

分类号 _____

密级 _____

UDC _____

编号 _____

中国科学院研究生院 博士学位论文

超对称规范传递框架内相关问题的研究

刘涛

指导教师 _____ 杨金民 研究员

中国科学院理论物理研究所

申请学位级别 _____ 博士 _____ 学科专业名称 _____ 理论物理

论文提交日期 _____ 2012年5月 _____ 论文答辩日期 _____ 2012年5月

培养单位 _____ 中国科学院理论物理研究所

学位授予单位 _____ 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 _____ 张肇西 研究员

Typeset by L^AT_EX 2_ε at May 30, 2012

With package C_ASt_Hesis v0.1g of C_TE_X.ORG

Some Studies in Gauge Mediated SUSY Breaking

Tao liu

Supervisor:

Prof. Jin Min Yang

Institute of Theoretical Physics
Chinese Academy of Sciences

May, 2012

*Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D.
in Theoretical Physics*

摘 要

粒子物理标准模型成功的把电磁相互作用和弱作用统一起来，在过去的几十年也得到了充分的实验，然而一些其他方面的证据表明它不能称为一个最终的理论。从模型本身上说，这里面包含了太多的自由参数，并且在higgs部分有严重的精细调节问题；另一方面中微子实验和宇宙学里暗物质的限制等也要求新物理去解释。在各种新物理模型中，超对称是比较流行的一种，它可以解决标准模型中精细调节问题，提供暗物质的候选者，实现规范耦合常数的统一。同时由于额外粒子的引入，其相互作用也变得异常复杂，最直接的就是其中的自由参数变得更多，因此怎样去理解和解释这些参数的来源在超对称标准模型建立不久之后就有物理学家致力于这方面的研究。

关于软破缺参数，它们性质与超对称破缺的传递机制密切相关，现今主流的传递机制有普朗克传递，规范传递，反常传递几种。其中规范传递由于能自然的解决味(flavor)问题而一直被人们所喜爱，这也是我们后面讨论的重点。从模型的角度来讲，超对称破缺与超对称传递机制总是紧密的联系在一起，从06年Seiberg等人发现用强弱对偶的方法可以轻松得到亚稳破缺的超对称真空态之后，结合规范传递人们做了很多有意义的工作。随后差不多同一组人用流关联函数的方法推导出了最一般规范传递的特点(GGM)，使得大家对规范传递的理解进一步深入。

然而在规范传递中也存在着一些问题，在前人工作的基础上我们对一些问题有些做了进一步的研究，对有的问题也提出了新的解决办法：

- 在semi-direct规范传递的框架内，gaugino和sfermion质量之间存在着大的劈裂，这会导致非常严重的精细调节问题。过去人们用超空间延拓的方法证明了问题的来源，最近另外的一组人通过圈图计算(流关联函数的方法)也得到相同的结果并且他们提出一种解决办法(chiral messenger)。我们指出如果第一代和第二代信使场(messenger)之间存在新的yukawa相互作用，在某些条件也可以得到合适的能谱。另外从构建的模型的角度上看，这类新的相互作用是也非常自然的，在文章中我们给出一个具体的例子来进行说明。

- μ/B_μ 问题在过去的十几年里人们对它进行了各种研究，也提出了很多的方案。具体的讲，在规范传递内经常遇见一个大的 B_μ ，如果要求得到一个适中的 μ 值的话。本质上这来源于它们在同一圈图层次上产生出，这里我们提出这一种新的解决方法，通过把树图和圈图的效应结合起来，可以得到合适大小的 μ/B_μ 值，同时在文章中对电弱破缺和相应的动力学模型部分也做了讨论。最后，我们对模型里的超对称CP问题做了一下简要的讨论。
- 最近LHC给出了可能125GeV higgs的疑似信号，在最小超对称模型中，这意味着必须存在大的 A_t 项（最自然的角度）来提升higgs质量。我们系统的分析了一般YGMSB (yukawa deflected GMSB) 的特点，并从构建模型的角度上考察了电弱破缺条件和stop部分最大混合情况的关系，之后在如何构造现实的模型来调和两者方向上做了一些尝试。我们发现通过额外的hidden规范群或者不同表示的信使场都可以得到合适的EWSB和125GeV higgs。

在以上的工作中，我们对规范传递内的一些常见问题进行一些探讨，或许这将有助于更好的理解低能物理。除此之外，在附录部分对构建模型中常用超对称QCD基础知识做了一下简要回顾。

关键词： 超对称，规范传递，超对称破缺

Abstract

The Standard Model(SM) unifies the electroweak interaction successfully and there are not too much contradiction with the experiment during the past decades, while it can not be the final theory from several ways. Firstly, there are several parameters to explain in the Lagrangian and the higgs sector implies severe fine-tuning problem. On the other hand, the constraints on neutrino and dark matter both need new physics beyond the SM. Among the candidates of new physics models, SUSY is the most popular one which could solve the fine-tuning problem, provide a natural candidate for dark matter and maintain gauge coupling unification. With the new superpartners, there are more parameters now, so the next task is how to explain them. Physicist has begun working in this direction soon after the invention of SUSY.

The soft parameters is tight connected to the SUSY mediation mechanism. Up to now, there are mainly three different mediation mechanism: Planck mediation, gauge mediation and anomaly mediation. Among them, gauge mediation is favored because it can naturally avoid the flavor problem which we will discuss in details. From the viewpoint of model-building, SUSY breaking and mediation are usually connected with each other. In 2006, Seiberg and other people found that a meta-stable SUSY breaking vacuum state could be obtained without too much difficulty using the Seiberg duality. Later several papers utilize the above idea to construct a realistic gauge mediation model. In 2008, almost the same ones give the definition of general gauge mediation and get the general features of gauge mediation through current-current correlation functions which make us have a better understanding about gauge mediation.

However there are also some problem in GMSB. Base on the progress made by the physicist, we made some research and provide some new way in special direction.

- In the framework of semi-direct gauge mediation, there are great mass

splitting between gaugino and sfermion which will induce the fine-tuning problem. In the past it was demonstrated by the wave function renormalization methods. Recently other people also get the same result through explicit loop calculations and they suggest the chiral messenger could solve this problem. We find that if there are new interaction between the first and second messengers, a viable spectrum emerge under some conditions.

- The notorious μ/B_μ problem in GMSB get great attention in the past. Physicist make some effort in this area and devise several approaches. Here we give a new way which utilize tree-loop cancelation mechanism for a proper μ/B_μ . Also the related dynamics and electroweak symmetry breaking is discussed.
- Recent LHC collaborates give the dubious higgs signal at 125 GeV. If it is true, this means a large A_t term in the MSSM or several TeV stop to lift the lightest higgs mass. We give a detailed analysis on the yukawa deflected GMSB, and also make some attempts on building models which realize successful EWSB and a large A_t term.

Additionally, in the appendix we give a brief on the knowledge of SQCD which is frequently used in model buildings.

Keywords: SUSY, GMSB, SUSY Breaking

目 录

| | |
|---------------------------------------|----|
| 摘要 | 5 |
| Abstract | 7 |
| 目录 | 9 |
| 第一章 引言 | 1 |
| 1.1 超对称 | 1 |
| 1.1.1 超对称代数 | 1 |
| 1.1.2 超场和超空间 | 2 |
| 1.1.3 超对称标准模型 | 4 |
| 1.2 超对称破缺与传递 | 8 |
| 1.2.1 超对称破缺 | 8 |
| 1.2.2 Planck传递和反常传递 | 9 |
| 1.2.3 规范传递 (GMSB) | 11 |
| 1.3 暗物质简介 | 19 |
| 第二章 semi-direct规范传递 | 23 |
| 2.1 背景和动机 | 23 |
| 2.2 semi-direct gauge-yukawa scenario | 27 |
| 2.2.1 有效模型 | 27 |
| 2.2.2 解析计算 | 29 |
| 2.2.3 visible sector效应 | 31 |
| 2.3 具体的例子 | 34 |
| 2.3.1 数值例子 | 34 |
| 2.3.2 动力学实现方式 | 35 |
| 2.4 结论 | 36 |

| | | |
|-------------|---|-----------|
| 第三章 | μ 和 B_μ 问题 | 37 |
| 3.1 | 背景和动机 | 37 |
| 3.2 | 树图和圈图中的抵消 | 39 |
| 3.2.1 | Higgs-Messenger Mixings | 39 |
| 3.2.2 | 单圈图的贡献 | 40 |
| 3.2.3 | 完整的模型 | 43 |
| 3.3 | 低能唯象 | 44 |
| 3.3.1 | 电弱破缺的分类 | 44 |
| 3.3.2 | 电弱破缺的实现 | 46 |
| 3.3.3 | 超对称CP问题 | 48 |
| 3.4 | 结论 | 49 |
| 第四章 | 规范传递中的higgs质量 | 51 |
| 4.1 | 背景和动机 | 51 |
| 4.2 | YGMEB的特性 | 52 |
| 4.2.1 | 波函数重整化方法 | 52 |
| 4.2.2 | yukawa deflected GMSB | 54 |
| 4.3 | 现实的YGMSB模型 | 58 |
| 4.3.1 | 一个简单的模型 | 58 |
| 4.3.2 | $g_\mu - 2$ 的限制 | 60 |
| 4.3.3 | 现实的模型 | 61 |
| 4.4 | 结论 | 66 |
| 第五章 | 总结与展望 | 69 |
| 附录 A | | 71 |
| A.1 | 超对称QCD | 71 |
| A.2 | $N_f=0$ | 72 |
| A.3 | Affleck-Dine-Seiberg超势 | 73 |
| A.4 | $N_f = N_c$ | 76 |

| | |
|-------------------------------|----|
| 目 录 | 11 |
| A.5 $N_f = N_c + 1$ | 78 |
| A.6 $N_f > N_c + 1$ | 80 |
| 参考文献 | 83 |
| 发表文章目录 | 93 |
| 致谢 | 95 |

第一章 引言

1.1 超对称

尽管粒子物理标准模型[1](SM)取得了巨大的成功,然而从理论家的观点来看我们很难解释为什么电弱破缺发生在 $\mathcal{O}(100)\text{GeV}$ scale上,因为从某种意义上来说人们更愿意相信在 M_{Pl} 或GUT scale有一个基本的理论(在高维空间中 M_{Pl} 可以被降低)。换句话讲,在标准模型里唯一一个含量纲的参数是 m_H^2 ,在量子水平上存在着二次发散,因此如果要把它稳定在电弱标度,需要很强的精细调节。类似于手征对称性在保护费米子质量方向上所起的作用,超对称通过引入额外的粒子可以极大的改善上述问题。

1.1.1 超对称代数

从定域的相对论量子场论出发,加上一些基本的假设,Coleman-Mandula指出S-matrix 的对称性只能由庞加莱群和一些内部对称群(紧致的李群)组成。这里的内部要求此群的生成元与庞加莱群生成元对易。之后Haag,Lopuszanski和So-hnius通过引入反对易关系把李代数推广为级化李代数,并且证明了超对称代数是推广Coleman-Mandula定理的唯一方法。粒子物理中常用的 $N = 1$ 的情况:

$$\{Q_\alpha, \bar{Q}_\beta\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^m P_m, \quad \{Q_\alpha, Q_\beta\} = \{Q_{\dot{\alpha}}, \bar{Q}_{\dot{\beta}}\} = 0 \quad (1.1)$$

$$[P_m, P_n] = 0, \quad [P_m, Q_\alpha] = [P_m, \bar{Q}_{\dot{\alpha}}] = 0 \quad (1.2)$$

这里我们采用了和文献[2]同样的标记,取值为1或2的指标 α, β 代表2分量的Weyl旋量, m, n 为四分量的Lorentz指标。在 $N > 1$ 的条件下,存在 N 对Weyl旋量 $Q\bar{Q}$,根据各个生成元在Lorentz群所处的表示和群代数的一些基本性质(例如Jacobi identity),我们可以把它们之间的关系完全的推导出来,很容易发现 $N = 1$ 的时候就退回到上面的式子。由于大 N 的情况应用较少,接下来我们只讨论常见的 $N = 1$ 的情景。

为了更加清楚超代数的物理含义,我们可以用Casimir算子的方法来找出他的不同类的表示。类似的事在寻找庞加莱群表示的时候也存在,它的两个Casimir算子是 P^2 和Pauli-Lubanski四矢量 W_μ 的平方,它们两个分别表征粒子

的质量和自旋(m, s), 通过作用不同的算符, 可以找到这个表示下所有的粒子态。在超对称扩充的情况下, P^2 依然可以作为Casimir算子, 然而 $W_\mu W^\mu$ 将要被新的算符 $C_{\mu\nu} C^{\mu\nu}$ 所代替, 这也很容易直观理解。同样的把 $Q\bar{Q}$ 与 C^2 的对易关系算出来, 可以发现它们是把波色态映射到费米态的算符, 并且这种映射不改变其他性质比如四动量, 所处的内部对称群表示等。接下来我们可以用群论的思路构造出产生湮灭算符, 作用在定义好的真空态下, 就可以得到特定所有的态。

1.1.2 超场和超空间

在从经典三维空间到相对论性的过程中, 为了得到一个明显相对论不变的理论, 人们引入了额外的时间维坐标。同样为了构建超对称不变的场论, 超空间坐标 $(x^\mu, \theta, \bar{\theta})$ 经常被人们使用, θ 和 $\bar{\theta}$ 是二分量的weyl旋量。在超空间下定义的群元素

$$G(x, \theta, \bar{\theta}) = e^{i\{x^\mu P_\mu + \theta Q + \bar{\theta} \bar{Q}\}} \quad (1.3)$$

