_f = i\gamma^\mu (Z_L^H P_L + Z_R^H P_R), \\ ZS^+S^- & : ig_{VSS}(p_{S^+}^\mu - p_{S^-}^\mu), \\ ZV^+S^- & : g_{VVS}g^{\mu\nu}, \\ ZV^+V^- & : ig_{VVS}[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho + g^{\nu\rho}(p-q)^\mu + g^{\rho\mu}(q-k)^\nu], \quad (3.35) \end{aligned}$$

它们是计算中所涉及的不同耦合顶角，其中 $V$ 和 $S$ 分别代表矢量粒子和标量粒子。具体参数取值见附录A中的费曼规则[64]。

与衰变过程类似， $cg \rightarrow t$ 、 $gg \rightarrow t\bar{c}$ 、 $cg \rightarrow tg$ 和 $cg \rightarrow t\gamma$ 过程的紫外发散在 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ 阶完全抵消掉。而 $cg \rightarrow tZ$ 过程仍然存在“剩余发散”，我们采取的处理方法与 $t \rightarrow cZ$ 过程相同。

### 3.2.2 结果与讨论

在我们的计算过程中，用CTEQ6L来产生部分子的分布函数[68]，选取重整化标度等于因子化标度，即 $\mu_R = \mu_F = m_t$ 。其它参数的选取与前一节讨论衰变过程时完全相同，包括 $V_{Hd}$ 的两种取法。下文中每个过程的散射截面实际上都包含了其对应的电荷共轭过程的散射截面。

当 $V_{Hd}$ 为第一种取法时， $gg \rightarrow t\bar{c}$ 、 $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )产生过程的散射截面分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线如图3.6所

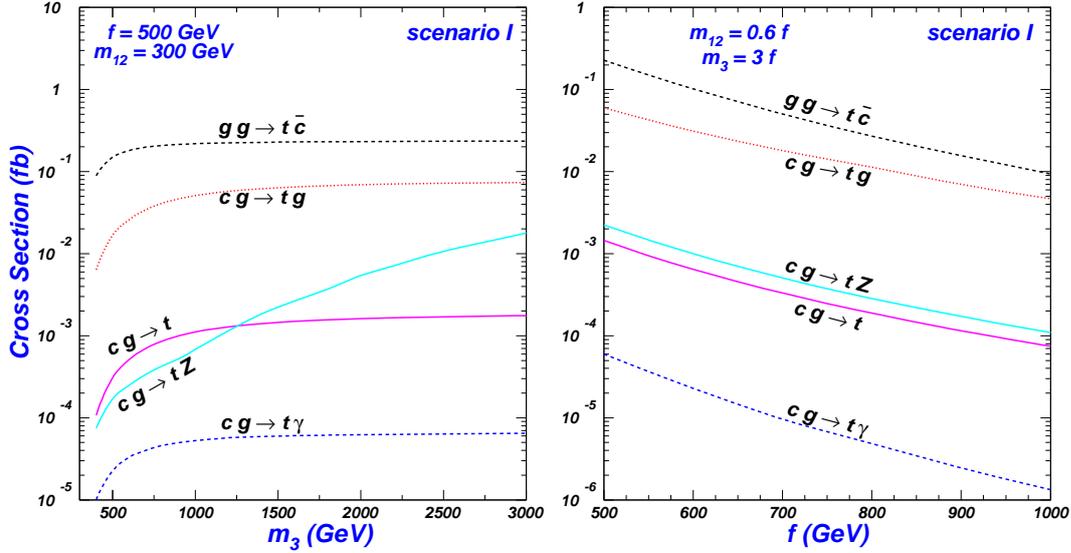


图 3.6: 当 $V_{Hd}$ 取第一种情况时, top 夸克味改变中性流产生过程 $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV$  ( $V = \gamma, Z, g$ ) 的散射截面分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。

示。 $V_{Hd}$ 为第二种取法时, 这五个过程的散射截面分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线如图3.7所示。

图3.6和图3.7中散射截面的曲线与图3.3和图3.4中衰变分支比的曲线类似, 依然随着 $m_3$ 的增加而增加, 标度 $f$ 的增加而减小。图3.6和图3.7也表明, 当 $V_{Hd}$ 为第二种取法时, 除了 $cg \rightarrow tZ$ 过程, 其它四个过程的散射截面都比第一种取法时明显增大, 这与上一节中的衰变过程类似, 原因也相同。这五个产生过程的散射截面大小关系有两种情况:

$$\sigma(gg \rightarrow t\bar{c}) > \sigma(cg \rightarrow tg) > \sigma(cg \rightarrow t) > \sigma(cg \rightarrow tZ) > \sigma(cg \rightarrow t\gamma), \quad (3.36)$$

$$\sigma(gg \rightarrow t\bar{c}) > \sigma(cg \rightarrow tg) > \sigma(cg \rightarrow tZ) > \sigma(cg \rightarrow t) > \sigma(cg \rightarrow t\gamma). \quad (3.37)$$

$cg \rightarrow tZ$ 过程的散射截面由于“剩余发散”的原因, 随 $m_3$ 增加较快, 当 $m_3$ 较大时, 它的散射截面能够大于 $cg \rightarrow t$ 。同样, 也因为 $cg \rightarrow tZ$ 过程对紫外完整理论比较敏感, 具有T-宇称的Littlest Higgs模型不能对其做出有意义的预言。

在允许的参数空间内, 具有T-宇称的Littlest Higgs模型中top 夸克味改变中性流产生过程 $cg \rightarrow tV$  ( $V = \gamma, Z, g$ )、 $cg \rightarrow t$ 、 $gg \rightarrow t\bar{c}$ 的散射截面分别可以达

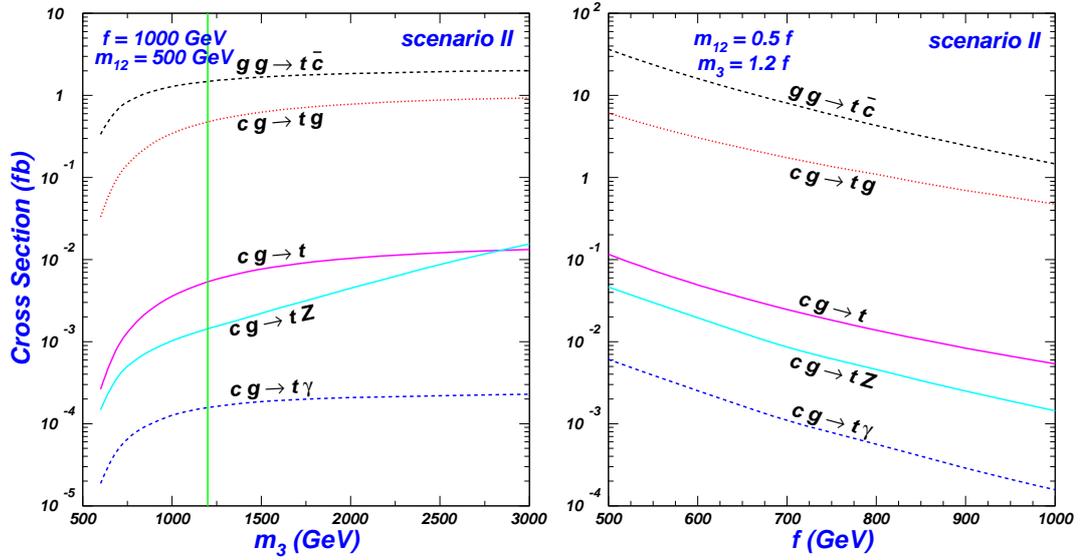


图 3.7: 当 $V_{Hd}$ 取第二种情况时, top 夸克味改变中性流产生过程 $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow t$ 和 $cg \rightarrow tV$ ( $V = \gamma, Z, g$ )的散射截面分别随第三代镜像夸克质量 $m_3$ 和标度 $f$ 的变化曲线。左图中垂直线右边的 $m_3$ 区域被 $D$ 介子和 $B$ 介子系统的实验限制所排除[49]。

到 $\mathcal{O}(10^{-4})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-1})fb$ 、 $\mathcal{O}(10^{-2})fb$ 、 $\mathcal{O}(1)fb$ 。由表3.2可以看出, 这些过程的散射截面远小于MSSM和TC2的预言值, 也没有达到LHC的探测灵敏度。

因此, 综合上一节的讨论, 我们可以得到如下结论: 在LHC上探测具有T-宇称的Littlest Higgs模型中top夸克的味改变中性流过程 $t \rightarrow cV$ ( $V = \gamma, Z, g$ ),  $t \rightarrow cgg$ 和 $gg \rightarrow t\bar{c}$ ,  $cg \rightarrow t$ ,  $cg \rightarrow tV$ ( $V = \gamma, Z, g$ )是很困难的, 这与其它的新物理模型如最小超对称、人工色和双Higgs二重态模型等有着明显的不同。



## 第四章 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流过程

在标准模型中, 涉及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流过程在树图水平被禁闭, 只能通过圈图产生, 因此涉及这一过程的衰变分支比都很小。 $B$ 介子弱辐射衰变 $B \rightarrow X_s \gamma$ 、纯轻衰变 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 、半轻衰变 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 以及 $Z$ 玻色子衰变过程 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 都涉及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流。

在标准模型的框架内, 人们考虑了前三个 $B$ 介子过程的高阶微扰贡献和QCD修正并对其进行了详细研究[69, 70, 71]。实验上, 重味平均组 (HFAG) 给出了这些衰变道的分支比[72]:

$$\begin{aligned} Br(B \rightarrow X_s \gamma) &= (3.52 \pm 0.23 \pm 0.09) \times 10^{-4} \quad (E_\gamma > 1.6 \text{ GeV}), \\ Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) &< 7.5 \times 10^{-8}, \\ Br(B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-) &= 4.3_{-1.2}^{+1.3} \times 10^{-6}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

这三个 $B$ 介子稀有衰变过程对限制各种新物理模型的参数空间起到了非常重要的作用。

$Z \rightarrow b\bar{s}$ 的衰变分支比在标准模型中的预言值非常小<sup>1</sup>, 大约为 $3 \times 10^{-8}$ [73]。许多新物理模型能够显著地抬高这个过程的衰变分支比, 如双Higgs二重态模型的预言值增加了一个量级[74], 最小超对称模型达到 $\mathcal{O}(10^{-6})$ [75], 人工色模型可以达到 $\mathcal{O}(10^{-5})$ [76]。如果LHC以 $100 \text{ fb}^{-1}$ 的年积分亮度运行, 每年可以产生 $5.5 \times 10^9$ 个 $Z$ 玻色子[77]; 另外, 正在筹划中的国际高能直线对撞机 (ILC) 上Giga- $Z$ 每年可以产生 $10^9$ 个 $Z$ 玻色子 (对应年积分亮度大约为 $30 \text{ fb}^{-1}$ )。如此大量的 $Z$ 玻色子事例数使我们能够利用 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 衰变过程对超出标准模型的新物理进行检验。

因为 $Z$ 玻色子衰变过程 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 与 $B$ 介子衰变过程 $B \rightarrow X_s \gamma$ 、 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 和 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 都涉及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流, 它们之间存在较强的关联。这一章, 我们在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中, 对这四个过程进行了统一研究。该模型对这些过程的贡献可以分为两类 (采用't Hooft-Feynman规范):

<sup>1</sup>在本文中,  $Z \rightarrow b\bar{s}$ 实际上就代表了 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 。

- T-even粒子贡献：一是来自于标准模型中的味相互作用，其中与top夸克相关的味道耦合会受到 $\mathcal{O}(\frac{v^2}{f^2})$ 的修正；二是 $W_L^\pm$ 玻色子及其对应的Goldstone粒子 $\pi^\pm$ 传递的重夸克 $T$ 与标准模型下型夸克间的味相互作用。
- T-odd粒子贡献：主要来自于重规范玻色子及其对应的Goldstone粒子传递的镜像夸克与标准模型下型夸克间的味相互作用。这些重的T-odd玻色子如(3.1)式所示，与top夸克味改变中性流过程类似。只是前者涉及的混合矩阵是 $V_{Hd}$ ，而后者为 $V_{Hu}$ 。此外，对于 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 和 $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 过程，这些重的T-odd玻色子传递的镜像轻子与 $\mu^\pm$ 的味相互作用也会在箱图中产生贡献。

## 4.1 B介子衰变中的味改变中性流过程

继续检验和完善标准模型以及寻找超出标准模型的新物理是当前粒子物理学的重要研究领域。无论是检验标准模型还是探索新物理，都强烈依赖于实验精度的提高和精确的理论计算。 $B$ 物理研究近年来得到了实验方面强有力的支持，除 $B$ 介子工厂之外，已经开始运行的LHC也将产生大量的 $B$ 介子。我们知道，在理论上研究 $B$ 介子过程要考虑非微扰效应，尽管这会使得提取标准模型基本参数和寻找新物理具有一定的不确定性，但是这种唯象研究在检验标准模型、理解味动力学以及寻找新物理等方面仍然发挥着很大的作用。因此对 $B$ 介子弱衰变的研究已经成为当前的热门前沿课题。

