里我们采用球面镜象法.

图 3 中的两球体有同样的电位，我们先假设其电位为 V_0，系统的电容可通过先求出两球体的总电荷而求得. 设保证每个球的电位为 V_0 时每球所带的电量为 q，则系统的电容 $C=2q/V_0$，所以必须找出 q 和 V_0 的关系. 此时 q 的大小及分布必须满足一定的条件才能保证每球电位为 V_0. 为此，可利用镜象法处理.

首先，在每个球的中心设置一电荷 $q_1=Q=4\pi\varepsilon RV_0$，为保证每个球面都是等位面且电位等于 V_0，根据球面镜象法，就必须在每个球内设置无穷多个镜象电荷 q_2，q_3，q_4，…，q_n，…，它们都位于两球心的连线上，距球心分别为 b_2，b_3，…，b_n，…

$$\left.\begin{array}{l} q_2=-\dfrac{R}{D}q_1,\ q_3=-\dfrac{R}{D-b_2}q_2,\cdots, \\ q_n=-\dfrac{R}{D-b_{n-1}}q_{n-1}\cdots \\ b_2=\dfrac{R^2}{D},\ b_3=\dfrac{R^2}{D-b_2},\ \cdots,b_n=\dfrac{R^2}{D-b_{n-1}}, \\ \cdots,(D=2d) \end{array}\right\} \quad (1)$$

于是有

$$D-b_{n-1}=-\frac{q_{n-1}}{q_n}R \quad (2)$$

即

$$b_n=\frac{q_n}{q_{n+1}}R+D \quad (3)$$

将 (2)、(3) 代入 (1) 式得

$$\frac{1}{q_{n+1}}+\frac{2\beta}{q_n}+\frac{1}{q_{n-1}}=0 \quad (4a)$$

其中

$$\beta=\frac{D}{2R}=\frac{d}{R} \quad (4b)$$

若定义，$P_n=1/q_n$，则有

$$P_{n+1}+2\beta P_n+P_{n-1}=0 \quad (5)$$

设此方程的解为

$$P_n=A\lambda^n \quad (6)$$

把 (6) 代入 (5) 式得

$$\lambda^{n+1}+2\beta\lambda^n+\lambda^{n-1}=0 \quad (7a)$$

即

$$\lambda^2+2\beta\lambda+1=0 \quad (7b)$$

此方程的解为

$$\lambda_1=-\beta+\sqrt{\beta^2-1} \quad (8a)$$

$$\lambda_2=-\beta-\sqrt{\beta^2-1} \quad (8b)$$

所以方程 (5) 的通解为

$$P_n=A_1\lambda_1^n+A_2\lambda_2^n \quad (9)$$

其中常数 A_1 和 A_2 可通过下列方程组来定出

$$\left.\begin{array}{l} P_1=1/q_1=1/Q=A_1\lambda_1+A_2\lambda_2 \\ P_2=-2\beta/Q=A_1\lambda_1^2+A_2\lambda_2^2 \end{array}\right\} \quad (10)$$

此方程组的解为

$$\left.\begin{array}{l} A_1=\dfrac{1}{2Q\sqrt{\beta^2-1}} \\ A_2=-\dfrac{1}{2Q\sqrt{\beta^2-1}} \end{array}\right\} \quad (11)$$

这样可以得出

$$q_n=\frac{1}{P_n}=\frac{2Q\sqrt{\beta^2-1}}{\lambda_1^n-\lambda_2^n} \quad (12)$$

考虑到 $\lambda_1=1/\lambda_2$ 及 $2\lambda_1\sqrt{\beta^2-1}=\lambda_1^2-1$，$q_n$ 可写为

$$q_n=\frac{Q(\lambda_1^2-1)\lambda_1^{n-1}}{\lambda_1^{2n}-1} \quad (13)$$

所以两个球所带的总电荷

$$\begin{aligned} 2q&=2\sum_{n=1}^{\infty}q_n \\ &=8\pi\varepsilon RV_0(\lambda_1^2-1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_1^{n-1}}{\lambda_1^{2n}-1} \end{aligned} \quad (14)$$

$$C=\frac{2q}{V_0}=8\pi\varepsilon R(\lambda_1^2-1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_1^{n-1}}{\lambda_1^{2n}-1} \quad (15)$$

则由静电比拟原理可得两球的电导

$$\begin{aligned} G&=8\pi\nu R(\lambda_1^2-1)\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\lambda_1^{n-1}}{\lambda_1^{2n}-1} \\ &=8\pi\nu R(\lambda_1^2-1)\left[\frac{1}{\lambda_1^2-1}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1^4-1}+\frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^6-1}+\cdots\right] \end{aligned} \quad (16)$$

而所求的实际电导则为

$$G'=4\pi\nu R(\lambda_1^2-1)\left[\frac{1}{\lambda_1^2-1}+\frac{\lambda_1}{\lambda_1^4-1}+\frac{\lambda_1^2}{\lambda_1^6-1}+\cdots\right] \quad (17)$$

这即是图 1 球形电极接地电导的一般计算公式，其中 λ_1 为常数，由 (8a) 式给出. 这样接地电阻则可由 $R_{地}=1/G'$ 得到解决.

（下转 21 页）