应用Hausdorff公式 $e^A e^B = e^{A+B+\frac{1}{2}[A+B]+\dots}$ 做两个群元的乘法

$$G(0, \epsilon, \bar{\epsilon})G(x, \theta, \bar{\theta}) = G(x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\epsilon} - i\epsilon\sigma^\mu\bar{\theta}, \theta + \epsilon, \bar{\theta} + \bar{\epsilon}) \quad (1.4)$$

明显这导致了超空间坐标的移动。同四动量生成元 p^μ 的微分算符表示 $p^\mu = -i\frac{\partial}{\partial x^\mu}$ 一样, 对 Q 和 \bar{Q} 存在

$$Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} - i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu, \quad \bar{Q}^{\dot{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_\alpha^{\dot{\alpha}\mu}\partial_\mu. \quad (1.5)$$

利用它们找到与超对称变化生成元对易的协变微分 $D_\alpha, \bar{D}_{\dot{\alpha}}$ 。

$$D_\alpha = \frac{\partial}{\partial\theta^\alpha} + i\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}\partial_\mu, \quad \bar{D}_{\dot{\alpha}} = \frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - i\theta^\alpha\sigma_\alpha^{\dot{\alpha}\mu}\partial_\mu. \quad (1.6)$$

接下来我们来看看定义在超空间上的一般超场

$$F(x, \theta, \bar{\theta}) = f(x) + \theta\phi(x) + \bar{\theta}\bar{\phi}(x) + \theta^2 m(x) + \bar{\theta}^2 n(x) + \theta\sigma^\mu\bar{\theta}v_\mu(x) \quad (1.7)$$

$$+ \theta^2\bar{\theta}\lambda(x) + \bar{\theta}^2\theta\psi(x) + \theta^2\bar{\theta}^2 d(x) \quad (1.8)$$

它组成了超对称代数的线性表示(超场的线性组合仍然是超场), 然而并非不可约化的, 具体的讲可以被约化为: 手征超场和矢量超场。

(1) 满足 $\bar{D}_{\dot{\alpha}}\Phi = 0$ ($D_\alpha\Phi = 0$)条件的超场 Φ 称为左(右)手征超场。由 D, \bar{D} 的定义可以看出, 两类手征超场互为复共轭, 因此可以只对一类进行说明。在进

行代换 $y^\mu = x^\mu + i\theta\sigma^\mu\bar{\theta}$ 后, 可以轻易解得

$$\Phi(y) = A(y) + \sqrt{2}\theta\psi(y) + \theta^2 F(y) \quad (1.9)$$

其中包含了一个复标量场 A , Weyl旋量场 ψ , 辅助场 F 。在on shell或off shell条件下, 波色态和费米态都具有相同的自由度。另一方面, 不难看出两个同类手征相乘还是同样的手征超场。

(2) 满足 $V = V^+$ 的超场称为矢量超场, 由此可知满足定义的任意超场 V 在变化 $V \rightarrow V + \Phi + \Phi^+$ 下仍旧是矢量超场(Φ 是手征超场)。它的物理意思我们将在后面讨论, 数学上讲我们总可以选取特的规范(Wess-Zumino规范)从而消掉一些多余的自由度, 最终得到

$$V = -\theta\sigma^\mu\bar{\theta}v_\mu(x) + i\theta^2\bar{\theta}\bar{\lambda}(x) - i\bar{\theta}^2\theta\lambda(x) + \frac{1}{2}\theta^2\bar{\theta}^2 D(x) \quad (1.10)$$

注意此时的 v 和 λ , D 不同, 它可以进行 $v_\mu \rightarrow v_\mu + \partial_\mu a$ 的变化而不与上面的规范矛盾。因此在off-shell下 v_μ 有三个自由度, $D(x)$ 一个, λ 加 $\bar{\lambda}$ 共有四个自由度。在规范理论中常见的超对称规范场强是这样定义的

$$W_\alpha = -\frac{1}{4}\bar{D}^2 D_\alpha V, \quad \bar{W}_{\dot{\alpha}} = -\frac{1}{4}D^2 \bar{D}_{\dot{\alpha}} V \quad (1.11)$$

显然 W 属于手征超场, 并且是规范无关的量, 它的具体形式如下:

$$W_\alpha = -i\lambda_\alpha(y) + \theta_\alpha D(y) + \frac{i}{2}(\theta\sigma^\mu\bar{\sigma}^\nu)_\alpha F_{\mu\nu} - \theta^2(\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\lambda}(y))_\alpha \quad (1.12)$$

进行了这么多的准备工作之后, 接下来将要讨论的是如何构建超对称不变的拉式量。在研究中人们发现对于任意超场 $F(x, \theta, \bar{\theta})$, 它的最高级 $\theta^2\bar{\theta}^2$ 分量在超对称变化下改变一个全微分项, 对于手征超场它的最高级 θ^2 分量有类似的性质。上面这两者分别对应着kähler potential和superpotential部分, 可重整的最一般的拉式量可以写成

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta\Phi^+ e^{gV}\Phi + \int d^2\theta [Tr(W^\alpha W_\alpha) + W_{super}] + h.c. \quad (1.13)$$

在这里 $V = V_a T^a$ 代指一般的非Abel群的矢量超场, Φ $\bar{\Phi}$ 处于此群的表示下, kähler势部分提供手征超多重态的动能项以及它们与规范场的相互作用, 超势项提供质量项和它们之间的相互作用, 剩下的是矢量超多重态的动能

项。现在让我们返回前面的问题， V 的变化可以由处于它表示手征超场的变化抵消掉，因此是非物理的，选取特定规范不会造成什么问题。

注意：(1) 由于与相对称变换对易，在具体应用中经常可见到 D_α, \bar{D}_α 出现在高阶kähler势中，这并不会破坏超对称。(2) 从前面的分析我们看到保持超对称不变的重要因素是手征超场的 θ^2 分量，如果它获得一个非零的VEV，超对称就不能保持。对于规范场部分，应用类似的方法可以得到和超对称破缺关系密切的是 V 的 $\theta^2\bar{\theta}^2$ 分量。另一方面从超代数可以得到

$$H = \frac{1}{4}(\bar{Q}_1 Q_1 + \bar{Q}_2 Q_2 + Q_1 \bar{Q}_1 + Q_2 \bar{Q}_2) \quad (1.14)$$

如果基态能量不能于零则说明超对称破缺，具体解基态能量的话将会得到相同的结论。(3) 计算势能时，在树图阶经常会遇到一些flat direction，这时候为了确定这上面最低能点，需要考虑圈图的贡献。(4) 超势的全纯性 (holomorphy)，即超势只是左手超场 Φ_i 的函数，这条性质在超对称场论研究中非常有用。利用这个性质，seiberg曾经非常直观的证明了超对称不重整定理（超对称理论中只有波函数重整化的贡献）。在这里只对一些基本的内容做介绍，细节可以参考[2, 3, 4, 5]。

1.1.3 超对称标准模型

在对超对称有了一些简要的了解后，接下来就是标准模型的超对称扩充。把每个Dirac费米子超对称化成两个手征超场，规范场转化为矢量超场的形式，因此在这个过程中很多超对称伴子被引入进来。值得一提的是标量场higgs，一方面它带来的伴子场会破坏SM里面的反常相消，另一方面由于holomorphy性质的限制单个higgs超场不能同时给予up夸克和down夸克质量，因此通常我们引入两个higgs场 H_u, H_d 。同时它们构成vector-like的表示在标准模型规范群下，而不会带来三角反常。在下页的表中我们给出最小超对称模型 (MSSM) 的粒子以及它们的一些基本性质，它们对应的超势为

$$W = y_u^{ij} Q_i H_u U_j + y_d^{ij} Q_i H_d D_j + y_e^{ij} L_i H_d E_j + \mu H_u H_d \quad (1.15)$$

接下来，我们对上面的公式做一下讨论：(1) 只从规范对称性的角度来看，其他的一些明显破坏轻子数和重子数并且可重整的项也应该存在

$$W_{\Delta L=1} = \frac{1}{2} \lambda^{ijk} L_i L_j E_k + \lambda'^{ijk} Q_i L_j D_k + \mu^i L_i H_u,$$

| Names | | spin 0 | spin 1/2 | $SU(3)_C, SU(2)_L, U(1)_Y$ |
|---|-------|-----------------------------|---------------------------------|--|
| squarks, quarks ($\times 3$ families) | Q | $(\tilde{u}_L \tilde{d}_L)$ | $(u_L d_L)$ | $(\mathbf{3}, \mathbf{2}, \frac{1}{6})$ |
| | U | \tilde{u}_R^* | u_R^\dagger | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, -\frac{2}{3})$ |
| | D | \tilde{d}_R^* | d_R^\dagger | $(\bar{\mathbf{3}}, \mathbf{1}, \frac{1}{3})$ |
| sleptons, leptons ($\times 3$ families) | L | $(\tilde{\nu} \tilde{e}_L)$ | (νe_L) | $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$ |
| | E | \tilde{e}_R^* | e_R^\dagger | $(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 1)$ |
| Higgs, higgsinos | H_u | $(H_u^+ H_u^0)$ | $(\tilde{H}_u^+ \tilde{H}_u^0)$ | $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, +\frac{1}{2})$ |
| | H_d | $(H_d^0 H_d^-)$ | $(\tilde{H}_d^0 \tilde{H}_d^-)$ | $(\mathbf{1}, \mathbf{2}, -\frac{1}{2})$ |
| | | spin 1/2 | spin 1 | |
| gluino, gluon | | \tilde{g} | g | $(\mathbf{8}, \mathbf{1}, 0)$ |
| winos, W bosons | | $\tilde{W}^\pm \tilde{W}^0$ | $W^\pm W^0$ | $(\mathbf{1}, \mathbf{3}, 0)$ |
| bino, B boson | | \tilde{B}^0 | B^0 | $(\mathbf{1}, \mathbf{1}, 0)$ |

表 1.1: 最小超对称标准模型粒子及其群变换性质。

$$W_{\Delta B=1} = \frac{1}{2} \lambda^{ijk} U_i D_j D_k. \quad (1.16)$$

毫无疑问它们会带来质子衰变和大的中微子质量，因此这些耦合系数被实验所强烈的限制，人们在如何解释这些参数和它们带来的影响上做过很多工作。另一种自然的解释是这些危险的项都不存在，然而 $U(1)_B$ 和 $U(1)_L$ 并非严格守恒的（被非微扰电弱效应破坏），因而从理论上来说我们需要一个新的对称性R parity。它是这样定义的，对于一个超场中的任何粒子

$$P_R = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (1.17)$$

s 是粒子的自旋。在上面的定义下所有的标准模型粒子 $P_R = +1$,其他的squark, slepton之类 $P_R = -1$. 这将带来很多有趣的事情：

- 最轻的sparticle不能再继续衰变，如果它是中性的可以作为暗物质的候选者。
- 在对撞机上sparticle必须成对产生。

最后虽然在假定R parity之后没有什么不自洽的地方，然而理论上怎么去解释这样的一个分立的对称性，现在还没有一个统一的观点。

(2) 由于我们没有探测到超对称粒子，然而为了解决精细调节问题又要引入超对称的框架来解决，因此在低能标我们必须引入软破缺项（不带来平方发散）。与超势 (1.15) 相对应的是

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{soft}}^{\text{MSSM}} = & -\frac{1}{2} \left(M_3 \tilde{g} \tilde{g} + M_2 \tilde{W} \tilde{W} + M_1 \tilde{B} \tilde{B} + c.c. \right) \\
& - \left(\tilde{u} \mathbf{a}_u \tilde{Q} H_u - \tilde{d} \mathbf{a}_d \tilde{Q} H_d - \tilde{e} \mathbf{a}_e \tilde{L} H_d + c.c. \right) \\
& - \tilde{Q}^\dagger \mathbf{m}_Q^2 \tilde{Q} - \tilde{L}^\dagger \mathbf{m}_L^2 \tilde{L} - \tilde{u} \mathbf{m}_u^2 \tilde{u}^\dagger - \tilde{d} \mathbf{m}_d^2 \tilde{d}^\dagger - \tilde{e} \mathbf{m}_e^2 \tilde{e}^\dagger \\
& - m_{H_u}^2 H_u^* H_u - m_{H_d}^2 H_d^* H_d - (b H_u H_d + c.c.). \quad (1.18)
\end{aligned}$$

上面的式子某种意义上可以这样理解，与标准模型里面higgs场的真空期望值破缺电弱对称性一样，我们期待理论的Lagrangian在超对称变化下不变，但是真空相反。把超势里的耦合常数提升为超场的真空期望值，那么对应的三线性A term则是此超场自发破缺超对称时剩余的 θ^2 项。如果这个场的质量比较大，在某一scale decouple, 低能残留的效应就是超对称的保持的yukawa项与和它对应的软破缺项。类似的软破缺的质量项可以看做是来自kähler potential 部分的贡献。