这一节我们主要介绍在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，涉及 $b \rightarrow s$ 转换过程的 $B$ 介子弱辐射衰变 $B \rightarrow X_s\gamma$ ，纯轻衰变 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 和半轻衰变 $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 。

### 4.1.1 $X, Y, Z$ 函数

$B$ 介子弱衰变过程的典型能标为 $\mathcal{O}(m_b)$ ，为了将能标之上的物理信息考虑进来，必须进行算符乘积展开(OPE)和重整化群演化(RG)。这样做的好处是：弱衰变过程对于重粒子(如top夸克)质量的依赖性能被很好地分离出来，它们的贡献可以进入到Wilson系数中。通过计算相关过程的企鹅图和箱图，可以得到描述这些粒子贡献的函数 $S_0(x)$ ,  $B_0(x)$ ,  $C_0(x)$ ,  $D_0(x)$ ,  $E_0(x)$ ,  $D'_0(x)$ 和 $E'_0(x)$ 。

它们的具体表达式如下[78]:

$$S_0(x) = \frac{4x - 11x^2 + x^3}{4(x-1)^2} + \frac{3x^3 \log x}{2(x-1)^3}, \quad (4.2)$$

$$B_0(x) = \frac{1}{4} \left[ \frac{x}{1-x} + \frac{x}{(x-1)^2} \log x \right], \quad (4.3)$$

$$C_0(x) = \frac{x}{8} \left[ \frac{x-6}{x-1} + \frac{3x+2}{(x-1)^2} \log x \right], \quad (4.4)$$

$$D_0(x) = -\frac{4}{9} \log x + \frac{-19x^3 + 25x^2}{36(x-1)^3} + \frac{x^2(5x^2 - 2x - 6)}{18(x-1)^4} \log x, \quad (4.5)$$

$$E_0(x) = -\frac{2}{3} \log x + \frac{x^2(15 - 16x + 4x^2)}{6(x-1)^4} \log x + \frac{x(18 - 11x - x^2)}{12(1-x)^3}, \quad (4.6)$$

$$D'_0(x) = -\frac{3x^3 - 2x^2}{2(x-1)^4} \log x + \frac{8x^3 + 5x^2 - 7x}{12(x-1)^3}, \quad (4.7)$$

$$E'_0(x) = \frac{3x^2}{2(x-1)^4} \log x + \frac{x^3 - 5x^2 - 2x}{4(x-1)^3}. \quad (4.8)$$

对于某一特定的衰变过程,不是上面所有的函数都会出现。由上面的表达式可以看出,只有 $C_0(x)$ 含粒子质量平方项,这一点表明 $C_0(x)$ 来自除 $B \rightarrow X_s \gamma$ 之外的所有 $Z^0$ 企鹅图。此外, $C_0(x)$ 函数取决于计算中所选取的规范,因此在它出现的过程中也会伴随出现 $B_0(x)$ 函数和 $D_0(x)$ 函数,从而抵消规范依赖性。重新定义规范无关的函数

$$X(x) = C_0(x) - 4B_0(x), \quad (4.9)$$

$$Y(x) = C_0(x) - B_0(x), \quad (4.10)$$

$$Z(x) = C_0(x) + \frac{1}{4}D_0(x). \quad (4.11)$$

考虑具有T-宇称的Littlest Higgs模型的贡献, $B_s$ 系统中的 $X, Y, Z$ 函数为[64]

$$X = X_{SM} + \bar{X}_{\text{even}} + \frac{1}{\lambda_t} \bar{X}_{\text{odd}}, \quad (4.12)$$

$$Y = Y_{SM} + \bar{Y}_{\text{even}} + \frac{1}{\lambda_t} \bar{Y}_{\text{odd}}, \quad (4.13)$$

$$Z = Z_{SM} + \bar{Z}_{\text{even}} + \frac{1}{\lambda_t} \bar{Z}_{\text{odd}}. \quad (4.14)$$

其中 $\lambda_t = V_{tb}^* V_{ts}$ ;  $X_{SM}, Y_{SM}$ 和 $Z_{SM}$ 是标准模型的贡献,表达式可由(4.3)-(4.5)式代入(4.9)-(4.11)式得到。 $\bar{X}_{\text{even}}, \bar{Y}_{\text{even}}, \bar{Z}_{\text{even}}$ 和 $\bar{X}_{\text{odd}}, \bar{Y}_{\text{odd}}, \bar{Z}_{\text{odd}}$ 分别来自于T-even和T-

odd部分的贡献。当然，这里T-even部分的贡献已经去掉了标准模型中的贡献。由于结果形式复杂，下面的介绍只针对本文的具体工作展开。

#### 4.1.2 LHT中的 $B \rightarrow X_s \gamma$

标准模型中，弱辐射衰变 $B \rightarrow X_s \gamma$ 的有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{eff}(b \rightarrow s \gamma) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} \left[ \sum_{i=1}^6 C_i(\mu) Q_i(\mu) + C_{7\gamma}(\mu) Q_{7\gamma}(\mu) + C_{8G}(\mu) Q_{8G}(\mu) \right], \quad (4.15)$$

其中 $C_i(\mu)$ 、 $C_{7\gamma}(\mu)$ 和 $C_{8G}(\mu)$ 是可微扰计算的Wilson系数， $Q_i(\mu)$ 、 $Q_{7\gamma}(\mu)$ 和 $Q_{8G}(\mu)$ 是有效算符。分支比 $Br^{SM}(b \rightarrow s \gamma)$ 的计算比较复杂，具体细节可以参考[69]。

对我们来讲，知道在重整化标度 $\mu_W = \mathcal{O}(M_W)$ 处的Wilson系数 $C_{7\gamma}$ 和 $C_{8G}$ 的领头阶就足够了，

$$C_{7\gamma}^0(\mu_W) = -\frac{1}{2} D'_0(x), \quad C_{8G}^0(\mu_W) = -\frac{1}{2} E'_0(x). \quad (4.16)$$

这个过程中主要的QCD修正来自 $\mu_W$ 至 $\mu_b = \mathcal{O}(m_b)$ 的重整化群演化以及 $\mu_b$ 处 $Q_2$ 和 $Q_{7\gamma}$ 的算符矩阵元，这些修正在标准模型和具有T-宇称的Littlest Higgs模型中是类似的。计算中我们将标准模型的QED修正保留到了次次领头阶，QCD修正保留到了次领头阶；新物理的贡献保留到领头阶。

具有T-宇称的Littlest Higgs模型对 $B \rightarrow X_s \gamma$ 的修正可以通过下面两项得到[50]

$$T_{D'}^{SM} \equiv \lambda_t D'_0(x_t), \quad T_{E'}^{SM} \equiv \lambda_t E'_0(x_t), \quad (4.17)$$

$\lambda_t$ 为CKM因子 $V_{tb}^* V_{ts}$ 。加入新物理修正后，

$$T_{D'} = T_{D'}^{\text{even}} + T_{D'}^{\text{odd}}, \quad T_{E'} = T_{E'}^{\text{even}} + T_{E'}^{\text{odd}}. \quad (4.18)$$

T-even部分的贡献为

$$T_{D'}^{\text{even}} = \lambda_t \left[ D'_0(x_t) + \frac{v^2}{f^2} x_L^2 (D'_0(x_T) - D'_0(x_t)) \right], \quad (4.19)$$

$$T_{E'}^{\text{even}} = \lambda_t \left[ E'_0(x_t) + \frac{v^2}{f^2} x_L^2 (E'_0(x_T) - E'_0(x_t)) \right]. \quad (4.20)$$

$x_L$ 见(2.100)式。T-odd部分的贡献为

$$T_{D'}^{\text{odd}} = \frac{1}{4} \frac{v^2}{f^2} [\xi_2(D'_{\text{odd}}(z_2) - D'_{\text{odd}}(z_1)) + \xi_3(D'_{\text{odd}}(z_3) - D'_{\text{odd}}(z_1))] , \quad (4.21)$$

$$T_{E'}^{\text{odd}} = \frac{1}{4} \frac{v^2}{f^2} [\xi_2(E'_{\text{odd}}(z_2) - E'_{\text{odd}}(z_1)) + \xi_3(E'_{\text{odd}}(z_3) - E'_{\text{odd}}(z_1))] . \quad (4.22)$$

这里  $\xi_2 = V_{Hd}^{2b*} V_{Hd}^{2s}$ ,  $\xi_3 = V_{Hd}^{3b*} V_{Hd}^{3s}$ ,

$$D'_{\text{odd}}(z_i) = D'_0(z_i) - \frac{1}{6} E'_0(z_i) - \frac{1}{30} E'_0(z'_i) , \quad (4.23)$$

$$E'_{\text{odd}}(z_i) = E'_0(z_i) + \frac{1}{2} E'_0(z_i) + \frac{1}{10} E'_0(z'_i) , \quad (4.24)$$

上面式子中出现的变量

$$x_t = \frac{m_t^2}{M_{W_L}^2} , \quad x_T = \frac{m_T^2}{M_{W_L}^2} , \quad (4.25)$$

$$z_i = \frac{m_{Hi}^2}{M_{W_H}^2} , \quad z'_i = \frac{m_{Hi}^2}{M_{A_H}^2} = z_i a , \quad a = \frac{5}{\tan^2 \theta_W} . \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4.26)$$

#### 4.1.3 LHT中的 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$

标准模型中,  $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 的衰变分支比为[78]

$$\begin{aligned} Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) &= \tau_{B_s} \frac{G_F^2}{\pi} \left( \frac{\alpha}{4\pi \sin^2 \theta_W} \right)^2 F_{B_s}^2 m_\mu^2 m_{B_s} \\ &\times \sqrt{1 - 4m_\mu^2/m_{B_s}^2} |V_{tb}^* V_{ts}|^2 Y^2(x_t) , \end{aligned} \quad (4.27)$$

其中  $\tau_{B_s}$  和  $F_{B_s}$  分别是  $B_s$  介子的寿命和衰变常数。在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中, 为了抵消(4.27)式中因子的不确定性, 我们令分支比

$$Br^{LHT}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) = Br^{SM}(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-) \left| \frac{Y}{Y_{SM}} \right|^2 , \quad (4.28)$$

上式成立的前提是假设在不依赖于新物理的树图阶给定了CKM矩阵元[64]。(4.13)式中T-even部分的贡献

$$\bar{Y}_{\text{even}} = x_L^2 \frac{v^2}{f^2} \left[ V_3(x_t, x_T) + \frac{x_L}{1 - x_L} \frac{x_t}{8} \right] , \quad (4.29)$$

其中

$$V_3(x_t, x_T) = \frac{(3 + 2x_t - 2x_t^2)}{8(-1 + x_t)} - \frac{x_t(2 - x_t + 2x_t^2) \log x_t}{8(-1 + x_t)^2} + \frac{(3 + 2x_t) \log x_T}{8} .$$

$$(4.30)$$

T-odd部分的贡献

$$\bar{Y}_{\text{odd}} = \left[ \xi_2 (J^{\mu\bar{\mu}}(z_2, x) - J^{\mu\bar{\mu}}(z_1, x)) + \xi_3 (J^{\mu\bar{\mu}}(z_3, x) - J^{\mu\bar{\mu}}(z_1, x)) \right], \quad (4.31)$$

其中

$$J^{\mu\bar{\mu}}(z_i, x) = \frac{1}{64} \frac{v^2}{f^2} \left[ z_i \left( \frac{z_i^2 - 2z_i + 4}{(1 - z_i)^2} \log z_i + \frac{5 - 2z_i}{1 - z_i} \right) \right. \\ \left. + \frac{z_i^2 (7 - z_i) \log z_i}{(1 - z_i)(x - z_i)} + \frac{x^2 (7 - x) \log x}{(1 - x)(z_i - x)} \right. \\ \left. + 6U(z_i, x) + \frac{3}{25a} U(z'_i, x') - 4G(z_i, x; \eta) \right]. \quad (4.32)$$

$$U(z_i, x) = \frac{z_i^2 \log z_i}{(z_i - x)(1 - z_i)^2} + \frac{x^2 \log x}{(x - z_i)(1 - x)^2} + \frac{1}{(1 - z_i)(1 - x)} \quad (4.33)$$

$$G(z_i, x; \eta) = -\frac{3}{10a} \left[ \frac{z_i^2 \log z_i}{(1 - z_i)(\eta - z_i)(z_i - x)} \right. \\ \left. + \frac{x^2 \log x}{(1 - x)(\eta - x)(x - z_i)} + \frac{\eta^2 \log \eta}{(1 - \eta)(z_i - \eta)(\eta - x)} \right]. \quad (4.34)$$