在上面的公式中为了简洁我们没有列出flavor指标，由于它们是 3×3 的矩阵，与标准模型相比有很多额外的自由参数（一般的MSSM有126个）。同时由于混合效应，很多超对称粒子的相互作用性质和质量变得很不直观（例如gaugino与higgsino的混合）。为了方便一般在唯象研究的过程中要取一些假设和近似去避开重要的实验限制，凸显出模型的主要性质。

(3) 和标准模型一样，MSSM里的电弱破缺也有higgs场的VEV负责。 $H_{u,d}$ 共有八个自由度三个被W/Z boson吃掉后，剩下两个中性且cp-even的higgs h^0 和 H^0 ，一个CP-odd higgs A^0 ，两个带电higgs $H^{+, -}$ 。首先看一下树图层次higgs势能，

$$\begin{aligned}
V = & (|\mu|^2 + m_{H_u}^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2) + (|\mu|^2 + m_{H_d}^2)(|H_d^0|^2 + |H_d^-|^2) \\
& + [b(H_u^+ H_d^- - H_u^0 H_d^0) + c.c.] \\
& + \frac{1}{8}(g^2 + g'^2)(|H_u^0|^2 + |H_u^+|^2 - |H_d^0|^2 - |H_d^-|^2)^2 \\
& + \frac{1}{2}g^2 |H_u^+ H_d^{0*} + H_u^0 H_d^{-*}|^2 \quad (1.19)
\end{aligned}$$

通过解最底点处的极值条件，可以得到两个方程

$$\begin{aligned} m_{H_u}^2 + |\mu|^2 - b \cot \beta - (m_Z^2/2) \cos(2\beta) &= 0, \\ m_{H_d}^2 + |\mu|^2 - b \tan \beta + (m_Z^2/2) \cos(2\beta) &= 0. \end{aligned} \quad (1.20)$$

其中 $\tan \beta = H_u/H_d$ 。带回到势能方程，可以得到树图阶Higgs质量为：

$$m_{A^0}^2 = 2b/\sin(2\beta) = 2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2 \quad (1.21)$$

$$m_{h^0, H^0}^2 = \frac{1}{2} \left(m_{A^0}^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_{A^0}^2 - m_Z^2)^2 + 4m_Z^2 m_{A^0}^2 \sin^2(2\beta)} \right) \quad (1.22)$$

$$m_{H^\pm}^2 = m_{A^0}^2 + m_W^2 \quad (1.23)$$

在适中的 $\tan \beta$ 和大的 M_{A^0} 极限下， h^0 与 quark, lepton 的耦合退化到和标准模型 higgs 一样，因此我们称它为 SM-like higgs，这也是实验上最关心的粒子。由公式 (1.22) 可知， $m_{h^0} < m_Z |\cos \beta|$ ，早在 LEP 实验的时候就排除了这样轻的 higgs，尤其最近 LHC 发布了疑似信号在 125 GeV，暗示我们需要考虑大的圈图效应（主要来自 stop 和 top 夸克圈图）。在物理上这起源于 H_u 的四次项在超对称理论中只有规范相互作用，因此我们可以通过扩充对称群来加进来新的四次项（D-term）或者通过修改超势（F-term）而带来类似的项，一些单态扩充的超对称模型就属于后面的一类。以上内容可以参考文献[6] 及相关的引文。

关于 higgs 质量以及相关事情，比如著名的 μ problem 和 radiative EWSB 由于和我们最近一些工作密切相关，我们将在后面结合我们的工作具体讨论这些问题。

(4) 前面我们讨论了最常见的最小超对称标准模型，接下来我们简要介绍一些其他的超对称标准模型。

- 单态扩充的超对称模型，例如 NMSSM, nMSSM 等。在这类模型中一般单态 S 获得真空期望值给出所谓的 μ term，不同的超势构形或许暗含着不同的分立对称性，可能导致所谓的 domain wall problem. (for review see [7])
- 由于一些理论上的 argument，与具体的超对称破缺和传递机制相关，一些人提出或许在 TEV scale gauginos 都为 Dirac 粒子（保持 R symmetry），这也会带来完全不同的唯象性质。在这种框架下，对于 higgs 部分不同的人有不同的观点，有时需要额外的 higgs 场 $R_{u,d}$ 。这方面可以参考文献 [8]

- 前面的讨论都是基于可重整的基础上，06年左右seiberg等人从有效理论的基础上系统的研究了在Kähler potential和超势中存在一些高维算符的情况[9]。

1.2 超对称破缺与传递

1.2.1 超对称破缺

上一节我们给出了明显的超对称破缺的soft参数，接下来一个自然的问题就是怎么来解释这些参数。在做这件事之前，首先让我们回顾一下SUSY Breaking的发展。一般的条件下人们希望 $\sqrt{F} \ll M_{Pl}$ ，受到QCD理论的启发（在红外区域规范耦合常数具有渐进自由的性质，自然产生一个远小于Planck标度的scale Λ_{QCD} ），Witten等人在dynamical SUSY breaking方向上做了许多著名的工作。Witten证明在非手征的超对称规范理论中不可能存在整体的超对称破缺的真空态，随后Affleck Dine和seiberg找到了具体实现DSB的模型（3-2模型），再之后06年亚稳态ISS模型的建立打开了简单实现非手征DSB的窗口。同时在这个过程中伴随着人们对N=1超对称规范理论理解的不断深入，比如强弱对偶，R symmetry breaking等。在构造具体的模型的时候，经常需要这方面的知识。

另一方面如果不考虑场的动力学起源我们可以从有效的理论出发，例如O’Raifeartaigh 和Fayet-Iliopoulos SUSY breaking。在这种框架下人们发现如果超对称自发破缺，那么这部分同一超场内的费米子和波色子质量就会分裂开来，在树图上它们满足这样一个关系：

$$STr(m^2) = Tr(m_s^2) - 2Tr(m_F^+ m_F) + 3Tr(m_V^2) = 2g_a^2 Tr(T^a) D^a = 0 \quad (1.24)$$

这里的小标分别指标量，费米旋量和矢量场。从这里可以明显的看出如果MSSM的一个超对称伴子在树图上从超对称破缺获得正质量修正，相应的另一个则会得到负修正（违背实验）。因此人们一般认为有一个单独的sector负责破坏SUSY，低能MSSM部分由间接地（辐射修正）感受到另外一部分的效应。根据中间不同种类传递相互作用的媒介，主要分成Planck传递，规范传递，反常传递几种。对于低能来说或许具体SUSY breaking方法不是很重要，传递机制才是决定spectrum的关键因素。

类比于Goldstone定理(整体对称性自发破缺的时候，每个破缺的生成元对应一个无质量的Goldstone boson)，整体超对称破缺的时候伴随着一个零质量

的weyl费米子Goldstino。在超引力理论里，Goldstino提供自旋3/2的gravitino的两个分量，同时使它获得质量。

$$m_{3/2} = \frac{F}{\sqrt{3}M_P} \quad (1.25)$$

接下面我们简略介绍一下这个粒子与我们前面介绍粒子之间的相互作用，由于 $\sqrt{F} \ll M_{Pl}$ ，gravitino的主要相互作用来自于它吸收的自旋为1/2部分，因此近似可以用Goldstino的性质来研究gravitino。整体SUSY自发破却的时候，supercurrent J^μ 满足下面的关系

$$\begin{aligned} J^\mu &= \bar{\psi}_L \gamma^\mu \gamma^\nu \partial_\nu \phi - \frac{i}{4\sqrt{2}} \bar{\lambda}_a \gamma^\mu \sigma^{\nu\rho} F_{\nu\rho}^a \\ \partial_\mu J^\mu &= -F \gamma^\mu \partial_\mu \tilde{G}. \end{aligned} \quad (1.26)$$

注意这里用了四分量的记法，其中 $\psi\phi$ 为手征超场里的费米和波色分量， $F_{\nu\rho}^a, \lambda_a$ 对应矢量超多重态里的规范场强和gaugino。应用流代数的方法可以得到gravitino与一般物质场的相互作用项

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{F} J^\mu \partial_\mu \tilde{G} + h.c. \quad (1.27)$$

上面的相互作用项也可通过超对称类似的等价定理推出，在完整的超引力拉式量中，把gravitino场代换为 $\sqrt{2/3}\partial_\mu \tilde{G}/m_{3/2}$ ，在领头阶就得到同样的结果。通常在实际应用中，比如粒子A的衰变道（运动学允许的话） $A \rightarrow \tilde{A} + \tilde{G}$ ，上面的近似是足够的。（gravitino的处理可以参考[10]）

1.2.2 Planck传递和反常传递

在构建模型的时候通常是多种传递机制并存的，只不过有的效应很小以至于可以忽略，因此在这一小节我们对另外两种方案做简要的描述，后面会给出我们的重心-规范传递。

(1) 由于引力理论本身是不可重整的，一般相信在Planck scale上的只是一个有效理论。由于引力通过与能动张量耦合的形式与物质相互作用，因此即使两个部分的场没有直接关联，从低能有效理论的观点看来我们可以用有效算符的形式参数化它们的关系。假定在hidden部分SUSY由场 X 的 F 分量破坏掉，在不失一般性的条件下，我们可以对场进行平移使得

$$\langle X \rangle = 0, \quad \langle F_X \rangle \neq 0 \quad (1.28)$$

它与visible部分的相互作用

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} = \int d^4\theta \left\{ \frac{Z_Q^{ij}}{M_{Pl}^2} X^+ X Q^+ Q + \frac{b}{M_P} X H_u H_d + \frac{b'}{M_P} X^+ X H_u H_d + h.c. \right\} \\ + \int d^2\theta \frac{s_1}{M_P} X W_1^\alpha W_{1\alpha} + \frac{a_{ij}}{M_P} X Q^i H_u (U^c)^j + h.c. \end{aligned} \quad (1.29)$$

从而所有的软破缺参数 $A \sim m_\lambda \sim m_{\tilde{Q}} \sim \frac{F_X}{M_{Pl}}$, 同时对于higgs场自然的产生一个同样标度的 μ/B_μ 项。在这里很容易看出, 由于两部分的耦合系数是自由的, 为了就不带来flavor问题, 必须引入额外的机制去解释它们。此外通常所指的mSUGRA scenario是指所有的同一类粒子具有相同的自由参数 $m_{1/2}, m_0, A_0, \mu, b$ 。在假定特定的underline层次物理的条件下, 上面5个自由参数也可以做进一步的约化, 例如Polonyi, No-scale模型等。

(2) 反常传递。人们发现在爱因斯坦引力理论里可以通过引入一个额外的共形补偿场的方法来使的理论本身在local scale变换下是不变的, 之后把这个场取为一个常数值 (M_{Pl}), 就退回到原来的理论。同样的技巧也可以推广到超引力理论里。一个整体超对称不变的拉式量

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta K(\Phi^+, e^V \Phi) + \int d^2\theta \left(W(\Phi) - \frac{i\tau}{16\pi^2} W^\alpha W_\alpha + h.c. \right) \quad (1.30)$$

通过引入手征的共形补偿场 $\Sigma = (\sigma, \chi, F_\Sigma)$ 可以把上式写成形式上共形不变的, 其中 F_Σ 指超对称破缺的信息, 另外 $\sigma = M_{Pl}, \chi = 0$ 。

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta K(\Phi^+, e^V \Phi) \frac{\Sigma^+ \Sigma}{M_{Pl}^2} + \int d^2\theta \left(\frac{\Sigma^3}{M_{Pl}^3} W(\Phi) - \frac{i\tau}{16\pi^2} W^\alpha W_\alpha + h.c. \right) + \dots \quad (1.31)$$

(这里只列出了讨论反常传递所必要的项, 完整的表达式可以参考[11])。

如果hidden部分与我们所关心的可见部分没有任何联系或者很弱 (比如extra dimension里被e指数压低), 那么超对称破缺的信息就只能通过上面的超引力传达到visible sector, 接下来就来看看它们所带来的效应。当做如下的代换的时候

$$\frac{\Phi \Sigma}{M_{Pl}} \rightarrow \Phi \quad (1.32)$$

如果超势不含质量项, 拉式量在经典上是标度不变的, 然而量子修正会破坏这个性质, 这就是所谓的super-weyl anomaly。 Σ 不出现拉式量中而是在隐含在紫

外的cut off scale之中 $\Lambda_{UV} \rightarrow \Lambda_{UV}\Sigma/M_{Pl}$, 那么在特定标度 μ 的Wilsonian effective Lagrangian(超势不重整)

$$\mathcal{L}_{eff} = \int d^4\theta Z\left(\frac{\mu M_{Pl}}{\Lambda_{UV}\Sigma}\right)\Phi^+ e^V \Phi + \int d^2\theta \left(W(\Phi) - \frac{i\tau\left(\frac{\mu M_{Pl}}{\Lambda_{UV}\Sigma}\right)}{16\pi^2} W^\alpha W_\alpha \right) + h.c. \quad (1.33)$$

把 Σ 所包含的超对称破缺信息提取出来, 具体的推导方法与后面用波函数重整化算规范传递辐射修正类似在这里就先略去。不难发现软破缺参数是低能场的反常量纲 γ_Φ 和耦合常数跑动 β 的函数, 并且具有UV insensitive的性质。

注意:(1) 在反常传递中slepton的质量修正为负的, 因此为了避免额外的电弱破缺来源, 需要其他的贡献。(2) 反常传递中粒子的质量除graviton外相比与普朗克传递的相同粒子是被圈压低的。

1.2.3 规范传递 (GMSB)

flavor破坏的软破缺项非常危险, 它们可以诱导味破坏的gaugino顶角, 从而给出大的FCNC过程。同样 $\bar{K}^0 - K^0$ 的质量劈裂, $\mu \rightarrow e\gamma$ 等类似的过程也会给出对flavor参数的强烈限制。对上述问题规范传递提供了一个很好的解决办法, 在messenger scale产生的软参数只能通过Yukawa系数来获得flavor破坏信息, 反馈到低能过程的话来自超对称伴子的效应被自然压低。另一方面从构造模型的角度来说规范传递很容易和超对称破缺联系起来。

(1) 为了对GMSB的特点有一些简单的理解, 人们常用minimal的情况进行说明, 对应如下的超势:

$$W = X\bar{\Phi}\Phi, \quad \langle X \rangle = M + \theta^2 F \quad (1.34)$$

其中要求 $\sqrt{F} < M$ (耦合常数可以通过重定义吸收到X中)。为了保持规范耦合常数统一, 通常要求 $\bar{\Phi}, \Phi$ 组成一个完整的GUT多重态, 在应用中常用 $5, \bar{5}$ 的表示。在97年左右S.P.Martin等人第一次用费曼图的方法严格算出了messenger场对低能场的贡献。

$$\tilde{M}_{\lambda_r} = \frac{\alpha_r}{4\pi} \frac{F}{M} g(F/M^2), \quad m_{\tilde{f}}^2 = 2 \sum_{r=1}^3 C_r^{\tilde{f}} \frac{\alpha_r^2}{(4\pi)^2} \frac{F^2}{M^2} f(F/M^2) \quad (1.35)$$

C_r^f 是对于具体超场 f 的 quadratic Casimir 不变量, 它的值为 $\frac{N^2-1}{2N}$ 如果 f 处于 $SU(N)$ 群的 N 维表示下。函数 $g(x), f(x)$ 的定义如下:

$$\begin{aligned} g(x) &= \frac{1}{x^2} [(1+x) \ln(1+x)] + (x \rightarrow -x) \\ &= 1 + \frac{x^2}{6} + \frac{x^4}{15} + \frac{x^6}{28} + \mathcal{O}(x^8) \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1+x}{x^2} \left[\ln(1+x) - 2\text{Li}_2\left(\frac{x}{1+x}\right) + \frac{1}{2}\text{Li}_2\left(\frac{2x}{1+x}\right) \right] + (x \rightarrow -x) \\ &= 1 + \frac{x^2}{36} - \frac{11}{450}x^4 - \frac{319}{11760}x^6 + \mathcal{O}(x^8). \end{aligned} \quad (1.37)$$

$x \rightarrow 1$ 时, 两个函数是发散的, 物理上这对应一个标量 messenger 场的质量趋向于零, 这时候计算已经失效。通常的情况下我们要求 $F \ll M^2$ (这时 $g, f \simeq 1$), 这时候超对称破缺可以当做微扰处理, G.F.Giudice 等人发现通过波函数重整化方法即使不做繁琐的圈图计算也可以得到相同的结果。

从上面的公式可以看出如果要求超对称伴子的质量 $m_{soft} \sim 100$ GeV, 那么 $F/M \sim 10^5$ GeV。同时考虑到之前的 Planck 传递的效应, 假定只存在着一个超对称破缺的源 F_0 的话, 为了要求这部分的贡献足够小而避免 FCNC 过程, 要求

$$\sqrt{F_0} < 10^{10} \text{ GeV} \left(\frac{m_Q}{500 \text{ GeV}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (1.38)$$

类似的, 我们可以得到一个关于 messenger scale 的上限 $\sim 10^{15}$ GeV。与此同时可以发现在 GMSB 里 gravitino 是最轻的超对称粒子 (LSP), 由于在对撞机上无法直接探测, 唯象最重要的将会是 NLSP 粒子的性质。

在 boundary 上不同超对称伴子的质量主要由不同的 gauge coupling 决定, 因此一般说来带色的粒子的比不带色的粒子要重很多。例如

$$\frac{m_{\tilde{t}}}{m_{e_R}} \sim \sqrt{3} \frac{g_3^2}{g_1^2} \sim 10 \quad (1.39)$$

因此 $m_{\tilde{t}}$ 要在 TeV 左右 (重的 stop 意味着大的 fine-tuning)。通常次最轻的超对称粒子可以是最轻的 neutralino, 轻的 stau, 或者是 sneutrino。由前面给出的相互作用项 (1.27) 可以算出 NLSP 的衰变宽度, 如果 \sqrt{F} 比较大, NLSP 将会在探测器外衰变, 表现为一个稳定的粒子。相反的情况, 表现为 NLSP 衰变为对应的 SM 粒子和 missing transverse energy。如果 stau 是 NLSP, 在这种情况下由于 tau 轻子带电, 或许可以给出非常直接的信号。上面只是最简单的分析, 在实际里如果存在

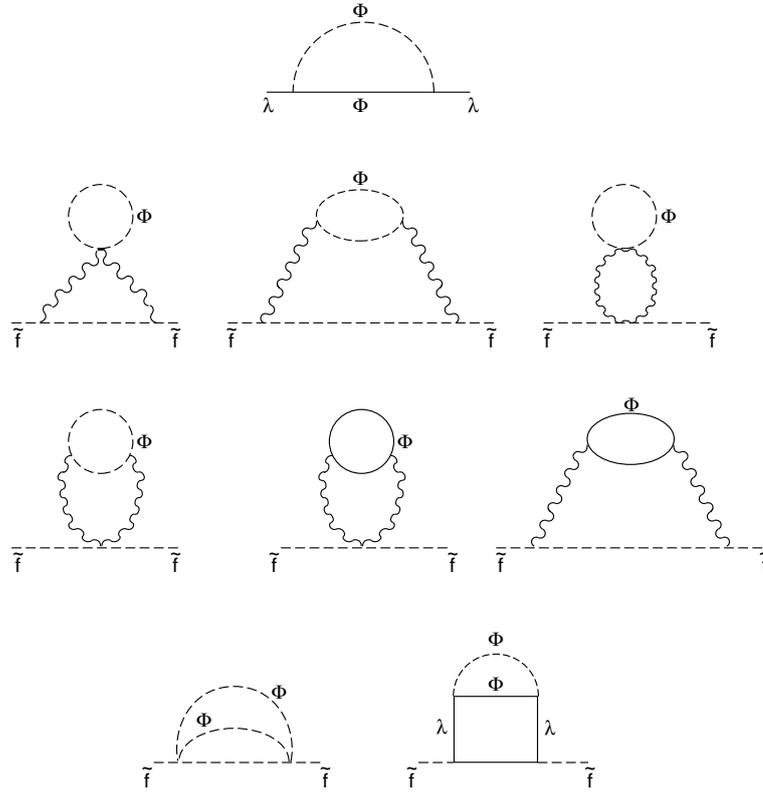


图 1.1: 辐射修正对应的费曼图, λ 是gauginos粒子, \tilde{f} 对应低能的sfermion

另外的粒子co-NLSP, 它们与NLSP的质量差很小, 同时 \sqrt{F} 又比较小, 或许它们更优先衰变到gravitino去, 这将带来完全不同的实验信号。无论怎样, 涉及到对撞机实验部分, 事情将会变得非常复杂 (比如在R parity 保持的条件, 超对称粒子会成对产生, 因此在测量missing transverse energy会带来一定的不确定度), 我们将不在这个方向下继续下去。

(2) 在一个具体的包含超对称破缺模型里, 经常会遇到的一些更为普遍的messenger 场。如果只是N个信使场的叠加 (它们之间没有相互作用), 我们还可以利用mGMSB的公式; 如果它们之间有混合, 为了得到最终的结果, 只能进行繁琐的圈图计算。

$$W = M_{ij}\bar{\Phi}_i\Phi_j + \lambda_{ij}X\bar{\Phi}_i\Phi_j + FX \tag{1.40}$$

这里X只提供SUSY breaking的来源。具体radiative correction的公式可以参考文献 [12], 其中两点值得注意的是:

- 在单圈图上可能存在来自 $D = g_a(\bar{\phi}^* T^a \bar{\phi} - \phi^* T^a \phi)$ 对 sfermion 的贡献, 并且计算表明为负修正, 当然这会导致很严重的问题。为了禁掉它, 可以通过对称性来实现。如果存在任意的矩阵 U, \bar{U} , 满足如下的变换下

$$\Phi \rightarrow U\bar{\Phi}^+, \quad \bar{\Phi} \rightarrow \Phi^+\bar{U}, \quad V \rightarrow -V \quad (1.41)$$

$$M^+ = \bar{U}MU, \quad (\lambda F)^+ = \bar{U}\lambda FU \quad (1.42)$$

直观上就是要求在单圈图中传播的两种 messenger 场 $\phi, \bar{\phi}$ 它们的贡献相等, 由于 D-term 会给出一个相对负号, 它们会自然抵消掉。在实际应用中, 最简单的情况就是取 $U, \bar{U} = 1$, 这样上述条件就转换为要求矩阵 M 和 λ 厄米。(mGMSB 自然的满足这样的条件)

- 应用波函数重整化方法, David.Shih 等人 [13] 推导出在这种情况下 gaugino 的质量 (领头阶)

$$M_r = \frac{\alpha_r}{4\pi} \Lambda, \quad \Lambda = F \partial_X \log \det \mathcal{M} \quad (1.43)$$

这里 $\mathcal{M} = M_{ij} + \lambda_{ij} X$, 在构建模型时应用它可以很方便的估计出 gaugino 质量的性质。例如: 在 ISS 亚稳态破缺被提出后, 许多人在这个模型上进行一些修改为了避开很小的 gaugino 质量问题。

随后利用上面的结论 09 年 Zohar Komargodski 等 [14] 揭示了 gaugino 和真空结构的关系在一般的 Wess-Zumino 里, 他们发现如果 X 所处的真空态是一个有效理论真实的最低能态 (按照上面所描述的), 那么一定存在关系

$$\det(M + \lambda X) = \det(M) \quad (1.44)$$

在证明上式之前我们需要做一些准备工作, 通过解树图 potential 的极值条件 $\frac{\partial V}{\partial \phi}$, 可以发现在最低能态处存在一个无质量的费米子 (goldstino), 在超势 (1.40) 中这意味着对于费米子质量矩阵 $M_F = \lambda X + M$ 存在一个零本征值矢量 v 。另一方面波色子的质量矩阵

$$M_B^2 = \begin{pmatrix} M_F^* M_F & \lambda^* F_X^* \\ \lambda F_X & M_F M_F^* \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

左右作用上矢量 $(v, v^*)^+$ 和 (v, v^*) 后得到

$$v^T \lambda F_X v + c.c. \quad (1.46)$$

结合物理上的含义，上面式子必须为零即 $\lambda v = 0$ ，否则通过转动矢量 v 就会出现负值。现在继续中断的讨论，如果 $\det(M + \lambda X)$ 依赖 X (X 的多项式)，那么在 $X = X_0$ 处， $\det(M + \lambda X_0) = 0$ 。如果对应着无质量波色子，那么则有 $\lambda v = Mv = 0$ ， $\det M_F$ 处处为零，与假设是矛盾的；如果对应tachyon方向，则与局域稳定性不符，这样就证明了前面的假设。值得注意的一点是，在这里我们并没有用到对称性的知识，因此与R symmetry破缺与否没关系。在这之后，人们也做了很多研究，例如如何构建合适的真空态，以及讨论上面关系的适用范围等(例如[15])。

在实际应用中，经常遇到的另一个问题就是R-symmetry。众所周知，Majorana gaugino mass的存在要求R-symmetry破缺。处理这个问题，不同人有不同的看法：从唯象的观点看，直接加入明显破缺项；树图上R-symmetry的自发破却；圈图上由辐射修正诱导的自发破缺（单圈或双圈）；保持R-symmetry，通过引入伴随表示的场与gaugino组成dirac粒子等。一般说来，采取什么样的观点与超对称破缺的机制和有效理论的动力学起源有关。

(3) 08年Patrick Meade, Nathan Seiberg和David Shih给出了关于规范传递的一个general的定义(GGM) [16]: 在规范耦合常数 $\alpha_i \rightarrow 0$ 的极限下，理论可以分成独立的visible and hidden sector (不考虑引力效应)，其中hidden sector破缺超对称。在这种框架下，低能MSSM的soft参数可以用current-current correlation function的形式表达出来。

首先，给出简单Abel群的例子。 $U(1)$ gauge current superfield $\mathcal{J} = \mathcal{J}(x, \theta, \bar{\theta})$ 是一个实线性超场(由守恒流推广到超多重态而得到)，它满足

$$\bar{D}^2 \mathcal{J} = D^2 \mathcal{J} = 0 \quad (1.47)$$

展成分量的形式是

$$\mathcal{J} = J + i\theta j - i\bar{\theta} \bar{j} - \theta \sigma^\mu \bar{\theta} j_\mu + \frac{1}{2} \theta^2 \bar{\theta} \bar{\sigma}^\mu \partial_\mu j - \frac{1}{2} \bar{\theta}^2 \theta \sigma^\mu \partial_\mu \bar{j} - \frac{1}{4} \theta^2 \bar{\theta}^2 \square J \quad (1.48)$$