上面式子中的变量

$$z_i = \frac{m_{Hi}^2}{M_{WH}^2} = \frac{m_{Hi}^2}{M_{ZH}^2}, \quad z'_i = az_i \quad \text{with} \quad a = \frac{5}{\tan^2 \theta_W}, \quad (4.35)$$

$$x = \frac{m_{H\ell}^2}{M_{WH}^2} = \frac{m_{H\ell}^2}{M_{ZH}^2}, \quad x' = xa, \quad \eta = \frac{1}{a}. \quad (4.36)$$

这里 $m_{H\ell}$ 为镜像轻子的质量，可以简单地认为所有镜像轻子质量简并。

#### 4.1.4 LHT中的 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$

$B$ 介子双轻衰变 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 的有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{eff}(b \rightarrow s \mu^+ \mu^-) = \mathcal{H}_{eff}(b \rightarrow s \gamma) \\ - \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ts}^* V_{tb} [C_{9V}(\mu) Q_{9V}(\mu) + C_{10A}(\mu) Q_{10A}(\mu)] \quad (4.37)$$

它的双轻不变质量谱[71, 78]

$$R(s) = \frac{\frac{d}{ds}\Gamma(B \rightarrow X_s \ell^+ \ell^-)}{\Gamma(B \rightarrow X_c e \bar{\nu})}, \quad (4.38)$$

其中  $s = (p_{\ell^+} + p_{\ell^-})^2/m_b^2$ , 定义  $z = m_c/m_b$ ,

$$R(s) = \frac{\alpha^2}{4\pi^2} \left| \frac{V_{tb}^* V_{ts}}{V_{cb}} \right|^2 \frac{(1-s)^2}{f(z)\kappa(z)} \times \left[ (1+2s)(|\tilde{C}_9^{eff}|^2 + |\tilde{C}_{10}|^2) + 4\left(1 + \frac{2}{s}\right) |C_{7\gamma}^{(0)eff}|^2 + 12C_{7\gamma}^{(0)eff} \text{Re}\tilde{C}_9^{eff} \right]. \quad (4.39)$$

这里  $f(z) = 1 - 8z^2 + 8z^6 - z^8 - 24z^4 \ln z$  是相空间因子,  $k(z)$  是半轻衰变的次领头阶QCD修正因子。

(4.39)式中的有效Wilson系数须由前两节中介绍的  $Y, Z, D'$  函数得到[78], 因此在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中计算  $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$  的分支比, 就是在标准模型的基础上, 考虑T-even和T-odd粒子的贡献。Y函数和D'函数在前面计算  $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$  和  $B \rightarrow X_s \gamma$  时已经给出。式(4.14)中T-even部分的贡献

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{\text{even}} &= C_{\text{even}} + \frac{1}{4} D_{\text{even}} \\ &= -\frac{x_L^2 v^2}{16 f^2} \left[ \frac{-6 - 5x_t + 5x_t^2 - 3x_T + 3x_t x_T}{2(x_t - 1)} + \frac{8x_t - 10x_t^2 + 5x_t^3}{(x_t - 1)^2} \log x_t - (4x_t + x_T) \log x_T \right] \\ &\quad + \frac{x_L^2 v^4}{8 f^4} x_T \left( -\frac{3}{2} d_2 + x_L^2 + d_2 \log x_T \right) \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{v^2}{f^2} x_L^2 \left[ \frac{153x_t + 383x_t^2 + 245x_t^3 - 27x_t^4}{72(x_t - 1)^3} + \frac{16 - 64x_t + 36x_t^2 + 93x_t^3 - 84x_t^4 + 9x_t^5}{36(x_t - 1)^4} \log x_t \right. \\ &\quad \left. - \frac{41 - 24 \log x_T}{18} + \frac{x_T}{8} \left( 1 + 2d_2 \frac{v^2}{f^2} \right) (3 - 2 \log x_T) \right]. \quad (4.40) \end{aligned}$$

$x_L$  和  $d_2$  见(2.100)式。T-odd部分的贡献

$$\bar{Z}_{\text{odd}} = [\xi_2(Z_{\text{odd}}(z_2) - Z_{\text{odd}}(z_1)) + \xi_3(Z_{\text{odd}}(z_3) - Z_{\text{odd}}(z_1))], \quad (4.41)$$

其中

$$Z_{\text{odd}}(z_i) = C_{\text{odd}}(z_i) + \frac{1}{4} D_{\text{odd}}(z_i), \quad (4.42)$$

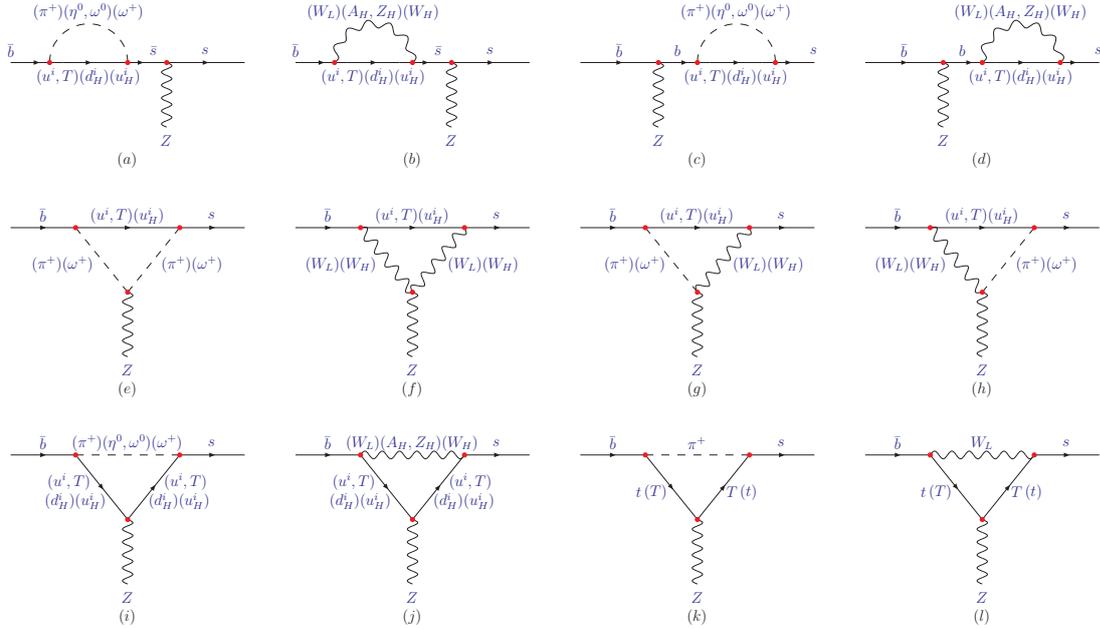


图 4.1: 具有T-宇称的Littlest Higgs模型中 $Z \rightarrow s\bar{b}$ 在单圈阶的费曼图

$$C_{\text{odd}}(z_i) = \frac{1}{64} \frac{v^2}{f^2} \left[ \frac{6z_i^2 + 4z_i}{(1-z_i)^2} \log z_i + \frac{-11z_i - z_i^2}{2(1-z_i)} + \frac{3}{2} z_i \right], \quad (4.43)$$

$$D_{\text{odd}}(z_i) = \frac{1}{4} \frac{v^2}{f^2} \left[ D_0(z_i) - \frac{1}{6} E_0(z_i) - \frac{1}{30} E_0(z'_i) \right]. \quad (4.44)$$

$D_0(z_i)$ ,  $E_0(z_i)$ 和 $E_0(z'_i)$ 的表达式分别见(4.5)、(4.6)和(4.8)式。

## 4.2 Z玻色子的味改变中性流衰变道 $Z \rightarrow b\bar{s}$

与top夸克的味改变中性流衰变过程类似，Z玻色子的稀有衰变过程对于探索新物理也是非常重要的。Z玻色子的味改变中性流衰变过程主要有轻子味破坏过程 $Z \rightarrow l_i^+ l_j^-$ 和夸克味破坏过程 $Z \rightarrow q_i \bar{q}_j$ [79]。其中， $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 过程的衰变分支比在大多数模型中（包括标准模型）是最大的，所以此衰变道被广泛研究[73, 74, 75, 76, 80]。

这一节，我们主要介绍具有T-宇称的Littlest Higgs模型中的 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 衰变过程。其主要贡献来源，已经在本章开头介绍过了。我们以 $Z \rightarrow s\bar{b}$ 过程为例，介绍其衰变宽度的具体计算方法。 $Z \rightarrow s\bar{b}$ 的费曼图如图4.1所示。

通过对这些圈图的直接计算,可以得到 $Zs\bar{b}$ 的有效耦合顶角

$$\begin{aligned}
\Gamma_{Zs\bar{b}}^\mu = & \Gamma_{self(a)}^\mu[\pi^+, u^i(T)] + \Gamma_{self(a)}^\mu[\omega^0(\eta), d_H^i] + \Gamma_{self(a)}^\mu[\omega^+, u_H^i] \\
& + \Gamma_{self(b)}^\mu[W_L, u^i(T)] + \Gamma_{self(b)}^\mu[A_H(Z_H), d_H^i] + \Gamma_{self(b)}^\mu[W_H, u_H^i] \\
& + \Gamma_{self(c)}^\mu[\pi^+, u^i(T)] + \Gamma_{self(c)}^\mu[\omega^0(\eta), d_H^i] + \Gamma_{self(c)}^\mu[\omega^+, u_H^i] \\
& + \Gamma_{self(d)}^\mu[W_L, u^i(T)] + \Gamma_{self(d)}^\mu[A_H(Z_H), d_H^i] + \Gamma_{self(d)}^\mu[W_H, u_H^i] \\
& + \Gamma_{SF_1F_2}^\mu[\pi^+, u^i(T), u^i(T)] + \Gamma_{SF_1F_2}^\mu[\pi^+, t(T), T(t)] \\
& + \Gamma_{SF_1F_2}^\mu[\omega^0(\eta), d_H^i, d_H^i] + \Gamma_{SF_1F_2}^\mu[\omega^+, u_H^i, u_H^i] \\
& + \Gamma_{VF_1F_2}^\mu[W_L, u^i(T), u^i(T)] + \Gamma_{VF_1F_2}^\mu[W_L, t(T), T(t)] \\
& + \Gamma_{VF_1F_2}^\mu[A_H(Z_H), d_H^i, d_H^i] + \Gamma_{VF_1F_2}^\mu[W_H, u_H^i, u_H^i] \\
& + \Gamma_{FSS}^\mu[u^i(T), \pi^+, \pi^-] + \Gamma_{FSS}^\mu[u_H^i, \omega^+, \omega^-] \\
& + \Gamma_{FVV}^\mu[u^i(T), W_L, W_L] + \Gamma_{FVV}^\mu[u_H^i, W_H, W_H] \\
& + \Gamma_{FVS}^\mu[u^i(T), W_L, \pi^-] + \Gamma_{FVS}^\mu[u_H^i, W_H, \omega^-] \\
& + \Gamma_{FSV}^\mu[u^i(T), \pi^+, W_L] + \Gamma_{FSV}^\mu[u_H^i, \omega^+, W_H], \tag{4.45}
\end{aligned}$$

中括号内的粒子代表圈图中出现的粒子。(4.45)式中的自能图贡献为

$$\begin{aligned}
\Gamma_{self(a)}^\mu = & \frac{ig}{16\pi^2 c_W (q_b^2 - m_s^2)} \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} s_W^2 \right) P_L + \frac{1}{3} s_W^2 P_R \right] (\not{q}_b + m_s) \left[ (B_\nu \gamma^\nu \right. \\
& \left. + \not{q}_b B_0) (a_3 b_2 P_L + a_2 b_3 P_R) + m_F B_0 (a_2 a_3 P_L + b_2 b_3 P_R) \right] (q_b, m_S, m_F), \tag{4.46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{self(b)}^\mu = & -\frac{ig}{16\pi^2 c_W (q_b^2 - m_s^2)} \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} s_W^2 \right) P_L + \frac{1}{3} s_W^2 P_R \right] (\not{q}_b + m_s) \left[ (2B_\nu \gamma^\nu \right. \\
& \left. + (2B_0 - 1) \not{q}_b) (c_2 c_3 P_L + d_2 d_3 P_R) - 2m_F (2B_0 - 1) (c_3 d_2 P_L + c_2 d_3 P_R) \right] \\
& (q_b, m_V, m_F), \tag{4.47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{self(c)}^\mu = & \frac{ig}{16\pi^2 c_W (p_s^2 - m_b^2)} \left[ (B_\nu \gamma^\nu + \not{p}_s B_0) (a_3 b_2 P_L + a_2 b_3 P_R) + m_F B_0 (a_2 a_3 P_L \right. \\
& \left. + b_2 b_3 P_R) \right] (\not{p}_s + m_b) \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} s_W^2 \right) P_L + \frac{1}{3} s_W^2 P_R \right] (p_s, m_S, m_F), \tag{4.48}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_{self(d)}^\mu = & -\frac{ig}{16\pi^2 c_W (p_s^2 - m_b^2)} \left[ (2B_\nu \gamma^\nu + (2B_0 - 1) \not{p}_s) (c_2 c_3 P_L + d_2 d_3 P_R) \right. \\
& \left. - 2m_F (2B_0 - 1) (c_3 d_2 P_L + c_2 d_3 P_R) \right] (\not{p}_s + m_b) \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} s_W^2 \right) P_L + \frac{1}{3} s_W^2 P_R \right] \\
& (p_s, m_V, m_F), \tag{4.49}
\end{aligned}$$