其中 j_μ 满足条件

$$\partial^\mu j_\mu = 0 \quad (1.49)$$

流守恒和Lorentz不变性意味着唯一的非零的单点流函数是(在非Abel的情况下 $\zeta = 0$)

$$\langle J(x) \rangle = \zeta \quad (1.50)$$

同时非零的current-current correlators如下:

$$\langle J(x)J(0) \rangle = \frac{1}{x^4} C_0(x^2 M^2) \quad (1.51)$$

$$\langle j_\alpha(x) \bar{j}_{\dot{\alpha}}(0) \rangle = -i \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu \partial_\mu \left(\frac{1}{x^4} C_{1/2}(x^2 M^2) \right) \quad (1.52)$$

$$\langle j_\mu(x) j_\nu(0) \rangle = (\eta_{\mu\nu} \partial^2 - \partial_\mu \partial_\nu) \left(\frac{1}{x^4} C_1(x^2 M^2) \right) \quad (1.53)$$

$$\langle j_\alpha(x) j_\beta(0) \rangle = \epsilon_{\alpha\beta} \frac{1}{x^5} B_{1/2}(x^2 M^2) \quad (1.54)$$

在上面公式里 M 是理论的特征能标, 函数 $B_{1/2}$ 一般说来是复数, 然而 ζ 和 C_a 函数必须为实数。如果超对称不破却, 那么存在

$$C_0 = C_{1/2} = C_1, \quad B_{1/2} = 0. \quad (1.55)$$

通过Fourier变换, 可以从坐标空间转换到动量空间,

$$\langle J(p)J(-p) \rangle = \tilde{C}_0(p^2/M^2; M/\Lambda) \quad (1.56)$$

$$\langle j_\alpha(p) \bar{j}_{\dot{\alpha}}(-p) \rangle = -\sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu p_\mu \tilde{C}_{1/2}(p^2/M^2; M/\Lambda) \quad (1.57)$$

$$\langle j_\mu(p) j_\nu(-p) \rangle = -(p^2 \eta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu) \tilde{C}_1(p^2/M^2; M/\Lambda) \quad (1.58)$$

$$\langle j_\alpha(p) j_\beta(-p) \rangle = \epsilon_{\alpha\beta} M \tilde{B}_{1/2}(p^2/M^2) \quad (1.59)$$

相关的转换为:

$$\tilde{C}_a(p^2/M^2; M/\Lambda) = \int d^4x e^{ipx} \frac{1}{x^4} C_a(x^2 M^2) \quad (1.60)$$

$$M \tilde{B}_{1/2}(p^2/M^2) = \int d^4x e^{ipx} \frac{1}{x^5} B_{1/2}(x^2 M^2) \quad (1.61)$$

Λ 是在对圈图做正规化时的截断能标。同之前一样 \tilde{C}_a 可以为复数, $\tilde{B}_{1/2}$ (不依赖 Λ , 在超对称保持的极限下等于零)必须是实的。

接下来, 通过把超流耦合到超场上, 把整体群gauge化。

$$\mathcal{L}_{int} = 2g \int d^4\theta \mathcal{J} \mathcal{V} + \dots = g(JD - \lambda j - \bar{\lambda} \bar{j} - j^\mu V_\mu) + \dots \quad (1.62)$$

在hidden sector退耦后, 它们对低能的贡献就包含在两点的流关联函数里, 规范超多重态的有效lagrangian(领头阶)可以写做

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}_{eff} &= \frac{1}{2} g^2 \tilde{C}_0(0) D^2 - g^2 \tilde{C}_{1/2}(0) i \lambda \sigma^\mu \partial_\mu \bar{\lambda} - \frac{1}{4} g^2 \tilde{C}_1(0) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \\ &\quad - \frac{1}{2} g^2 (M \tilde{B}_{1/2}(0) \lambda \lambda + c.c.) + \dots \end{aligned} \quad (1.63)$$

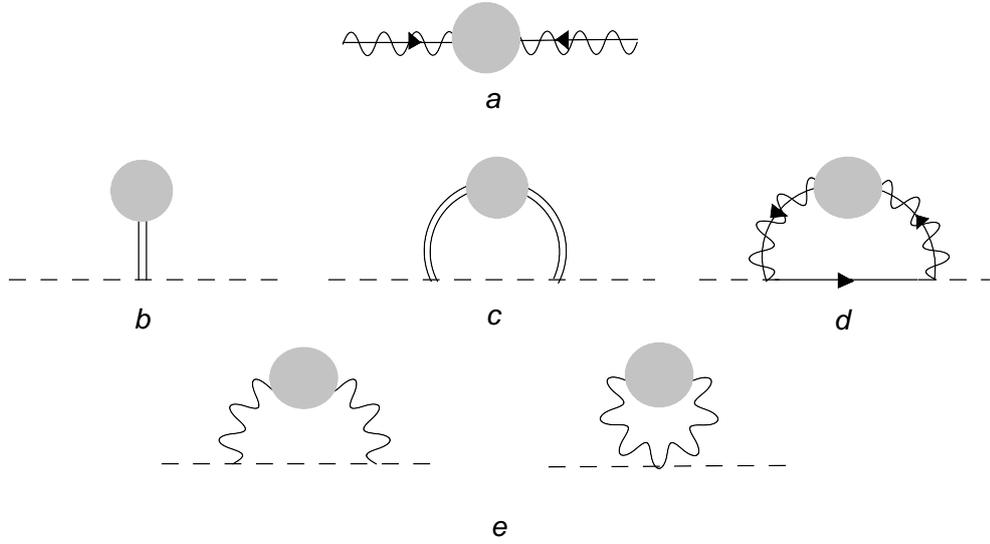


图 1.2: 两点关联函数对soft mass 贡献的几何图像

从这里看出 C, B 函数物理上分别对应场的波函数重整化和质量重整化部分。在把 $U(1)$ 推广到 $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ 后, 我们就可以考察MSSM里的soft masses。

$$M_r = g_r^2 M \tilde{B}_{1/2}^{(r)}(0), \quad m_f^2 = g_1^2 Y_f \zeta + \sum_{r=1}^3 g_r^4 C_f^r A_r \quad (1.64)$$

其中 C_f^r 与前面的定义一样

$$\begin{aligned} A_r &\equiv - \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2} \left(3\tilde{C}_1^{(r)}(p^2/M^2) - 4\tilde{C}_{1/2}^{(r)}(p^2/M^2) + \tilde{C}_0^{(r)}(p^2/M^2) \right) \\ &= - \frac{M^2}{16\pi^2} \int dy \left(3\tilde{C}_1^{(r)}(y) - 4\tilde{C}_{1/2}^{(r)}(y) + \tilde{C}_0^{(r)}(y) \right) \end{aligned} \quad (1.65)$$

从上面的公式可以直接看出gaugino与squark,slepton质量没有直接的联系, 另一方面正比 $U(1)$ 荷的 ζ 项贡献恰恰就是我们前面所讨论的危险部分, 可以通过额外的分立对称性把它消掉。进一步的观察可以发现低能软破缺质量共五个, 分别对应场 Q, U, D, L, E , 而组成它们的量只有三个自由分量 ($\zeta = 0$ 的条件下), 因此在特征scale M 上存在两个关系式 $Tr Y m^2 = Tr(B - L)m^2 = 0$, 详细的说,

$$m_Q^2 - 2m_U^2 + m_D^2 - m_L^2 + m_E^2 = 0 \quad (1.66)$$

$$2m_Q^2 - m_U^2 - m_D^2 - 2m_L^2 + m_E^2 = 0 \quad (1.67)$$

由于实际观测到的粒子应该在电弱标度上, 因此sum rule在重整化群方程下的跑动行为就变得非常重要。定义 $S_Y^{(i)} = Tr Y m_i^2$, $S_{B-L}^{(i)} = Tr(B - L)m_i^2$ (i为flavor指标), $S = \sum_i S_Y^{(i)} + m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2$ 。对于前两带粒子, 在单圈层次上

$$16\pi^2 \frac{dS_Y^{(i)}}{dt} = 2g_1^2 (Tr Y^2) S \quad (1.68)$$

$$16\pi^2 \frac{dS_{B-L}^{(i)}}{dt} = 2g_1^2 (Tr Y (B - L)) S \quad (1.69)$$

(第三代由于大的Yukawa耦合系数, 它的表达式不会这么简洁)。对合适的 $m_{H_u}^2, m_{H_d}^2$, 由于对两个sum rule的修正正比于 α_1 , 因此在低能两个关系会近似的保留下来。

在GGM方面人们从不同的方向上做了许多有意义的工作, 例如 μ/B_μ , fine-tuning等, 具体的可以参考[17]。

1.3 暗物质简介

除了在collider上直接探测信号外,另外一个与粒子物理紧密联系的领域就是宇宙学,其中一个很重要的方向就是暗物质。近年来许多国家在暗物质实验方面都有巨大投入,在这一节我们将对暗物质以及相关的宇宙学背景做简单的介绍。

(1) 在爱因斯坦的引力理论里,时空结构由度规场 $g_{\mu\nu}$ 决定,它们决定了物质的运动方式,同时物质场的分布决定了时空的弯曲程度。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}\mathcal{R} = 8\pi G_N T_{\mu\nu} \quad (1.70)$$

在宇宙学的尺度上,时空均匀且可向同性,在球坐标上 (r, θ, ϕ, t) 度规写作

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right] \quad (1.71)$$

其中 $R(t)$ 为标度因子, k 取值+1, -1, 0分别对应正, 负, 零曲率。现在的数据告诉我们 $k \simeq 0$ (平坦性问题)。

在理想流体的近似下

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho, -p, -p, -p) \quad (1.72)$$

考察爱因斯坦方程的0-0分量,就得到所谓Friedmann方程:

$$H^2 + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi G_N}{3}\rho, \quad H = \frac{\dot{R}}{R} \quad (1.73)$$

在这里H就是著名的哈勃参数。由能动量守恒和物态方程 $p = w\rho$ ($w = \frac{1}{3}, 0, -1$ 分别对应辐射, 物质与真空能), 可以推得在不同条件标度因子 R 随时间的演化行为。在大爆炸宇宙学的框架下,以平衡与非平衡的热动力学为辅助,人们给出这样的宇宙热历史图像(按时间顺序) [18]:

- inflation时期,在极短的时间内宇宙急速膨胀 $R \sim e^t$,时间大约在 10^{-40} s。
- 随着宇宙膨胀,温度逐渐降低,在 10^2 GeV附近发生电弱相变(10^{-12} s)。
- 0.3GeV附近发生夸克强子相变(10^{-6} s)。
- MeV左右中子退耦,开始核合成,只能构成轻的原子核 D, Li, He 之类(1s)

- 之后物质逐渐增多，在1eV附近，物质和辐射贡献相等，宇宙的大尺度结构形成 (10^{12} s)
- 0.3eV时光子退耦形成微波背景辐射
- 10^9 年左右，星系形成。

在电弱相变之后的故事，由于这个能标中粒子的内容和性质大部分已经被确定下来，物理学家可以这部分的演化做确定的计算。在 高能标的部分，只能根据一些物理学的原理进行一些猜测，因此里面含有的很大的不确定度。

(2) WMAP 观测数据告诉我们，在现今的宇宙主要的成分是暗能量 72.1%，重子物质占 4.6%，其余的是被称为暗物质的成分 23%。另外一些其他的证据，比如星系旋转曲线和天文尺度上引力透镜的观测结果也揭示了暗物质的存在。迄今为止，我们对暗物质的所有直接信息都来自于引力效应，对于它的质量，自旋，相互作用强度和方式甚至是不是存在多个粒子作为暗物质等都一无所知。从现有大爆炸宇宙学和粒子物理的知识，我们可以得到一些简单的结论：1. 不能参与电磁和强相互作用；2. 在宇宙学的尺度上必须是稳定的；3. 为了防止它抹平原初扰动和妨碍大尺度结构形成，要求它质量不能太轻 (cold)。因此最简单也最自然的暗物质的候选者就是 WIMP (weak interacting massive particles)，接下来就要介绍最常见产生它剩余丰度的 freeze-out 机制，其余的方法如 freeze-in, 非热产生和不对称暗物质可以参考引文 [19]

在暗物质粒子退耦之前，宇宙温度 $T > M$ ，此时它与其他的粒子可以看做是处于局域的热力学平衡态，并且粒子之间可以相互转化从而处于化学平衡态。对于特定的粒子，它的数密度为

$$n = \frac{g}{(2\pi^3)} \int f(p) d^3p, \quad f(p) = [\exp((E - \mu)/T) \pm 1]^{-1} \quad (1.74)$$

这里 μ 为化学势， g 是粒子的内部自由度， $+1-1$ 分别对应费米和波色统计。随着温度的降低各粒子 (未退耦) 的密度和能量也在降低，在某一温度热平衡将被打破，重粒子将从等离子体的状态退耦出来。如果退耦的粒子是稳定的，那么它就将按照自己的方式随宇宙膨胀而演化。以下面的过程 $\psi\bar{\psi} \longleftrightarrow X\bar{X}$ 为例子

$$\frac{dn_\psi}{dt} + 3Hn_\psi = -\langle\sigma_{\psi\bar{\psi}\longleftrightarrow X\bar{X}}|v\rangle [n_\psi^2 - (n_\psi^{EQ})^2] \quad (1.75)$$

$$\langle \sigma_{\psi\bar{\psi} \rightarrow X\bar{X}}|v \rangle = (n_{\psi}^{EQ})^{-2} \int d^4 p_{\psi, \bar{\psi}, X, \bar{X}} (2\pi)^4 \delta^4(p_{\psi} + p_{\bar{\psi}} - p_X - p_{\bar{X}}) \times |\mathcal{M}|^2 e^{-E_{\psi}/T} e^{-E_{\bar{\psi}}/T} \quad (1.76)$$

正比于 H 物理上说明粒子数随着膨胀而降低, n^{EQ} 指在共动坐标系下处于平衡态时的粒子数密度。上式是特殊的Riccati方程, 不存在一般的形式解, 近似处理后最终得到关于重粒子的剩余丰度公式($x_F = m/T_F$, T_F 为退耦时刻的温度)

$$\langle \sigma v \rangle = a + b\langle v^2 \rangle + \mathcal{O}(\langle v^4 \rangle); \quad (1.77)$$

$$\Omega_X h^2 \approx \frac{1.07 \times 10^9 \text{ GeV}^{-1}}{M_{Pl}} \frac{x_F}{\sqrt{g_*}} \frac{1}{(a + 3b/x_F)} \quad (1.78)$$

值得注意的一点是在实际的应用过程中情况可能会变得很复杂, 比如两个粒子质量差很小近乎简并 (co-annihilation), 为此一些理论组专门开发了一些用来计算剩余分度的程序包 (例如micrOMEGAs)。

(3) 在标准模型里面并没有好的暗物质候选者, 为此物理学工作者经常要构造新物理模型去解释暗物质, 除了上一小节中涉及到的剩余丰度的限制, 另外一个常见的限制来自于暗物质实验, 包括直接探测和间接探测两种。

直接探测是指探测暗物质粒子与物质中原子核碰撞所产生的信号 (核子反冲能)。这种信号非常微弱, 为了降低“噪声”的干扰, 通常要把实验仪器放在很深的地下。到目前很多实验组都给出了它们的实验结果, 并且有些结果并不兼容, 对此还没有一个很好的答案 (似乎人们更倾向于相信给出排除线结果的CDMS, xenon类实验)。间接探测通过探测暗物质粒子衰变或湮灭后产生的稳定可见粒子, 如光子, 正负电子等。由于暗物质的湮灭速率正比其密度的平方, 因此暗物质湮灭主要发生在星系, 星体内部 (由于强引力效应) 等地。从产生射线, 射线传播, 最终到达探测器, 这其中涉及多方面的知识, 在观察到一些信号后, 经常也会有很多种解释, 从不同的角度。

第二章 semi-direct规范传递

2.1 背景和动机

09年底[20] Riccardo Argurio, Alberto Mariotti等人通过用类似GGM中流关联函数的方法证明了在一般的semi-direct规范传递的框架内软破缺参数的性质。不同于最简单的direct传递机制,在这种图像里超对称破缺先通过规范群 G_h 传导到中间的信使部分,随后在通过 G_V 传播到MSSM(图 2.1)。SDGM对应的完整的拉式量为

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \mathcal{L}_{\text{MSSM}} + \int d^4\theta (\Phi^\dagger e^{g_v V_v + g_h V_h} \Phi + \tilde{\Phi} e^{-g_v V_v - g_h V_h} \tilde{\Phi}^\dagger) \\ & + \int d^2\theta m \Phi \tilde{\Phi} + \int d^2\theta \text{tr} \mathcal{W}_h^2 + h.c. + \int d^4\theta g_h V_h \mathcal{J}^h, \end{aligned} \quad (2.1)$$

在规范耦合常数 $g_h \rightarrow 0$ 的极限下,整个系统退耦成两个独立的部分,因此可以把超对称破缺信息用如下的函数参数化出来(参考引言)。

$$\langle J^h(p) J^h(-p) \rangle = C_0^h(p^2/M^2), \quad (2.2)$$

$$\langle j_\alpha^h(p) \bar{j}_\alpha^h(-p) \rangle = p_\mu \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu C_{1/2}^h(p^2/M^2), \quad (2.3)$$

$$\langle j_\alpha^h(p) j_\beta^h(-p) \rangle = \epsilon_{\alpha\beta} M B^h(p^2/M^2), \quad (2.4)$$

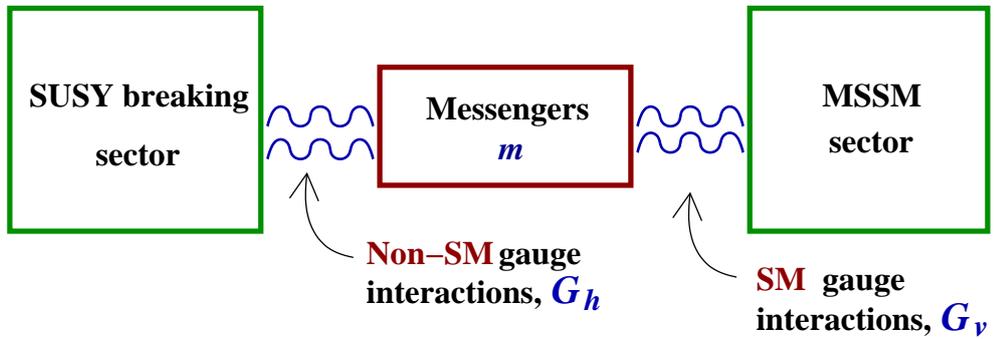


图 2.1: general semi-direct规范传递图像

$$\langle j_\mu^h(p) j_\nu^h(-p) \rangle = (p_\mu p_\nu - p^2 \eta_{\mu\nu}) C_1^h(p^2/M^2) \quad (2.5)$$

接下来我们就可以衡量visible gaugino和sfermion的大小，它们分别对应图2.2，图2.3。其中 m_λ^a, m_λ^b 的贡献可以写作

$$m_\lambda^a = -16 g_v^2 g_h^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{m^2 M B^h(k^2/M^2)}{k^2 (l^2 + m^2)^3 [(l-k)^2 + m^2]} \quad (2.6)$$

$$m_\lambda^b = 8 g_v^2 g_h^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l \cdot (l-k) M B^h(k^2/M^2)}{k^2 (l^2 + m^2)^2 [(l-k)^2 + m^2]^2} \quad (2.7)$$

在上面的表达式中，可以把关于 l 动量积分写成如下的形式

$$m_\lambda^{a,b} = 8 g_v^2 g_h^4 \frac{M}{m^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} L^{a,b}(k^2/m^2) B^h(k^2/M^2) \quad (2.8)$$

$$L^a(k^2/m^2) = -2 m^4 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{1}{(l^2 + m^2)^3 [(l-k)^2 + m^2]} \quad (2.9)$$

$$L^b(k^2/m^2) = m^2 \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \frac{l \cdot (l-k)}{(l^2 + m^2)^2 [(l-k)^2 + m^2]^2} \quad (2.10)$$

计算两个积分可以发现

$$L^a(x) = -L^b(x) = -\frac{1}{32\pi^2} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+4} - \frac{4f(x)}{x(x+4)} \right) \quad (2.11)$$

$$f(x) = \frac{4}{\sqrt{x(x+4)}} \operatorname{arctanh} \sqrt{\frac{x}{x+4}}, \quad x = k^2/m^2 \quad (2.12)$$

因此最终关于visible gaugino的贡献即为：

$$m_\lambda = 8 g_v^2 g_h^4 \frac{M}{m^2} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2} [L^a(k^2/m^2) + L^b(k^2/m^2)] B^h(k^2/M^2) \quad (2.13)$$

不难发现，在 $g_v^2 g_h^4$ 层次上 $m_\lambda = 0$ ，无论hidden sector 给出什么样的 B^h 。这就是所谓的gaugino screen效应，在98年 N.Arkani-Hamed, G.F.Giudice, M.A.Luty 和 R.Rattazzi用波函数重整化的方法在semi-direct的框架内也得到了同样的结果[22, 23]。

接下来让我们考察visible sfermion的效应，它来自于图2.2里五类拓扑不等价费曼图的贡献。在GGM里面sfermion 质量修正为

$$m_{sf}^2 = -g_v^4 \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4 p^2} (C_0^v(p^2/M^2) - 4C_{1/2}^v(p^2/M^2) + 3C_1^v(p^2/M^2)) \quad (2.14)$$

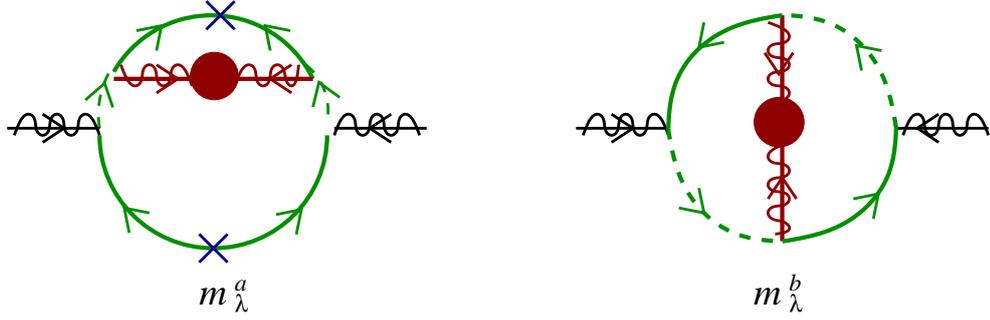


图 2.2: 拓扑不等价图对visible sector gaugino的贡献

其中每个函数 C_s^h, C_s^v 都是logarithmically UV-divergent, 然而所有的发散都会被消掉在最终的线性组合中, 因此接下来只考虑其中的有限项部分。

$$C_{s'}^v(p^2/M^2, m^2/M^2) = \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{d^4k}{(2\pi)^4} (F_{s',0}(l, k, p, m) C_0^h(k^2/M^2) - 4F_{s',1/2}(l, k, p, m) C_{1/2}^h(k^2/M^2) + 3F_{s',1}(l, k, p, m) C_1^h(k^2/M^2)) \quad (2.15)$$

$F_{s',s}(l, k, p, m)$ 可以从相对应的费曼图中直接的计算出来。通过如下的代换

$$\frac{g_h^4}{(4\pi)^4 k^2} K_s(k^2/m^2) = - \int \frac{d^4l d^4p}{(2\pi)^8 p^2} (F_{0,s}(l, k, p, m) - 4F_{1/2,s}(l, k, p, m) + 3F_{1,s}(l, k, p, m)), \quad (2.16)$$

公式(2.14)可以转化成如下形式

$$m_{sf}^2 = \frac{g_v^4 g_h^4}{(4\pi)^4} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 k^2} (K_0(k^2/m^2) C_0^h(k^2/M^2) - 4K_{1/2}(k^2/m^2) C_{1/2}^h(k^2/M^2) + 3K_1(k^2/m^2) C_1^h(k^2/M^2)) \quad (2.17)$$

在超对称极限下所有的 C_s^h 相等, 并且 $m_{sf}^2 = 0$, 因此存在关系式 $K_0 - 4K_{1/2} + 3K_1 = 0$ 。通过繁琐的计算, 可以得到 $K_0, K_{1/2}$ 的表达式, 最终发现它们三者相等($K_0 = K_{1/2} \equiv K$)。K函数的性质如下:

$$K(x) = \frac{5}{18} x^2 - \frac{137}{1350} x^3 + \frac{5437}{176400} x^4 + \mathcal{O}(x^5) \quad \text{for } x \rightarrow 0 \quad (2.18)$$

$$K(x) \sim \gamma \log x \quad \text{for } x \rightarrow \infty. \quad (2.19)$$

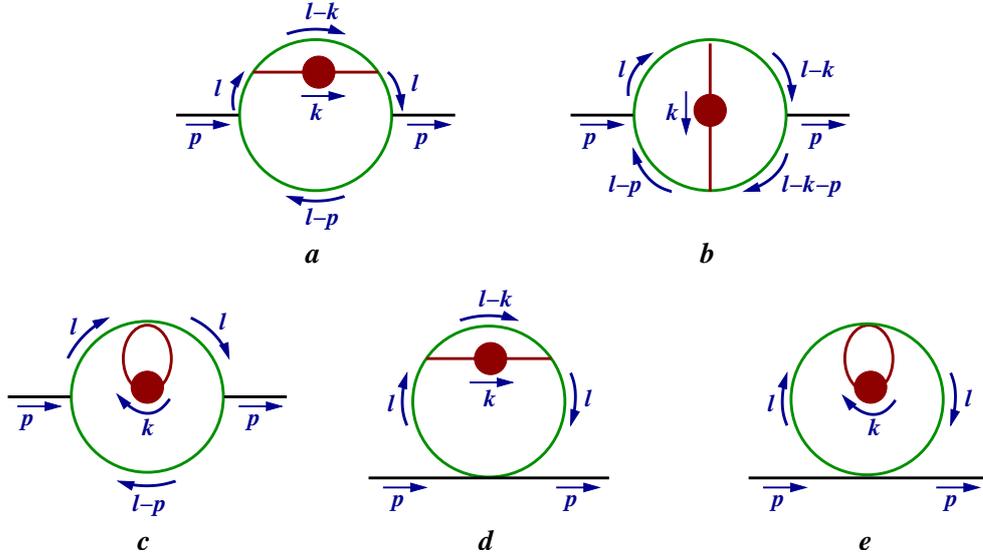


图 2.3: 拓扑不等价图对visible sector sfermion的贡献

最终可以得到

$$m_{sf}^2 = \frac{g_v^4 g_h^4}{(4\pi)^6} \int dk^2 K(k^2/m^2) (C_0^h(k^2/M^2) - 4C_{1/2}^h(k^2/M^2) + 3C_1^h(k^2/M^2)) \quad (2.20)$$