顶角图贡献为

$$\begin{aligned}\Gamma_{SF_1F_2}^\mu &= \frac{i}{16\pi^2} [C_{\sigma\rho}\gamma^\sigma\gamma^\mu\gamma^\rho(a_3b_2Z_R^fP_L + a_2b_3Z_L^fP_R) + \frac{1}{2}\gamma^\mu(a_3b_2Z_R^fP_L \\ &+ a_2b_3Z_L^fP_R) + C_\nu\gamma^\nu\gamma^\mu(a_2Z_L^fP_L + b_2Z_R^fP_R)(\not{q}_s + \not{q}_b + m_{F_2}) \\ &(a_3P_L + b_3P_R) + m_{F_1}\gamma^\mu(b_2b_3Z_L^fP_L + a_2a_3Z_R^fP_R)C_\nu\gamma^\nu \\ &+ m_{F_1}\gamma^\mu(b_2Z_L^fP_L + a_2Z_R^fP_R)(\not{q}_s + \not{q}_b + m_{F_2})(a_3P_L + b_3P_R)C_0] \\ &(q_s, q_b, m_{F_1}, m_S, m_{F_2}),\end{aligned}\quad (4.50)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{VF_1F_2}^\mu &= \frac{i}{16\pi^2} [(d_2Z_R^fP_L + c_2Z_L^fP_R)(-2C_{\sigma\rho}\gamma^\sigma\gamma^\mu\gamma^\rho - 2\gamma^\mu)(c_3P_L + d_3P_R) \\ &- 2(\not{q}_s + \not{q}_b)\gamma^\mu C_\nu\gamma^\nu(c_2c_3Z_L^fP_L + d_2d_3Z_R^fP_R) + 4m_{F_2}(c_3d_2Z_R^fP_L \\ &+ c_2d_3Z_L^fP_R)C_\mu + 4m_{F_1}(c_3d_2Z_L^fP_L + c_2d_3Z_R^fP_R)C_\mu \\ &+ 2m_{F_1}C_0(d_2Z_L^fP_L + c_2Z_R^fP_R)(2(q_s + q_b)^\mu - m_{F_2}\gamma^\mu)(c_3P_L + d_3P_R)] \\ &(q_s, q_b, m_{F_1}, m_V, m_{F_2}),\end{aligned}\quad (4.51)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{FSS}^\mu &= -\frac{ig_{VSS}}{16\pi^2} \{ -2C_{\mu\nu}\gamma^\nu(a_3b_2P_L + a_2b_3P_R) - (q_s + q_b)^\mu C_\nu\gamma^\nu(a_3b_2P_L \\ &+ a_2b_3P_R) + [-2C_\mu - (q_s + q_b)^\mu C_0]\not{q}_b(a_3b_2P_L + a_2b_3P_R) \\ &+ m_F[-2C_\mu - (q_s + q_b)^\mu C_0](a_2a_3P_L + b_2b_3P_R) \} \\ &(q_b, q_s, m_S, m_F, m_S),\end{aligned}\quad (4.52)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{FVV}^\mu &= \frac{ig_{CW}}{16\pi^2}(d_2P_L + c_2P_R) \{ -4C_{\mu\nu}\gamma^\nu + \gamma^\mu - 2C_\nu\gamma^\nu(q_s + q_b)^\mu \\ &+ 2(4m_F - 2\not{q}_b)C_\mu + (4m_F - 2\not{q}_b)(q_s + q_b)^\mu C_0 - [C_{\sigma\rho}g^{\sigma\rho} - \frac{1}{2}]\gamma^\mu \\ &- C_\nu\gamma^\nu(\not{q}_b + m_F)\gamma^\mu - \not{p}_Z C_\nu\gamma^\nu\gamma^\mu - \not{p}_Z(\not{q}_b + m_F)\gamma^\mu C_0 \\ &- [C_{\sigma\rho}g^{\sigma\rho} - \frac{1}{2}]\gamma^\mu + C_\nu\gamma^\mu\gamma^\nu(\not{p}_Z - \not{q}_s - \not{q}_b) - \gamma^\mu(\not{q}_b + m_F)C_\nu\gamma^\nu \\ &+ \gamma^\mu(\not{q}_b + m_F)(\not{p}_Z - \not{q}_s - \not{q}_b)C_0 \} (c_3P_L + d_3P_R) \\ &(q_b, q_s, m_V, m_F, m_V),\end{aligned}\quad (4.53)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{FVS}^\mu &= -\frac{ig_{VVS}}{16\pi^2}\gamma^\mu(c_2P_L + d_2P_R)[C_\nu\gamma^\nu + (\not{q}_b + m_F)C_0](a_3P_L + b_3P_R) \\ &(q_b, q_s, m_S, m_F, m_V),\end{aligned}\quad (4.54)$$

$$\begin{aligned}\Gamma_{FSV}^\mu &= \frac{ig_{VVS}}{16\pi^2}(a_2P_L + b_2P_R)[C_\nu\gamma^\nu + (\not{q}_b + m_F)C_0]\gamma^\mu(c_3P_L + d_3P_R) \\ &(q_b, q_s, m_V, m_F, m_S).\end{aligned}\quad (4.55)$$

以上式子中的 $q_b = -p_b$ ,  $q_s = -p_s$ , 这里 $p_b$ 和 $p_s$ 分别代表b夸克和s夸克的物理动量。 $B$ 函数和 $C$ 函数分别是两点和三点的Feynman积分函数, 它们依赖的变量分

别在每个表达式后面的小括号中给出。这些张量圈图函数可以展开成标量函数[63]，并用LOOPTOOLS进行计算[65]。上面式子中的参数 $a_2, b_2, a_3, b_3, c_2, d_2, c_3, d_3, Z_L^f, Z_R^f, g_{VSS}, g_{VVS}$ 是不同的耦合常数，它们分别出现在下列顶角中

$$\begin{aligned}
S\bar{s}f & : a_2P_L + b_2P_R, \\
S\bar{f}b & : a_3P_L + b_3P_R, \\
V\bar{s}f & : i\gamma^\mu(c_2P_L + d_2P_R), \\
V\bar{f}b & : i\gamma^\mu(c_3P_L + d_3P_R), \\
Z\bar{f}_1f_2 & : i\gamma^\mu(Z_L^fP_L + Z_R^fP_R), \\
ZS^+S^- & : ig_{VSS}(p_{S^+}^\mu - p_{S^-}^\mu), \\
ZV^+S^- & : g_{VVS}g^{\mu\nu},
\end{aligned}$$

其具体形式比较复杂，详见附录A。

以上给出的是 $Zs\bar{b}$ 的有效耦合顶角， $Zb\bar{s}$ 的有效顶角可以通过简单的替换得到。本文在计算 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 的衰变分支比时实际上考虑了两者之和，即 $Br(Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b})$ 。

### 4.3 结果和讨论

这一节，我们将对衰变过程 $B \rightarrow X_s\gamma, B_s \rightarrow \mu^+\mu^-, B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 和 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 的结果进行统一讨论。在我们的计算过程中，除了标准模型中的参数，还涉及到一些新的自由参数。其中有标度 $f$ 和top夸克Yukawa 相互作用中的参数 $r$  ( $r \equiv \lambda_1/\lambda_2 = \sqrt{\frac{x_L}{1-x_L}}$ )。考虑电弱精确测量数据的限制[66]，我们选取<sup>2</sup>

$$500 \text{ GeV} \leq f \leq 1500 \text{ GeV}, \quad 0.5 \leq r \leq 2.0. \quad (4.56)$$

此外，计算结果对镜像费米子质量和矩阵 $V_{Hd}$ 也比较敏感。为了简化计算，我们将这些参数分三种情况进行讨论。

1. 假设 $V_{Hd} = 1$ 。这种情况下，不存在镜像夸克与标准模型下型夸克间的味混合作用，因此T-odd 粒子对这四个衰变过程贡献为零，只有T-even粒子对这

<sup>2</sup>从精细调节的角度考虑， $f$ 的值不宜太大。

四个过程有贡献, 依赖于参数 $f$ 和 $r$ 。在(4.56)式所示的范围内扫描 $f$ 和 $r$ , 图4.2给出了这四个过程的衰变分支比和 $f$ 的关系。

2. 假设 $V_{Hd} = V_{CKM}$ 。这种情况下, T-even粒子和T-odd粒子都会对这四个衰变过程有贡献。涉及的敏感参数有 $f$ ,  $r$ ,  $m_{Hi}^d$ ; 此外,  $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 和 $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 过程也涉及到镜像轻子质量。简单起见, 我们认为所有的镜像轻子质量都简并。选取镜像轻子和镜像夸克的质量正比于标度 $f$ :

$$\begin{aligned} m_{H1}^l &= m_{H2}^l = m_{H3}^l = 0.5f, \\ m_{H1}^d &= m_{H2}^d = 0.6f, \quad m_{H3}^d = 1.4f. \end{aligned} \quad (4.57)$$

图4.3给出了这四个过程的衰变分支比和 $f$ 的关系。

3. 假设 $V_{Hd}$ 中的 $\delta_{13}^d$ 为自由参数, 其它参数

$$\begin{aligned} \delta_{12}^d &= \delta_{23}^d = 0, \\ \frac{1}{\sqrt{2}} &\leq s_{12}^d \leq 0.99, \\ 5 \times 10^{-5} &\leq s_{23}^d \leq 2 \times 10^{-4}, \\ 4 \times 10^{-2} &\leq s_{13}^d \leq 0.6. \end{aligned} \quad (4.58)$$

这种情况下大部分参数被放开, 参数空间比较大。矩阵 $V_{Hd}$ 的结构特点有 $s_{23}^d \ll s_{13}^d \leq s_{12}^d$  (CKM矩阵中的结构特点为:  $s_{13} \ll s_{23} \ll s_{12}$ )。T-even粒子和T-odd粒子都会对这四个过程有贡献, 其它参数的选取与第二种情况相同。图4.4给出了这四个过程的衰变分支比和 $f$ 的关系。

由图4.2、4.3和4.4可以看出, 这四个过程的衰变分支比均对标度 $f$ 较敏感,  $f$ 值越小, 其所能达到的分支比越大。相对于 $V_{Hd}$ 前两种情况, 第三种情况能够提供较大的 $b \rightarrow s$ 转换味改变中性流, 因此这四个过程的衰变分支比相对能取得更大的值。

- $B \rightarrow X_s\gamma$ : 对于 $V_{Hd}$ 前两种情况,  $Br(B \rightarrow X_s\gamma)$ 都在实验值的 $1\sigma$ 误差范围内。但是,  $V_{Hd}$ 为第三种情况时,  $2\sigma$ 的上下限均能排除一些 $f$ 值较小的参数空间。

- $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ : 此过程能给出相对较强的限制。对于 $V_{Hd}$ 三种情况, 实验值 $2\sigma$ 上限都能排除一些 $f$ 值较小的参数空间。
- $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ : 对于 $V_{Hd}$ 三种情况,  $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ 均满足实验值上限, 对参数空间没有给出限制。
- $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ : 与标准模型预言值相比,  $Br(Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b})$ 在 $V_{Hd}$ 的三种情况下均能显著提高, 在第三种情况下其值在一些参数空间内也可被压低。当 $f = 500$  GeV时,  $Br(Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b})$ 可达到 $2 \times 10^{-7}$ 。考虑三个 $B$ 介子衰变实验值的限制,  $Br(Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b})$ 在 $V_{Hd}$ 的三种情况下都在 $1 \times 10^{-7}$ 左右。这也反应了 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 过程同 $B$ 介子衰变过程有较强的关联, 当具有T-宇称的Littlest Higgs模型的效应使 $Br(Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b})$ 超过 $1 \times 10^{-7}$ 时, 也使 $B$ 介子的衰变分支比偏离实验值 $2\sigma$ 以上。