现在可以发现general semi-direct的框架内，相比sfermion，gaugino质量总是被压低的。这会导致一个大的hierarchy，并导致大的fine-tuning。或许可以把反常传递和它结合起来，这样可以使它们互相弥补对方的缺点，正如他们在文章[20]中的最后章节所讨论的。随后他们提出了另外一种解决方法，chiral messengers[21]。注意贡献gaugino质量 m_{λ}^g 的费曼图中间两个messenger费米子传播子需要一个质量顶点把两条线连接起来，因此这个图的贡献正比于Marjona质量。当messenger为chiral粒子（无质量），因此前面所讨论相互抵消不能再发生（相似的情景也发生在 Z' mediated 模型里）。当然它不能一直保持这种状态，在低scale上可以通过额外的机制把chiral对称性破坏，给messenger以质量。基于这样的背景下，我们提出了另外一种尝试。

2.2 semi-direct gauge-yukawa scenario

2.2.1 有效模型

从构建模型的角度上说, 没有理由相信超对称破缺的部分与中间的信使场只有hidden规范相互作用, 因此我们可以期盼两者之间存在着额外的yukawa相互作用。另一方面如果hidden直接传递到visible sector, 正如前面引言中所提到, 经常会遇到gaugino和真空结构之间的关联, 因此扩充到一些更一般的cascade理论看上去似乎是自然地。

$$W = [FX + (\lambda_{ab}X + m_{ab})\bar{\phi}_a^i\phi_{bi}] + \lambda_a\phi_{ai}\bar{F}^i f + \bar{\lambda}_a\bar{\phi}_a^i F_i \bar{f} + M_F F_i \bar{F}^i + M_f f \bar{f}. \quad (2.21)$$

这里我们先不考虑超对称破缺的来源, 而只用effective OR超势来描述hidden sector的影响, 其中 $\phi\bar{\phi}$ 处于hidden规范群的fundamental和anti-fundamental表示下, i 是其对应的规范群指标, 指标 a, b 为flavor指标。为了保持真空稳定, 防止出现负质量本征态, 要求 $\sqrt{F} \ll m_{ab}$ 。超场 F, f 等对应着中间的messenger部分, 通过yukawa耦合常数 λ_a 把两部分的物质场直接连接起来。在 $\lambda_a, \bar{\lambda}_a \rightarrow 0$ 的极限下, 理论就退回到上一小节所讨论的general semi-direct规范传递的框架内。

单独的 $\phi\bar{\phi}$ 部分就是在文章内[13]所讨论的(extra)ordinary GMSB情景, 每种粒子对应的R-charge可以通过如下方程解得

$$\begin{aligned} R(X) &= 2, & R(F) + R(\bar{F}) &= 2, & R(f) + R(\bar{f}) &= 2, \\ R(\bar{\phi}_a) + R(\phi_b) &= 0 \text{ (for } \lambda_{ab} \neq 0), & R(\bar{\phi}_a) + R(\phi_b) &= 2 \text{ (for } m_{ab} \neq 0), \\ & & R(\phi_a) + R(\bar{F}) + R(f) &= 2 \text{ (for } \lambda_a \neq 0), \\ & & R(\bar{\phi}_a) + R(F) + R(\bar{f}) &= 2 \text{ (for } \bar{\lambda}_a \neq 0). \end{aligned} \quad (2.22)$$

为了使visible gaugino获得质量, R-symmetry必须破掉。在这里我们不具体化R-symmetry破缺机制, 只是简单的假定它由 $\langle X \rangle \neq 0$ 。详细的实现方法可以由合适的hidden sector结构来诱导, 比如树图[24]和圈图层次上的R-symmetry破缺[25, 26, 27]。

接下来讨论secondary messenger F, f 所感受到的超对称破缺信息。从相互作用类型和所感受到的不同机制可以分成三类:

- 在双圈层次上由hidden规范群传导的贡献, 他们给出对 F, f 的non-holomorphic修正 (由于超场 F, f 是等价的, 为了简单起见, 只讨论前者)

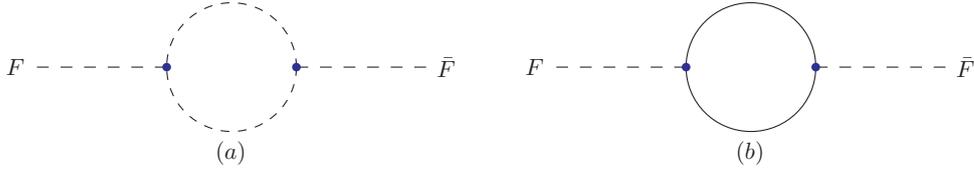


图 2.4: 对holomorphic质量的修正

- 来自单圈yukawa来自的non-holomorphic修正 (图2.5)
- 由yukawa诱导的双圈的修正, 可以由波函数重整化方法推得

它们分别对应如下

$$m_{F,g}^2 \simeq \frac{2g_h^4}{(16\pi^2)^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} \frac{N^2 - 1}{2N}, \quad (2.23)$$

$$m_{F,Y1}^2 = m_{FF^*}^2 = i(\Sigma_4 + \Sigma_5 + \Sigma_6), \quad (2.24)$$

$$m_{F,Y2}^2 = m_{FF^*}^2 = \frac{\lambda_a^4}{(16\pi^2)^2} (N + 2) \frac{F^2}{M_h^2}, \quad (2.25)$$

上述超对称破缺的质量项在质量矩阵里出现在对角上, 它们的行为和D-term SUSY breaking行为一样。同时在这些non-holomorphic项之外, 也存在holomorphic软破缺质量项 $m_{F\bar{F}}^2 F\bar{F} + h.c.$ 通过辐射修正产生, 它也是在单圈层次上由yukawa系数诱导 (图2.4)。

$$m_{hol}^2 \equiv m_{F\bar{F}}^2 = m_{F^*\bar{F}^*}^2 = i(\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3) \propto M_F, \quad (2.26)$$

这个修正在传统的semi-direct框架内并不存在, 这也是引入yukawa而带来的特性。

关于 Σ_i 的具体表达式将在下一小节讨论, 在这里我们讨论另外一个问题。在前面的讨论里, 基于对称群 G_h 保持的假设下。如果群用一些场的真空期望值破缺掉, 规范传递被修改[28], 其效应可以用参数 M_V^2/M_h^2 描述, M_V^2 为矢量波色子由higgs机制获得的质量。如果处于两个群 $SU(N_h)$, $SU(N_V)$ 表示下的场 ($N_h = N_V$ 的条件下), 获得对角的真空期望值, 这就是Direct Gaugino Mediation机制[29]。这里我们只对这些变形做一下说明, 不进行深入研究。

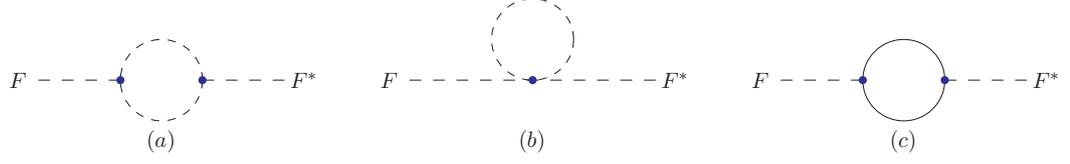


图 2.5: 对non-holomorphic质量的修正

2.2.2 解析计算

首先, hidden messenger中波色分量 $(\phi, \bar{\phi}^*)$ 的质量矩阵和对应的Dirac费米子质量矩阵分别如下:

$$\mathcal{M}_B^2 = \begin{pmatrix} (\lambda X + m)^\dagger (\lambda X + m) & \lambda \mathcal{F} \\ (\lambda \mathcal{F})^\dagger & (\lambda X + m)^\dagger (\lambda X + m) \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

$$\mathcal{M}_F = \lambda X + m, \quad (2.28)$$

这里 \mathcal{M}_F 是 $N_p \times N_p$ 矩阵, \mathcal{M}_B^2 是 $2N_p \times 2N_p$ 矩阵, 它们可以用么正矩阵对角化。

$$U^\dagger \mathcal{M}_B^2 U = M_1, \quad (2.29)$$

$$N_L \mathcal{M}_F N_R = M_2. \quad (2.30)$$

为了简便, 我们进行如下的参数化,

$$U = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad M_1 = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

要进行计算的软破缺质量如下:

$$V_{soft} = (m_{F\bar{F}}^2 F\bar{F} + h.c.) + m_{FF^*}^2 FF^* + m_{\bar{F}\bar{F}^*}^2 \bar{F}\bar{F}^* \quad (2.32)$$

$$m_{F\bar{F}}^2 = m_{F^*\bar{F}^*}^2 = i(\Sigma_1 + \Sigma_2 + \Sigma_3), \quad (2.33)$$

$$m_{FF^*}^2 = m_{\bar{F}\bar{F}^*}^2 = i(\Sigma_4 + \Sigma_5 + \Sigma_6), \quad (2.34)$$

函数 Σ 具体的形式如下:

$$\Sigma_1 = \sum_i M_f \left[\bar{\lambda}_a (\lambda_{ab} X + m_{ab})^* (A_{bi} A_{ic}^\dagger)^* \lambda_c \frac{-i}{4\pi^2} f(m_{1i}^2, M_f^2) + (A \rightarrow B, m_1 \rightarrow m_2) \right]$$

$$+\bar{\lambda}_a(C_{ai}C_{ib}^\dagger)^*(\lambda_{bc}X + m_{bc})^*\lambda_c\frac{-i}{4\pi^2}f(m_{1i}^2, M_f^2) + (C \rightarrow D, m_1 \rightarrow m_2) \Big], \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_2 = \sum_i M_F \Big[& \bar{\lambda}_a(\lambda_{ab}X + m_{ab})^*(A_{bi}C_{ic}^\dagger)^*\bar{\lambda}_c^*\frac{-i}{4\pi^2}f(m_{1i}^2, M_f^2) + \\ & \lambda_a^*(A_{ai}C_{ib}^\dagger)^*(\lambda_{bc}X + m_{bc})^*\lambda_c\frac{-i}{4\pi^2}f(m_{1i}^2, M_f^2) + (A \rightarrow B, C \rightarrow D, m_1 \rightarrow m_2) \Big], \end{aligned} \quad (2.36)$$

上式中重复指标求和，它们来自于标量圈（图2.4左面的费曼图），费米子圈图给出下面的贡献：

$$\Sigma_3 = \sum_i [\lambda_a U_{Rai} U_{Lib} \bar{\lambda}_b \frac{i}{4\pi^2} M_{2i} M_f f(M_{2i}, M_f)]. \quad (2.37)$$

来自图 2.5的non-holomorphic项：

$$\begin{aligned} \Sigma_4 = \sum_i [\bar{\lambda}_a(\lambda_{ab}X + m_{ab})(A_{bi}A_{ic}^\dagger)^*(\lambda_{cd}X + m_{cd})^*\bar{\lambda}_d^*\frac{-i}{4\pi^2}[\log m_{1i}^2 - 1] + \\ (A \rightarrow B, m_1 \rightarrow m_2)] \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_5 = \sum_i [\bar{\lambda}_a^* C_{ai} C_{ib}^\dagger \bar{\lambda}_b \frac{-i}{4\pi^2} m_{1i}^2 \log m_{1i}^2 + (C \rightarrow D, m_1 \rightarrow m_2)], \\ \Sigma_6 = \sum_i [\bar{\lambda}_a^* U_{Lai}^\dagger U_{Lib} \bar{\lambda}_b \frac{i}{4\pi^2} M_{2i}^2 (2 \log M_{2i}^2 - 1)]. \end{aligned} \quad (2.39)$$

在 Σ 中出现的函数 $f(x,y)$ 是这样定义的

$$f(x, y) = \frac{x \log x - y \log y}{x - y} - 1. \quad (2.40)$$

messenger场 (f, \bar{f}) 具有相似的表达式，除了flavor指标有些不同外。

为了考察双圈效应，接下来让我们看看在 $M = 0$ 条件下，yukawa带来的双圈质量修正，这里我们采用和文章[30]同样的记法。现在超势变成如下形式

$$W = \lambda_a X \bar{\phi}_{ai} \phi_{ai} + \lambda_a \phi_{ai} \bar{F}_i f + \bar{\lambda}_a \bar{\phi}_{ai} F_i \bar{f} + M_F F_i \bar{F}_i + M_f f \bar{f}. \quad (2.41)$$