综上所述, 具有T-宇称的Littlest Higgs模型能够比较容易满足 $B \rightarrow X_s \gamma$ 、 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 和 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 实验值的限制。 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 过程与这三个 $B$ 介子衰变过程存在较强的关联, 在这三个 $B$ 介子衰变实验值的限制下, 其分支比可达到 $1 \times 10^{-7}$ 。目前实验对 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ 过程的探测能力为 $\mathcal{O}(10^{-5})$ 。在不久的将来, 以年积分亮度为 $100 fb^{-1}$ 运行的LHC, 每年可以产生 $5.5 \times 10^9$ 个 $Z$ 玻色子[77]; 此外, 正在筹划中的ILC每年预计可以产生 $10^9$ 个 $Z$ 玻色子。因此, 在这些实验中通过 $Z$ 玻色子的稀有衰变过程 $Z \rightarrow b\bar{s} + s\bar{b}$ , 能够对具有T-宇称的Littlest Higgs模型进行检验。

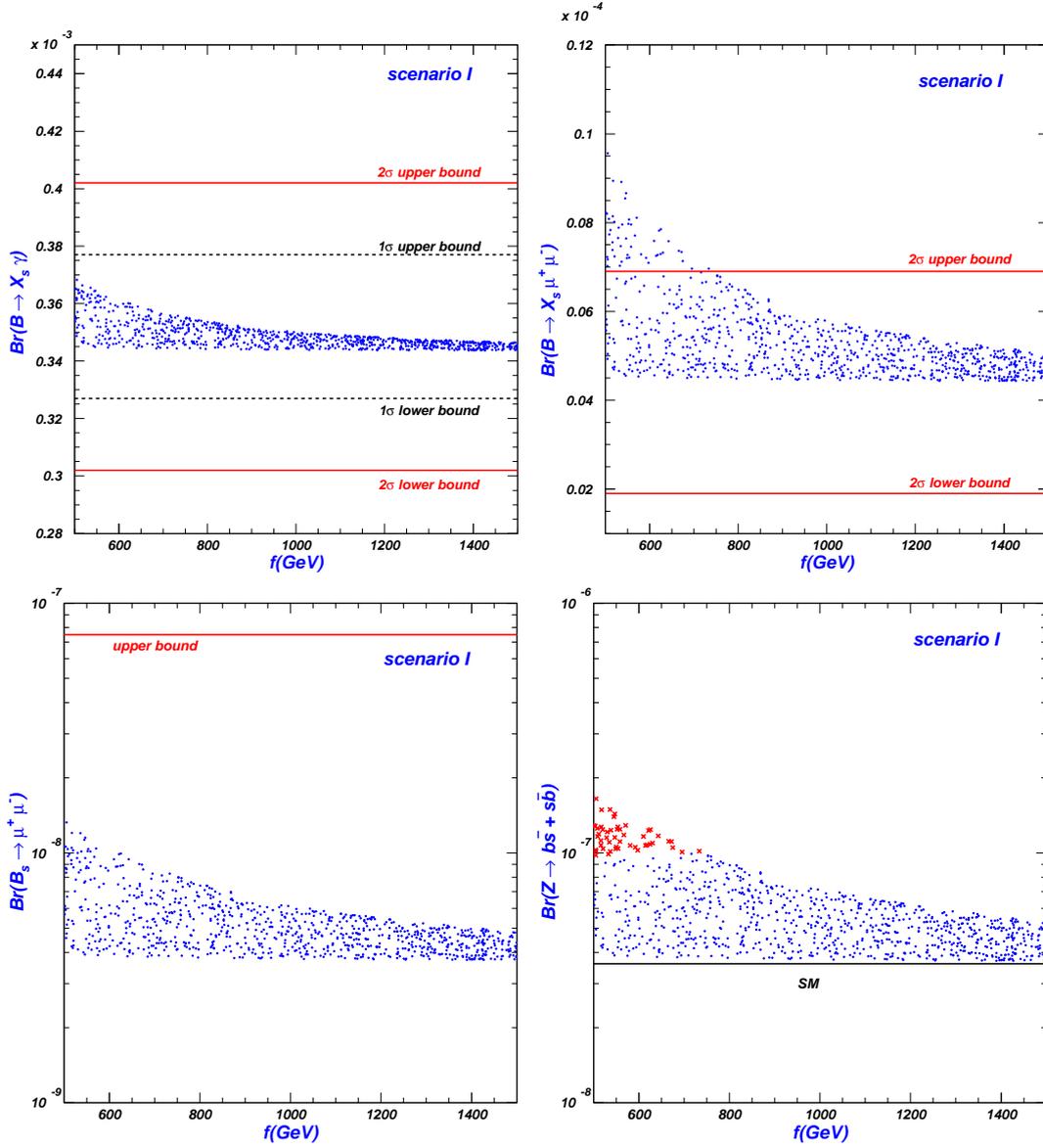


图 4.2:  $V_{Hd}$ 取第一种情况,  $Br(B \rightarrow X_s \gamma)$ 、 $Br(B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-)$ 、 $Br(B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-)$ 和 $Br(Z \rightarrow s\bar{b} + b\bar{s})$ 和标度 $f$ 之间的关系。右下图中的蓝点表示在 $B \rightarrow X_s \gamma$ 和 $B \rightarrow X_s \mu^+ \mu^-$ 实验值 $2\sigma$ 误差范围内, 以及 $B_s \rightarrow \mu^+ \mu^-$ 实验值上限以下; 红叉则是被这些限制所排除。

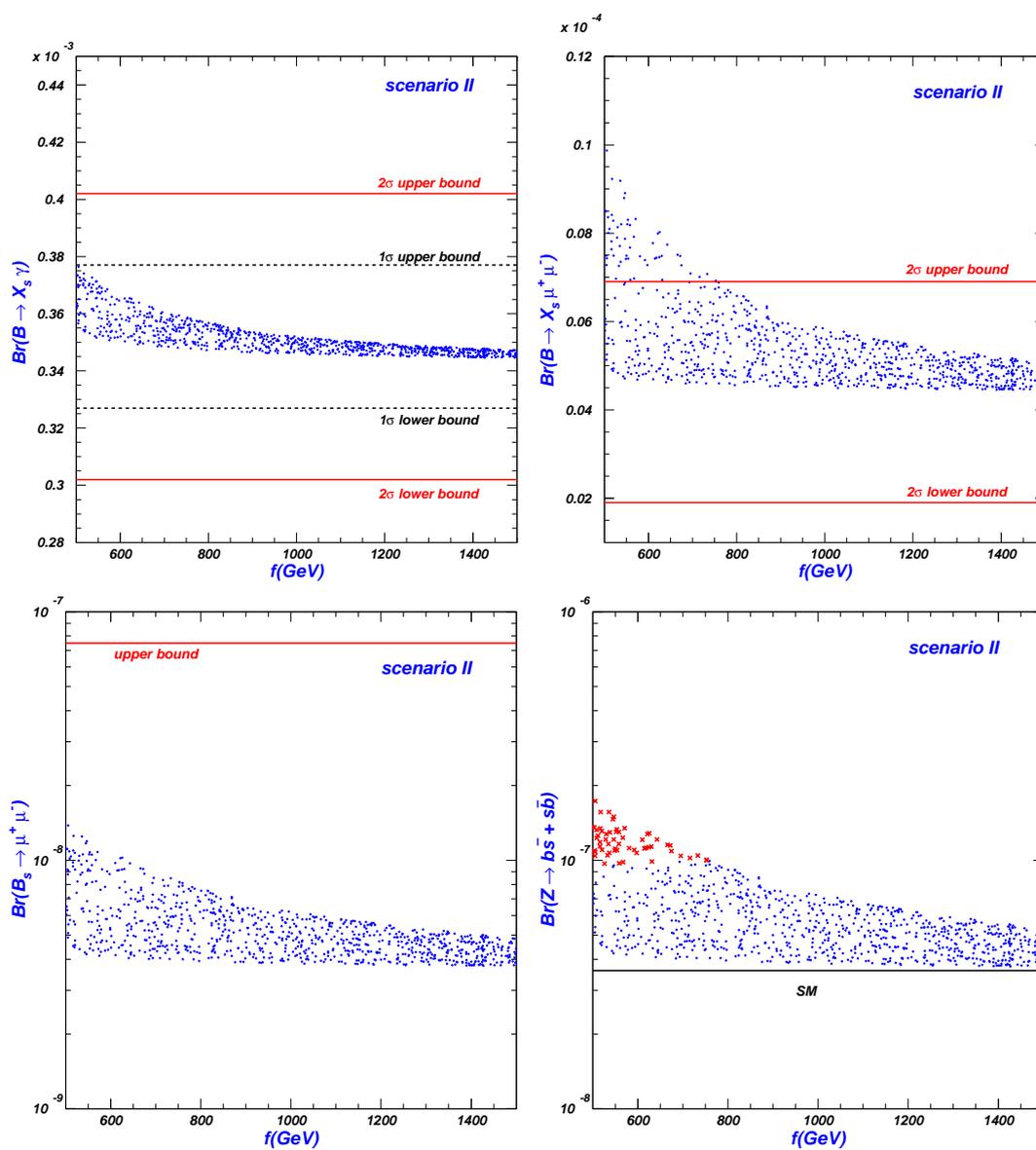


图 4.3: 同图4.2, 对应于 $V_{Hd}$ 的第二种情况。

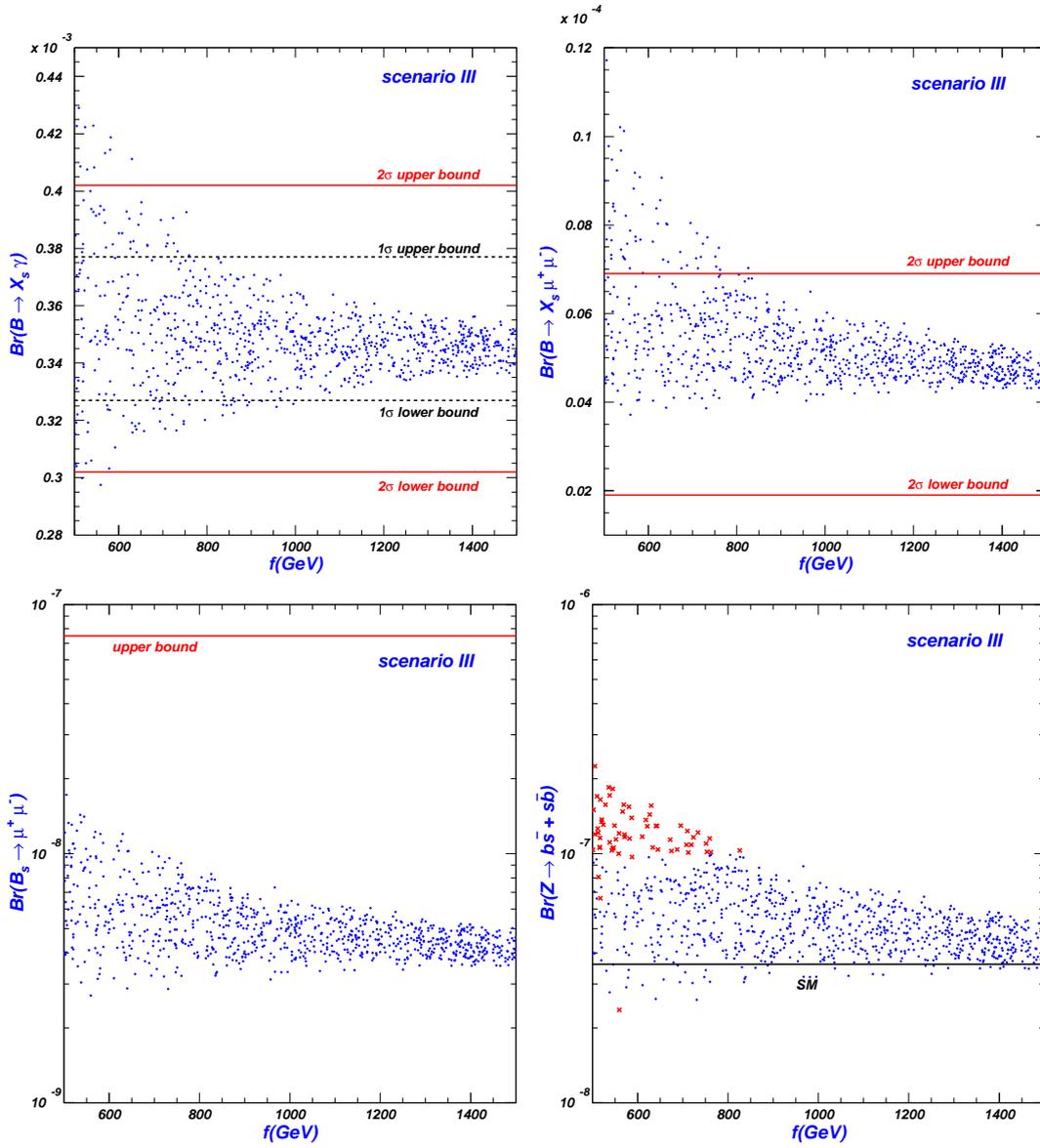


图 4.4: 同图4.2, 对应于 $V_{Hd}$ 的第三种情况。

## 第五章 总结

Little Higgs理论应用协同对称破缺机制将Higgs粒子构造成赝Goldstone粒子，解决了标准模型中的不自然性问题。在众多Little Higgs模型中，Littlest Higgs模型最经济地实现了Little Higgs思想。为了缓解精确电弱测量数据对Littlest Higgs模型的限制，人们引入了T-宇称，同时使得该理论提供了一个暗物质的候选者。因此，具有T-宇称的Littlest Higgs模型成为当前流行的新物理模型之一。

在具有T-宇称的Littlest Higgs模型中，镜像费米子和标准模型费米子之间通过传递T-odd规范玻色子，可以存在较大的味改变相互作用，它们能够对标准模型中的味改变中性流过程给出新的贡献。我们在具有T-宇称的Littlest Higgs模型框架内，研究了top夸克的味改变中性流以及 $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流过程。主要内容如下：

1. top夸克味改变中性流衰变和产生过程：包括四个衰变道 $t \rightarrow cV$  ( $V = g, \gamma, Z$ )、 $t \rightarrow cgg$ 和五个产生道 $cg \rightarrow t$ 、 $gg \rightarrow t\bar{c}$ 、 $cg \rightarrow tV$  ( $V = g, \gamma, Z$ )。在该模型允许的参数空间内，我们给出了这些过程的衰变分支比和散射截面。结果表明，这些分支比以及产生截面与标准模型预言值相比有了显著提高，但是小于MSSM、TC2、2HDM等新物理模型的预言。因此，通过测量这些过程可以帮助区分不同的新物理模型。

2.  $b \rightarrow s$ 转换的味改变中性流过程：包括三个B介子衰变道 $B \rightarrow X_s\gamma$ 、 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 、 $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 以及Z玻色子衰变道 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 。我们研究了这三个B介子衰变道的实验值对具有T-宇称的Littlest Higgs模型参数空间的限制，并在这些限制的基础上，给出了 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 过程的衰变分支比。结果表明，该模型比较容易满足 $B \rightarrow X_s\gamma$ 、 $B \rightarrow X_s\mu^+\mu^-$ 和 $B_s \rightarrow \mu^+\mu^-$ 实验值的限制。在这三个B介子衰变的实验限制下， $Z \rightarrow b\bar{s}$ 过程的衰变分支比与标准模型预言值相比有了显著提高，可达到 $1 \times 10^{-7}$ 。因此，在LHC以及筹划的ILC上，可以通过Z玻色子的稀有衰变过程 $Z \rightarrow b\bar{s}$ 检验具有T-宇称的Littlest Higgs模型。



## 附录 A 相关的费曼规则

$\bar{f} A_L^\mu f$	$ieQ_f \gamma^\mu$
$\bar{u}^i Z_L^\mu u^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) P_L - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W P_R \right]$
$\bar{d}^i Z_L^\mu d^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) P_L + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W P_R \right]$
$\bar{t} Z_L^\mu t$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \left[ \left( \frac{1}{2} \left( 1 - x_L^2 \frac{v^2}{f^2} \right) - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) P_L - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W P_R \right]$
$\bar{T}_+ Z_L^\mu T_+$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \left[ \left( \frac{1}{2} x_L^2 \frac{v^2}{f^2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) P_L - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W P_R \right]$
$\bar{T}_+ Z_L^\mu t$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \frac{x_L v}{2 f} \left[ 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( d_2 - \frac{x_L^2}{2} \right) \right] \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i Z_L^\mu u_H^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \left[ \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) - \frac{v^2}{8f^2} P_R \right] \gamma^\mu$
$\bar{d}_H^i Z_L^\mu d_H^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \left[ \left( -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \right] \gamma^\mu$
$\bar{u}^i W_L^{+\mu} d^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{CKM})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{t} W_L^{+\mu} d^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{CKM})_{tj} \left( 1 - \frac{x_L^2 v^2}{2 f^2} \right) \gamma^\mu P_L$
$\bar{T}_+ W_L^{+\mu} d^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{CKM})_{tj} x_L \frac{v}{f} \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} d_2 \right) \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i W_L^{+\mu} d_H^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} P_R \right) \delta_{ij} \gamma^\mu$
$\bar{\nu}^i Z_L^\mu \nu^i$	$\frac{ig}{2 \cos \theta_W} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\ell}^i Z_L^\mu \ell^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \gamma^\mu \left[ \left( -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) P_L + \sin^2 \theta_W P_R \right]$
$\bar{\nu}_H^i Z_L^\mu \nu_H^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \left( \frac{1}{2} - \frac{v^2}{8f^2} P_R \right) \gamma^\mu$
$\bar{\ell}_H^i Z_L^\mu \ell_H^i$	$\frac{ig}{\cos \theta_W} \left[ \left( -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \right] \gamma^\mu$
$\bar{\nu}^i W_L^{+\mu} \ell^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{PMNS})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\nu}_H^i W_L^{+\mu} \ell_H^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} P_R \right) \delta_{ij} \gamma^\mu$

表 A.1: 费米子与标准模型规范玻色子的耦合

$\bar{u}_H^i A_H^\mu u^j$	$\left(-\frac{ig'}{10} - \frac{ig}{2} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{Hu})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i Z_H^\mu u^j$	$\left(\frac{ig}{2} - \frac{ig'}{10} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{Hu})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{d}_H^i A_H^\mu d^j$	$\left(-\frac{ig'}{10} + \frac{ig}{2} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{Hd})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{d}_H^i Z_H^\mu d^j$	$\left(-\frac{ig}{2} - \frac{ig'}{10} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{Hd})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i A_H^\mu t$	$\left[-\frac{ig'}{10} + \left(\frac{ig'}{20} x_L^2 - \frac{ig}{2} x_H\right) \frac{v^2}{f^2}\right] (V_{Hu})_{i3} \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i Z_H^\mu t$	$\left[\frac{ig}{2} - \left(\frac{ig}{4} x_L^2 + \frac{ig'}{10} x_H\right) \frac{v^2}{f^2}\right] (V_{Hu})_{i3} \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i A_H^\mu T_+$	$-\frac{ig'}{10} x_L \frac{v}{f} (V_{Hu})_{i3} \gamma^\mu P_L$
$\bar{u}_H^i Z_H^\mu T_+$	$\frac{ig}{2} x_L \frac{v}{f} (V_{Hu})_{i3} \gamma^\mu P_L$
$\bar{d}_H^i W_H^{-\mu} u^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{Hu})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{d}_H^i W_H^{-\mu} t$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{Hu})_{i3} \left(1 - \frac{x_L^2 v^2}{2 f^2}\right) \gamma^\mu P_L$
$\bar{d}_H^i W_H^{-\mu} T_+$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{Hu})_{i3} x_L \frac{v}{f} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\nu}_H^i A_H^\mu \nu^j$	$\left(-\frac{ig'}{10} - \frac{ig}{2} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{H\nu})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\nu}_H^i Z_H^\mu \nu^j$	$\left(\frac{ig}{2} - \frac{ig'}{10} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{H\nu})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\ell}_H^i A_H^\mu \ell^j$	$\left(-\frac{ig'}{10} + \frac{ig}{2} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{H\ell})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\ell}_H^i Z_H^\mu \ell^j$	$\left(-\frac{ig}{2} - \frac{ig'}{10} x_H \frac{v^2}{f^2}\right) (V_{H\ell})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\nu}_H^i W_H^{+\mu} \ell^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{H\ell})_{ij} \gamma^\mu P_L$
$\bar{\ell}_H^i W_H^{-\mu} \nu^j$	$\frac{ig}{\sqrt{2}} (V_{H\nu})_{ij} \gamma^\mu P_L$

表 A.2: 费米子与重规范玻色子的耦合

$\bar{u}^i \pi^+ d^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{W_L}} (m_u^i P_L - m_d^j P_R) (V_{CKM})_{ij}$
$\bar{t} \pi^+ d^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{W_L}} \left(1 - \frac{x_L^2 v^2}{2 f^2}\right) (m_t P_L - m_d^j P_R) (V_{CKM})_{tj}$
$\bar{T}_+ \pi^+ d^j$	$\frac{g x_L}{\sqrt{2}M_{W_L}} \frac{v}{f} \left[ m_{T_+} \left(1 + \frac{v^2}{f^2} d_2\right) P_L - m_d^j P_R \right] (V_{CKM})_{tj}$
$\bar{u}^i \pi^0 u^j$	$-\frac{g m_u^i}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \gamma_5 \delta_{ij}$
$\bar{t} \pi^0 t$	$-\frac{g m_t}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \left(1 - x_L^2 \frac{v^2}{f^2}\right) \gamma_5$
$\bar{T}_+ \pi^0 T_+$	$-\frac{g m_{T_+}}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} x_L^2 \frac{v^2}{f^2} \gamma_5$
$\bar{T}_+ \pi^0 t$	$\frac{g x_L}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \frac{v}{f} \left[ m_{T_+} \left(1 + \frac{v^2}{f^2} \left(d_2 - \frac{x_L^2}{2}\right)\right) P_L - m_t P_R \right]$
$\bar{d}^i \pi^0 d^j$	$\frac{g m_d^i}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \gamma_5 \delta_{ij}$
$\bar{u}_H^i \pi^+ d_H^j$	$-\frac{g}{8\sqrt{2}M_{W_L}} \frac{v^2}{f^2} m_{H_i}^d \delta_{ij}$
$\bar{\nu}^i \pi^+ \ell^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{W_L}} (m_\nu^i P_L - m_\ell^j P_R) (V_{PMNS})_{ij}$
$\bar{\nu}^i \pi^0 \nu^j$	$-\frac{g m_\nu^i}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \gamma_5 \delta_{ij}$
$\bar{\ell}^i \pi^0 \ell^j$	$\frac{g m_\ell^i}{2M_{Z_L} \cos \theta_W} \gamma_5 \delta_{ij}$
$\bar{\nu}_H^i \pi^+ \ell_H^j$	$-\frac{g}{8\sqrt{2}M_{W_L}} \frac{v^2}{f^2} m_{H_i}^\ell \delta_{ij}$

表 A.3: 费米子与标准模型Goldstone玻色子的耦合

$\bar{u}_H^i \omega^+ d^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} (m_{Hi}^u P_L - m_d^j P_R) (V_{Hd})_{ij}$
$\bar{u}_H^i \omega^0 u^j$	$\frac{g}{2M_{ZH}} \left[ m_{Hi}^u \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{8} - \frac{x_H}{\tan \theta_W} \right) \right) P_L - m_u^j P_R \right] (V_{Hu})_{ij}$
$\bar{u}_H^i \omega^0 t$	$\frac{g}{2M_{ZH}} \left[ m_{Hi}^u \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{8} - \frac{x_H}{\tan \theta_W} - \frac{x_L^2}{2} \right) \right) P_L - m_t P_R \right] (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{u}_H^i \omega^0 T_+$	$\frac{g x_L}{2M_{ZH}} \frac{v}{f} (m_{Hi}^u P_L - m_{T_+} P_R) (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{u}_H^i \eta u^j$	$-\frac{g'}{10M_{AH}} \left[ m_{Hi}^u \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{5}{8} + x_H \tan \theta_W \right) \right) P_L - m_u^j P_R \right] (V_{Hu})_{ij}$
$\bar{u}_H^i \eta t$	$-\frac{g'}{10M_{AH}} \left[ m_{Hi}^u \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{5}{8} + x_H \tan \theta_W - \frac{x_L^2}{2} \right) \right) P_L - m_t P_R \right] (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{u}_H^i \eta T_+$	$-\frac{g' x_L}{10M_{AH}} \frac{v}{f} (m_{Hi}^u P_L - m_{T_+} P_R) (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{d}_H^i \omega^- u^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} \left[ m_{Hi}^d \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} \right) P_L - m_u^j P_R \right] (V_{Hu})_{ij}$
$\bar{d}_H^i \omega^- t$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} \left[ m_{Hi}^d \left( 1 - \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{8} + \frac{x_L^2}{2} \right) \right) P_L - m_t P_R \right] (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{d}_H^i \omega^- T_+$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} x_L \frac{v}{f} (m_{Hi}^d P_L - m_{T_+} P_R) (V_{Hu})_{i3}$
$\bar{d}_H^i \omega^0 d^j$	$-\frac{g}{2M_{ZH}} \left[ m_{Hi}^d \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( -\frac{1}{4} + \frac{x_H}{\tan \theta_W} \right) \right) P_L - m_d^j P_R \right] (V_{Hd})_{ij}$
$\bar{d}_H^i \eta d^j$	$-\frac{g'}{10M_{AH}} \left[ m_{Hi}^d \left( 1 - \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{5}{4} + x_H \tan \theta_W \right) \right) P_L - m_d^j P_R \right] (V_{Hd})_{ij}$
$\bar{\nu}_H^i \omega^+ \ell^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} (m_{Hi}^\nu P_L - m_\ell^j P_R) (V_{H\ell})_{ij}$
$\bar{\nu}_H^i \omega^0 \nu^j$	$\frac{g}{2M_{ZH}} \left[ m_{Hi}^\nu \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{1}{8} - \frac{x_H}{\tan \theta_W} \right) \right) P_L - m_\nu^j P_R \right] (V_{H\nu})_{ij}$
$\bar{\nu}_H^i \eta \nu^j$	$-\frac{g'}{10M_{AH}} \left[ m_{Hi}^\nu \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{5}{8} + x_H \tan \theta_W \right) \right) P_L - m_\nu^j P_R \right] (V_{H\nu})_{ij}$
$\bar{\ell}_H^i \omega^- \nu^j$	$\frac{g}{\sqrt{2}M_{WH}} \left[ m_{Hi}^\ell \left( 1 - \frac{v^2}{8f^2} \right) P_L - m_\nu^j P_R \right] (V_{H\nu})_{ij}$
$\bar{\ell}_H^i \omega^0 \ell^j$	$-\frac{g}{2M_{ZH}} \left[ m_{Hi}^\ell \left( 1 + \frac{v^2}{f^2} \left( -\frac{1}{4} + \frac{x_H}{\tan \theta_W} \right) \right) P_L - m_\ell^j P_R \right] (V_{H\ell})_{ij}$
$\bar{\ell}_H^i \eta \ell^j$	$-\frac{g'}{10M_{AH}} \left[ m_{Hi}^\ell \left( 1 - \frac{v^2}{f^2} \left( \frac{5}{4} + x_H \tan \theta_W \right) \right) P_L - m_\ell^j P_R \right] (V_{H\ell})_{ij}$

表 A.4: 费米子与重Goldstone玻色子的耦合

$W_L^{+\mu}W_H^{-\nu}\eta$	$\frac{g}{4}M_{A_H}\left(\frac{5}{\tan\theta_W}+4x_H\right)\frac{v^2}{f^2}g^{\mu\nu}$
$W_L^{+\mu}W_H^{-\nu}\omega^0$	$-gM_{Z_H}\left(1-\frac{v^2}{4f^2}\right)g^{\mu\nu}$
$W_H^{+\mu}Z_L^\nu\omega^-$	$-gM_{W_H}\cos\theta_W\left(1-\frac{v^2}{4f^2\cos^2\theta_W}\right)g^{\mu\nu}$
$W_H^{+\mu}A_L^\nu\omega^-$	$-eM_{W_H}g^{\mu\nu}$
$W_L^{+\mu}Z_H^\nu\omega^-$	$gM_{W_H}\left(1-\frac{v^2}{4f^2}\right)g^{\mu\nu}$
$W_L^{+\mu}A_H^\nu\omega^-$	$\frac{gM_{W_H}v^2}{f^2}\left(\frac{\tan\theta_W}{4}-x_H\right)g^{\mu\nu}$
$W_L^{+\mu}Z_L^\nu\pi^-$	$gM_{W_L}\frac{\sin^2\theta_W}{\cos\theta_W}g^{\mu\nu}$
$W_L^{+\mu}A_L^\nu\pi^-$	$-eM_{W_L}g^{\mu\nu}$
$W_H^{+\mu}A_H^\nu\pi^-$	$g'M_{W_L}g^{\mu\nu}$
$\omega^+(p)\omega^-(q)Z_L$	$ig\cos\theta_W\left(1-\frac{v^2}{8f^2\cos^2\theta_W}\right)(p-q)^\mu$
$\omega^+(p)\omega^-(q)A_L$	$ie(p-q)^\mu$
$\pi^+(p)\pi^-(q)Z_L$	$\frac{ig(1-2\sin^2\theta_W)}{2\cos\theta_W}(p-q)^\mu$
$\pi^+(p)\pi^-(q)A_L$	$ie(p-q)^\mu$
$\omega^+(p)\pi^-(q)A_H$	$-i\frac{g'v}{3f}(p-q)^\mu$
$\omega^+(p)\omega^0(q)W_L^{-\mu}$	$-ig\left(1-\frac{v^2}{8f^2}\right)(p-q)^\mu$
$\omega^+(p)\eta(q)W_L^{-\mu}$	$i\frac{25g+24g'x_H}{24\sqrt{5}}\frac{v^2}{f^2}(p-q)^\mu$
$\pi^+(p)\omega^0(q)W_H^{-\mu}$	$-i\frac{g}{2f}v(p-q)^\mu$
$\pi^+(p)\eta(q)W_H^{-\mu}$	$-i\frac{\sqrt{5}g}{6}\frac{v}{f}(p-q)^\mu$
$\pi^+(p)\pi^0(q)W_L^{-\mu}$	$-i\frac{g}{2}(p-q)^\mu$

表 A.5: 规范玻色子和Goldstone玻色子的耦合

$W_L^{+\mu}(k)W_L^{-\nu}(p)Z_L^\rho(q)$	$-ig\cos\theta_W[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$
$W_L^{+\mu}(k)W_L^{-\nu}(p)A_L^\rho(q)$	$-ie[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$
$W_H^{+\mu}(k)W_L^{-\nu}(p)Z_H^\rho(q)$	$-ig[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$
$W_H^{+\mu}(k)W_L^{-\nu}(p)A_H^\rho(q)$	$-igx_H\frac{v^2}{f^2}[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$
$W_H^{+\mu}(k)W_H^{-\nu}(p)Z_L^\rho(q)$	$-ig\cos\theta_W[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$
$W_H^{+\mu}(k)W_H^{-\nu}(p)A_L^\rho(q)$	$-ie[g^{\mu\nu}(k-p)^\rho+g^{\nu\rho}(p-q)^\mu+g^{\rho\mu}(q-k)^\nu]$

表 A.6: 规范玻色子之间的耦合

## 参考文献

- [1] S. L. Glashaw, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, in Elementary Particle Theory, (Nobel Symp. No.8) edited by N. Svartholm (Almqvist and Wicksell, Stockholm, 1968), P367.
- [2] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **12**, 132 (1964); P. W. Higgs, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966); F. Englert, R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964); G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. **13**, 585 (1964).
- [3] 戴元本, 相互作用规范理论, 科学出版社; 杨茂志, 粒子物理学基础(内部讲义); M. E. Peskin, D. V. Schroeder, An introduction to quantum field theory (1995).
- [4] T. D. Lee, C. N. Yang, Phys. Rev. **104**, 254 (1956); C. S. Wu, *et al.*, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).
- [5] R. P. Feynman, M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109**, 193 (1958); E. C. G. Sudarshan, R. E. Marshak, Phys. Rev. **109**, 1860 (1958); J. J. Sakurai, Nuovo Cimento **7**, 649 (1958).
- [6] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi, T. Maskkawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [7] C. N. Yang, R. L. Mills, Phys. Rept. **96**, 191 (1954).
- [8] W. M. Yao et al., Particle Data Group, J. Phys. G **33**, 1 (2006).
- [9] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Lett. **51**, 1945 (1983).
- [10] H. Fritzsch, Z.-Z. Xing, Phys. Lett. B **413**, 396 (1997).
- [11] M. Schmaltz, D. Tucker-Smith, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **55**, 229-270 (2005).

- [12] M. F. Sohnius, Phys. Rept. **128**, 39 (1985).
- [13] S. Weinberg, Phys. Rev. D **13**, 974 (1976); Phys. Rev. D **19**, 1277 (1979); E. Farhi, L. Susskind, Phys. Rept. **74**, 277 (1981).
- [14] L. Randall, R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370 (1999).
- [15] D. B. Kaplan, H. Georgi, Phys. Lett. B **136**, 183 (1984); D. B. Kaplan, H. Georgi, S. Dimopoulos, Phys. Lett. B **136**, 187 (1984); H. Georgi, D. B. Kaplan, Phys. Lett. B **145**, 216 (1984).
- [16] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, H. Georgi, Phys. Rev. Lett. **86**, 4757 (2001).
- [17] K. Lane, Talk given at 31st International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2002), Amsterdam, The Netherlands, 24-31 Jul 2002. Amsterdam 2002, ICHEP 731-734
- [18] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen , E. Katz, A. E. Nelson, JHEP 0207, 034(2002).
- [19] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen , H. Georgi, Phys. Lett. B **513**, 232 (2001); I. Low, W. Skiba, D. Smith, Phys. Rev. D **66**, 072001 (2002); N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, T. Gregoire, J. G. Wacker, JHEP **0208**, 020 (2002).
- [20] S. Chang, JHEP **0312**, 057 2003; S. Chang, J. G. Wacker, Phys. Rev. D **69**, 035002 (2004).
- [21] D. Kaplan, M. Schmaltz, JHEP **0310**, 039 (2003).
- [22] M. Schmaltz, JHEP **0408**, 056 (2004).
- [23] W. Skiba, J. Terning, Phys. Rev. D **68**, 075001 (2003).
- [24] J. Goldstone, Nuovo Cimento 19, 154 (1961); J. Goldstone, A. Salam, S. Weinberg, Phys. Rev. **127**, 965 (1962).
- [25] H. C. Cheng, arXiv:0710.3407.

- [26] T. Han, H. E. Logan, B. McElrath, L. T. Wang, Phys. Rev. D **67**, 095004 (2003).
- [27] M. Perelstein, Prog. Part. Nucl. Phys. **58**, 247 (2007).
- [28] S. Coleman, E. Weinberg, Phys. Rev. D **7**, 1888 (1973); R. Jackiw, Phys. Rev. D **9**, 1686 (1974).
- [29] J. Iliopoulos, C. Itzykson, A. Martin, Rev. Mod. Phys. **47**, 165 (1975); Les Houches School 1976:0115; S.Y. Lee, A.M. Sciaccaluga, Nucl. Phys. B **96**, 435(1975).
- [30] M. Perelstein, M. E. Peskin, A. Pierce, Phys. Rev. D **69**, 075002 (2004).
- [31] T. Han, H. E. Logan, L. T. Wang, JHEP **0601**, 099 (2006).
- [32] A. J. Buras, A. Poschenrieder, S. Uhlig, W. A. Bardeen, JHEP **0611**, 062 (2006).
- [33] C. Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade, J. Terning, Phys. Rev. D **67**, 115002 (2003); J. L. Hewett, F. J. Petriello, T. G. Rizzo, JHEP **0310**, 062 (2003).
- [34] C. Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade, J. Terning, Phys. Rev. D **68**, 035009 (2003).
- [35] M. C. Chen, S. Dawson, Phys. Rev. D **70**, 015003 (2004); M. C. Chen et al., Mod. Phys. Lett. A **21**, 621 (2006); W. Kilian, J. Reuter, Phys. Rev. D **70**, 015004 (2004).
- [36] G. Marandella, C. Schappacher, A. Strumia, Phys. Rev. D **72**, 035041 (2005).
- [37] H. C. Cheng, I. Low, JHEP **0309**, 051 (2003).
- [38] C. T. Hill, R. J. Hill, Phys. Rev. D **76**, 115014 (2007).
- [39] H. C. Cheng, I. Low, JHEP **0408**, 061 (2004).

- [40] I. Low, JHEP **0410**, 067 (2004).
- [41] J. Hubisz, P. Meade, Phys. Rev. D **71**, 035016 (2005).
- [42] H. C. Cheng, I. Low, L. T. Wang, Phys. Rev. D **74**, 055001 (2006).
- [43] T. Han, H. E. Logan, B. Mcelrath, L. T. Wang, Phys. Lett. B **563**, 191 (2003).
- [44] S. R. Coleman, J. Wess, B. Zumino, Phys. Rev. **177**, 2239 (1969); C. G. Callan, S. R. Coleman, J. Wess, B. Zumino, Phys. Rev. **177**, 2247 (1969).
- [45] C. R. Chen, K. Tobe, C. P. Yuan, Phys. Lett. B **640**, 263 (2006).
- [46] J. Y. Lee, JHEP **0412**, 065 (2004).
- [47] T. Goto, Y. Okada, Y. Yamamoto, Phys. Lett. B **670**, 378 (2009).
- [48] M. Blanke et al., Phys. Lett. B **646**, 253 (2007).
- [49] J. Hubisz, S. J. Lee, G. Paz, JHEP **0606**, 041, 2006.
- [50] M. Blanke, *et al.*, JHEP **0612**, 003 (2006).
- [51] A. Santocchia, Nucl.Phys.Proc.Suppl.**177-178**, 36 (2008); W. Bernreuther, J. Phys. G **35**, 083001 (2008).
- [52] T. Stelzer, S. Willenbrock, Phys. Lett. B **374**, 169 (1996); A. Brandenburg, Phys. Lett. B **388**, 626 (1996); D. Chang, S. C. Lee, A. Sumarokov, Phys. Rev. Lett. **77**, 1218 (1996); G. Mahlon, S. J. Parke, Phys. Rev. D **53**, 4886 (1996); Phys. Lett. B **411**, 173 (1997); W. Bernreuther, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 242002 (2001); Nucl. Phys. B **690**, 81 (2004).
- [53] D. Zeppenfeld, R. Kinnunen, A. Nikitenko, E. Richter-Was, Phys. Rev. D **62**, 013009 (2000); A. Belyaev, L. Reina, JHEP **0208**, 041 (2002); F. Maltoni, D. Rainwater, S. Willenbrock, Phys. Rev. D **66**, 034002 (2002); M. Dürssen (2003), ATL/PHYS-2003-30; S. Dawson et al., Nucl. Phys. Proc. Suppl.**133**, 111-116 (2004).

- [54] L. Wang, *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 074006 (2007).
- [55] CDF Collaboration and D0 Collaboration, e-Print:arXiv:0810.5473; Int.J.Mod.Phys.A**23**, 4421 (2008); N. Kidonakis, R. Vogt, Phys. Rev. D **78**, 074005 (2008).
- [56] For top quark reviews, see, e.g., W. Bernreuther, J. Phys. G **35**, 083001,(2008); D. Chakraborty, J. Konigsberg, D. Rainwater, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **53**, 301 (2003); E. H. Simmons, hep-ph/0211335; C. P. Yuan, hep-ph/0203088; S. Willenbrock, hep-ph/0211067; M. Beneke, *et al.*, hep-ph/0003033; T. Han, arXiv:0804.3178; For model-independent new physics in top quark, see, e.g., C. T. Hill, S. J. Parke, Phys. Rev. D **49**, 4454 (1994); K. Whisnant, *et al.*, Phys. Rev. D **56**, 467 (1997); J. M. Yang, B.-L. Young, Phys. Rev. D **56**, 5907 (1997); K. Hikasa, *et al.*, Phys. Rev. D **58**, 114003 (1998); J. A. Aguilar-Saavedra, Nucl. Phys. B **812**, 181 (2009).
- [57] For top FCNC in the SM, see, G. Eilam, J. L. Hewett, A. Soni, Phys. Rev. D **44**, 1473 (1991); B. Mele, S. Petrarca, A. Soddu, Phys. Lett. B **435**, 401 (1998); A. Cordero-Cid *et al.*, Phys. Rev. D **73**, 094005 (2006); G. Eilam, M. Frank, I. Turan, Phys. Rev. D **73**, 053011 (2006).
- [58] For the latest results of FCNC top decays and productions at LHC in MSSM, see, J. Cao, *et al.*, Phys. Rev. D **75**, 075021 (2007); Phys. Rev. D **74**, 031701 (2006).
- [59] For FCNC top decays in TC2, see, H. Zhang, *et al.*, Phys. Rev. D **77**, 057501 (2008); X. L. Wang, *et al.*, Phys. Rev. D **50**, 5781 (1994); C. Yue, *et al.*, Phys. Rev. D **64**, 095004 (2001); G. Lu, F. Yin, X. Wang, L. Wan, Phys. Rev. D **68**, 015002 (2003).
- [60] For FCNC top productions at LHC in TC2, see, J. Cao, *et al.*, Phys. Rev. D **76**, 014004 (2007); G. Liu, H. Zhang, arXiv:0708.1553.
- [61] D. Atwood, L. Reina, A. Soni, *et al.*, Phys. Rev. D **55**, 3156 (1997).

- [62] T. Han, *et al.*, Phys. Lett. B **385**, 311 (1996); Phys. Rev. D **55**, 7241 (1997); Phys. Rev. D **58**, 073008 (1998); Nucl. Phys. B **454**, 527 (1995); E. Malkawi, T. Tait, Phys. Rev. D **54**, 5758 (1996); T. Tait, C. P. Yuan, Phys. Rev. D **55**, 7300 (1997); Phys. Rev. D **63**, 014018 (2001); M. Hosch, K. Whisnant, B. L. Young, Phys. Rev. D **56**, 5725 (1997); T. Stelzer, Z. Sullivan, S. Willenbrock, Phys. Rev. D **58**, 094021 (1998); M. Beneke, *et al.*, hep-ph/0003033; L. Chikovani, T. Djobava, hep-ex/0205016; J. A. Aguilar-Saavedra, G. C. Branco, Phys. Lett. B **495**, 347 (2000). F. del Aguila, J. A. Aguilar-Saavedra, Nucl. Phys. B **576**, 56 (2000); O. Cakir, S. A. Cetin, J. Phys. G31, N1-N8 (2005). J. J. Zhang, arXiv:1004.0898 [hep-ph]
- [63] G. 't Hooft, M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979).
- [64] M. Blanke, *et al.*, JHEP **0701**, 066 (2007).
- [65] T. Hahn, M. Perez-Victoria, Computl. Phys. Commun. **118**, 153 (1999); T. Hahn, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **135**, 333 (2004).
- [66] J. Hubisz, P. Meade, A. Noble, M. Perelstein, JHEP **0601**, 135 (2006).
- [67] H. S. Hou, Phys. Rev. D **75**, 094010 (2007).
- [68] J. Pumplin, *et al.*, JHEP **0602**, 032 (2006).
- [69] M. Misiak, *et al.*, Phys. Rev. Lett. **98**, 022002 (2007); T. Becher, M. Neubert, Phys. Rev. Lett. **98**, 022003 (2007).
- [70] A. J. Buras, Phys. Lett. B **566**, 115 (2003). M. Blanke, A. J. Buras, D. Guadagnoli, C. Tarantino, JHEP **0610**, 003 (2006).
- [71] G. Buchalla, G. Isidori, Nucl. Phys. B **525**, 333 (1998); A. Ghinculov, T. Hurth, G. Isidori, Y. P. Yao, Nucl. Phys. B **685**, 351 (2004); C. Bobeth, P. Gambino, M. Gorbahn, U. Haisch, JHEP **0404**, 071 (2004).
- [72] The Heavy Flavor Averaging Group (HFAG), <http://www.slac.stanford.edu/xorg/hfag/>.

- [73] A. Axelrod, Nucl. Phys. B **209**, 349 (1982); M. Clements, *et al.*, Phys. Rev. D **27**, 570 (1983); V. Ganapathi, *et al.*, Phys. Rev. D **27**, 579 (1983); G. Mann, T. Riemann, *Annalen Phys.* **40**, 334 (1984); W. S. Hou, N. G. Deshpande, G. Eilam, A. Soni, Phys. Rev. Lett. **57**, 1406 (1986); J. Bernabeu, M. B. Gavela, Santamaria, Phys. Rev. Lett. **57**, 1514,(1986).
- [74] C. Busch, Nucl. Phys. B **319**,15 (1989); W. S. Hou, R. G. Stuart, Phys. Lett. B **226**, 122 (1989); B. Grzadkowski, J. F. Gunion, P. Krawczyk, Phys. Lett. B **268**, 106 (1991); D. Atwood, L. Reina, A. Soni, Phys. Rev. D **55**, 3156 (1997).
- [75] B. Mukhopadhyaya, A. Raychaudhuri, Phys. Rev. D **39**, 280 (1989); M. J. Duncan, Phys. Rev. D **31**, 1139 (1985); F. Gabbiani, J. H. Kim, A. Masiero, Phys. Lett. B **214**, 398 (1988); M. Chemtob, G. Moreau, Phys. Rev. D **59**, 116012 (1999); D. Atwood, S. Bar-Shalom, G. Eilam, A. Soni, Phys. Rev. D **66**, 093005 (2002).
- [76] X. L. Wang, G. R. Lu, Z. J. Xiao, Phys. Rev. D **51**, 4992 (1995); C. Yue, H. Li, H. Zong, Nucl. Phys. B **650**, 290 (2003).
- [77] A. D. Martin, *et al.*, Eur. Phys. J. C **14**, 133 (2000).
- [78] G. Buchalla, A. J. Buras, M. E. Lautenbacher, Rev. Mod. Phys. **68**, 1125 (1996).
- [79] M. A. Pérez, M. A. Soriano, Phys. Rev. D **46**, 284 (1992); P. Langaker, M. Plumacher, Phys. Rev. D **62**, 013006 (2000); A. Ghosal, Y. Koide, H. Fusaoka, Phys. Rev. D **64**, 053012 (2001); E. O. Iltan, I. Turan, Phys. Rev. D **65**, 013001 (2001); M. Frank, Phys. Rev. D **62**, 053004 (2000); Phys. Rev. D **65**, 033011, (2002); Chong-Xing Yue, *et al.*, Phys. Lett. B **536**, 67 (2002); J. L. Llliana, M. Masip, Phys. Rev. D **67**, 035004 (2003); J. Cao, Z. Xiong, J. M. Yang, Eur. Phys. J. C **32**, 245 (2004); E. O. Iltan, Eur. Phys. J. C **46**, 487 (2006); P. M. Ferreira, R. B. Guedes, R. Santos, Phys. Rev. D **75**, 055015 (2007); E. O. Iltan, Eur. Phys. J. C **56**, 113 (2008); R. Benbrik, C.

- K. Chua, Phys. Rev. D **78**, 075025 (2008); Chong-Xing Yue, *et al.*, Phys. Rev. D **78**, 095006 (2008).
- [80] G. T. Park, T. K. Kuo, Phys. Rev. D **42**, 3879 (1990); X. Zhang, B. L. Young, Phys. Rev. D **51**, 6584 (1995); W. Buchmuller, M. Gronau, Phys. Lett. B **220**, 641 (1989); J. Roldan, F. J. Botella, J. Vidal, Phys. Lett. B **283**, 389 (1992); X. L. Wang, G. R. Lu, Z. J. Xiao, Phys. Rev. D **51**, 4992 (1995); M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, J.J. Toscano, Int. J. Mod. Phys. A**19**, 159 (2004).

## 发表文章目录

- 1 . “ Higgs and Z-boson FCNC decays correlated with B-meson decays in littlest Higgs model with T-parity ” ,  
Xiao-Fang Han, Lei Wang, and Jin Min Yang,  
published in **Phys. Rev. D** 78 (2008) 075017.
- 2 . “ Top quark FCNC decays and productions at LHC in littlest Higgs model with T-parity” ,  
Xiao-Fang Han, Lei Wang, and Jin Min Yang,  
published in **Phys. Rev. D** 80 (2009) 015018.
- 3 . “  $R_b$  constraints on littlest Higgs model with  $T$  parity ” ,  
Xiao-Fang Han,  
published in **Phys. Rev. D** 80 (2009) 055027.
- 4 . “ Higgs-pair Production and Decay in Simplest Little Higgs Model ” ,  
Xiao-Fang Han, Lei Wang, and Jin Min Yang,  
published in **Nucl. Phys. B** 825 (2010) 222-230.



## 致 谢

首先感谢我的导师杨金民研究员。本文的研究工作是在杨老师的精心指导和悉心关怀下完成的。杨老师渊博的学识、严谨的治学态度、敏锐的物理洞察力、精益求精的工作作风、诲人不倦的高尚师德、朴实无华和平易近人的人格魅力都将使我终身受益。

感谢河南师范大学的鲁公儒老师和华中师范大学的杨亚东老师，是他们引导我进入了粒子物理的研究领域。感谢万陵德老师对我慈母般的教诲和关爱。感谢王学雷老师、曹俊杰老师、孙俊峰老师的关心和帮助。

感谢理论所一线的老师，他们精彩的学术报告和严谨的科研态度使我受益匪浅，他们营造了所里崇尚科学、探索真理的良好学术氛围，开阔了我的视野，使我更加领略到了科学的美妙。

感谢理论所二线的老师对我学习和工作上的支持和帮助，他们的辛勤工作使我们拥有了一个优美、舒适、积极活跃的学习环境。

感谢师兄弟和师姐妹们，他们是徐富强、王雯宇、柳国丽、张焕君、衡朝霞、于立鑫、刘涛、冯磊、武雷、卜严严、朱经亚和韩成成，与他们在学习上热烈的讨论和生活中愉快的相处，都使我终生难忘。

感谢所里的同学，李新强师兄、苏方师姐、桑华正、桑文龙、陈海廷、吴素芝、吴培、热依玛、杨硕等，他们陪伴我度过了在理论所的美好时光，让我的生活变得丰富多彩。

感谢我的父母和弟弟妹妹，他们无私无尽的爱是我人生路上永远温暖的港湾，是我求学生涯最坚固的支撑。感谢我的爱人为我所做的牺牲，是他在我失意时给了我信心和希望，并一直全力支持着我的工作。

最后，感谢百忙之中对本文进行审阅和评议的老师们。