考虑只有一对secondary messenger场的情景，并且 $\lambda_a = \lambda = \bar{\lambda}_a$ ，按照波函数重整化方法在积掉重场后

$$m_{FF^*}^2 = -Z_F'' \frac{F^2}{M_h^2},$$

$$Z_F''|_{Q=M_h} = \frac{1}{4} \left[\beta_\lambda^{(+)} \frac{\partial(\Delta\gamma_F)}{\partial\lambda^2} - \Delta\beta_\lambda \frac{\partial\gamma_F^{(-)}}{\partial\lambda^2} \right]_{Q=M_h}. \quad (2.42)$$

beta-function, anomalous dimension 还有它们的变化在穿过第一个信使场scale时如下,

$$\Delta\gamma_F = \frac{-2}{16\pi^2} \lambda^2, \quad \gamma_F^{(-)} = 0, \quad (2.43)$$

$$\beta_\lambda^{(+)} = \frac{2\lambda^4}{16\pi^2} (N+2). \quad (2.44)$$

最终, 我们得到

$$m_{FF^*}^2 = \frac{\lambda^4}{(16\pi^2)^2} (N+2) \frac{F^2}{M_h^2}. \quad (2.45)$$

$$m_{ff^*}^2 = \frac{\lambda^4}{(16\pi^2)^2} N(N+2) \frac{F^2}{M_h^2}. \quad (2.46)$$

2.2.3 visible sector效应

上面给出了通过杂化传递方式获得破缺信息的secondary messenger的信息, 然后接下来的任务就是讨论visible部分的效应。与之前讨论过的mGMSB不同, 这里secondary messenger具有supertrace不为零的性质。在 (F, \bar{F}) 基底, 标量分量的质量矩阵为

$$\mathcal{M}_B^2 = \begin{pmatrix} M_{\bar{F}}^2 + D & F \\ F & M_F^2 + D \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

其中 $F = m_{hol}^2$ 可以看成是一个有效的spurion superfield X , X 没有真空期望值, 但是具有非零的 θ^2 分量。项 $D = m_{hol}^2$ 代表着supertrace的大小。这种条件下对低能sfemion的修正在过去已经有人计算出[31], 这里我们将直接应用他们的结果。

在 $D, F \ll M_{\bar{F}}^2$ 的条件下,

$$m_{\bar{f}}^2 \simeq \sum_a C_a \frac{\alpha_a}{4\pi} \left[2 \frac{F^2}{M_{\bar{F}}^2} + D \left(-\frac{2}{3} \frac{F^2}{M_{\bar{F}}^4} - 4 \log \frac{\Lambda^2}{M_{\bar{F}}^2} + 4 \right) \right], \quad (2.48)$$

Λ 为产生 D 和 F 的ultraviolet cutoff能标, 在这里即为primary messenger标度 $\Lambda \sim M_h \gg M_{F,f}$ 。logarithmic UV-dependence是这种传递方式的典型特征。另一方面 D -type软破缺质量并不会影响gaugino, 它有如下的形式

$$M_{\lambda_a} \simeq \frac{\alpha_a}{4\pi} \frac{F}{M_F}. \quad (2.49)$$

首先让我们对上面的公式(2.48)进行分析, 把最重要的项提取出来, 简化如下

$$m_{\tilde{f}}^2 \simeq \sum_a C_a \frac{\alpha_a}{4\pi} \left(2 \frac{F^2}{M_F^2} - 4D \log \frac{\Lambda^2}{M_F^2} \right). \quad (2.50)$$

现在可以看出sfemion质量平方可以被增强 ($D < 0$), 或者被降低 ($D > 0$)。从上一节的计算可以看出, non-holomorphic项有几个来源, 因此接下来我们将分别讨论它们。

- 在 $g_h \rightarrow 0$ 的极限下, 单圈效应是占主导地位的

$$D = m_{FF^*}^{(1)} \sim \text{sign}(D) \times \frac{\lambda^2}{16\pi^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2}, \quad (2.51)$$

注意此时 D 的正负号并没有被唯一地确定下来, 它依赖于hidden sector的细节信息。同时holomorphic term的性质如下, 它是被 M_F 压低的。

$$F \sim \frac{\lambda^2}{16\pi^2} \frac{\mathcal{F}}{M_h} \times M_F. \quad (2.52)$$

因此我们可以发现在这种情况下 D -type贡献主导了低能sfermion的质量, 具体的讲, 第二项大约为第一项的 $(\log \frac{\Lambda}{M}) 64\pi^2/\lambda^2$ 倍。同时第一项给出了同样大小的gaugino质量, 因此这种情况下会给出一个具有大的splitting spectrum (大的fine-tuning)。

上面的结论基于一个条件, 即两种soft超对称破缺项来自相同的圈水平上。然而有时候在一些特殊的情况下, 由于一些微妙的抵消机制non-holomorphic单圈贡献可以被压低至 $\propto \mathcal{F}^4/M_h^6$ [31]。这种情况发生在hidden sector本质上只有一个能标 $\propto \mathcal{F}/M_h$ 的时候 (类似mGMSB那样), 在我们的模型里即为 $\langle X \rangle \gg m$ 的极限条件下。然而即使在这种情况下, 好的visible spectrum也不能得到。实际上, 在这种条件下, D -type soft mass 行为如下

$$D \sim \frac{1}{(16\pi^2)^2} \lambda^4 \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2}. \quad (2.53)$$

由圈因子的指数因子可以看出, 这时双圈的效应占主导地位, 这时候即使不做繁琐的双圈计算, 应用波函数重整化方法也可以把它们值提取出来。值得

注意的一点是，这时它的符号总是正的。与上式相对应的低能visible gaugino mass与前面的讨论没什么区别，然而sfermion mass将与之前有很大的不同。

$$m_{sfermion}^2 \sim \frac{\alpha_a}{4\pi} \frac{\lambda^4}{16\pi^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} \left[2 - 4(N+2) \log \frac{\Lambda^2}{M_h^2} \right] \quad (2.54)$$

容易发现 $m_{sfermion}^2$ 总是负的，显然并非一个好的结果。

- 在 $\lambda, \bar{\lambda} \rightarrow 0$ 的极限下，我们就返回到了过去人们所研究的general semi-direct gauge mediation scenario。无论hidden sector采取什么样的形式，信使场 F, f 不能获得F-type超对称破缺信息，因此在领头阶gaugino质量为零（gaugino屏蔽效应）。

在这里我们发现在两种极限条件下，都不能得到合适的低能谱，一个很自然的想法就是或许如果我们把两种方法结合起来。接着这个思路继续下去，如果单圈yukawa修正被压低（双圈主导），那么来自两种相互作用类型的D-type soft mass相互叠加

$$\frac{1}{(16\pi^2)^2} \lambda^4 \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} + \frac{2g_h^4}{(16\pi^2)^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} \frac{N^2 - 1}{2N}. \quad (2.55)$$

这时sfermion的负效应与之前相比加剧了，因此我们必须转向其他的选择。

回忆一下迄今为止所有的问题都出现在D-type soft mass身上，如果它等于零的话，理论就与传统的规范传递没什么区别。之前我们遇到的所有问题都由于它太大，最终诱导出大的visible sfermion质量平方。由于单圈yukawa给出的D-type修正符号未定，而同类型的规范（ G_h ）修正总是正的，如果存在一个合适的抵消，或许一个合适visible sector就可以被得到。

$$\text{sign}(D) \frac{\lambda^2}{16\pi^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} + \frac{2g_h^4}{(16\pi^2)^2} \frac{\mathcal{F}^2}{M_h^2} \frac{N^2 - 1}{2N}. \quad (2.56)$$

如果 $\text{sign}(D) = -1$ ，在下面的条件下

$$\frac{g_h}{4\pi} \sim \left(\frac{\lambda}{4\pi} \right)^{1/2} \left(\frac{N}{N^2 - 1} \right)^{1/4}. \quad (2.57)$$

D-type修正近似的就完全抵消掉，理论就退回到mGMSB情景，事实上，我们可以通过调节这些耦合常数来得到想要的结果。注意，为了一个小的visible sfermion质量我们需要调节 λ/g_h 的比值，本质上这来源于单圈效应（ $\propto \lambda^2$ ）和双圈效应（ $\propto g_h^4$ ）。顺便提一句，大的flavor指标 N 有助于降低hidden规范耦合常数 g_h ，然而却有可能导致 G_{SM} 的Lanudau pole problem。

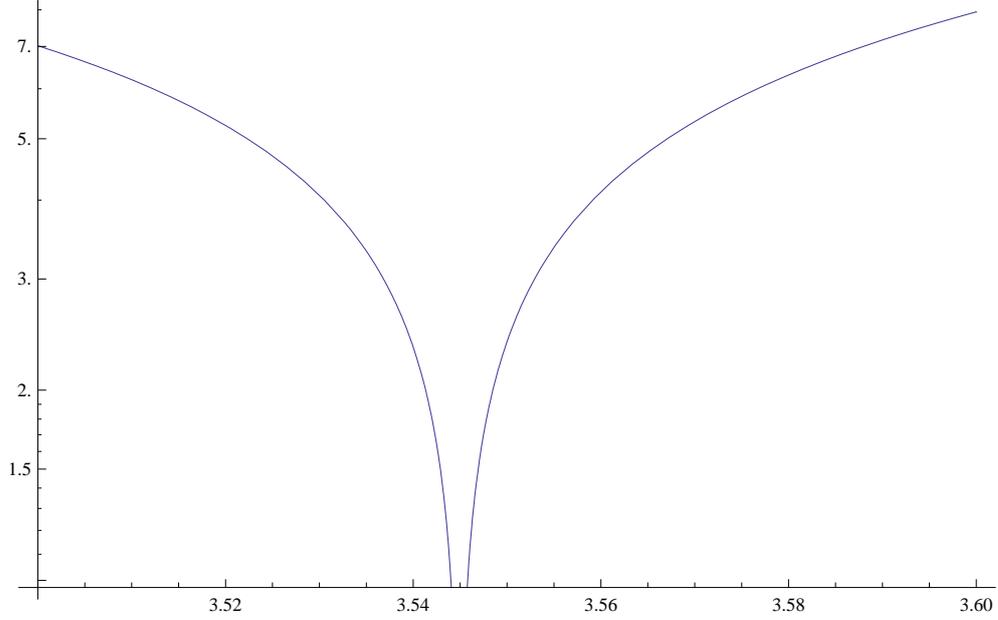


图 2.6: 具体模型里的数值结果, 横轴为 g_h , 纵轴为 $|R|$ 。

2.3 具体的例子

2.3.1 数值例子

在前面, 我们只是进行了一些粗略的估计, 接下来我们将给出一个具体的例子并进行数值计算, 来证明之前的想法的确是正确的。

一个简单的例子是

$$W = X\bar{\phi}_1\phi_1 + \mu(\bar{\phi}_1\phi_2 + \bar{\phi}_2\phi_1) + \lambda\phi_2 F\bar{f} + \lambda\bar{\phi}_2\bar{F}f + m_F F\bar{F} + m_f f\bar{f}, \quad (2.58)$$

X 为传统的spurion superfield, $(\phi, \bar{\phi})$ 和 (F, \bar{F}) 处于hidden gauge group $SU(N)$ 的基础表示下, 超场 (f, \bar{f}) 在此群下不变。在这里 $\langle X \rangle = M + F_X\theta^2$, 不难发现这里如果场 X 没有真空期望值, 超势保持R symmetry。在下面的数值计算中取 $M = 1$, $\mu = 1$, $F_X = 0.1$ 。然后我们可以得到D-type和F-type soft mass如下:

$$D = m_{FF^*} = -0.003 \times \frac{1}{16\pi^2} \lambda^2 + 0.008 \times \frac{g_h^4}{(16\pi^2)^2} \frac{N^2 - 1}{2N}, \quad (2.59)$$

$$F = m_{F\bar{F}}^2 = 0.07 \times \frac{1}{16\pi^2} \lambda^2 M_F. \quad (2.60)$$

此外, 另外一对信使场(f, \bar{f})也会得到D-type和F-type软修正。与之前的结果相比, 对(f, \bar{f})来自yukawa的修正是之前的N倍, 然而它不会得到hidden规范群的贡献。把所有的贡献考虑进来, 对visible sfermion的效应按照之前的描述可知来自两部分, D-type和F-type。两者的比值如下

$$R = -2(1 + N) \log \frac{\Lambda^2}{M_f^2} \times \frac{(-16\pi^2\lambda^2) + g_h^4 \frac{N-1}{2N} 0.008}{(0.07\lambda^2)^2(N^2 + 1)}. \quad (2.61)$$

在图2.6中我们给出了R随 g_h 的变化关系 (其中取 $N = 4$, $\Lambda/M_F = 10^4$, $\lambda = 1$), 和我们之前所讨论的一样R可以为负值在一些调节的条件下。

2.3.2 动力学实现方式

原则上来说, 任何一个semi-direct规范传递的理论都可以提升为我们所讨论的情景通过引用在两部分之间额外的yukawa相互作用。这里我们给出一个具体的例子。文献[32]里研究了处于超共形区域的超对称的 $SU(N_C)$ QCD理论里的meta-stable超对称破缺真空态, $3/2N_f < N_c < 2N_f$, N_f 为其中vector-like夸克的数目。相应的seiberg对偶描述为

$$W = Kp\tilde{q} + L\tilde{p}q + Nq\tilde{q} + M_p p\tilde{p} - \mu^2 N. \quad (2.62)$$

对偶的理论中flavor对称性为 $SU(N_f^{(1)}) \times SU(N_f^{(2)})$, 磁规范群为 $SU(\tilde{N})$, 这里 $\tilde{N} \equiv N_f^{(1)} + N_f^{(2)} - N_c$ 。接下来用图表给出各种粒子及它们所处的表示

| | $SU(N_f^{(1)})$ | $SU(N_f^{(2)})$ | $SU(\tilde{N})$ |
|-----------------|-------------------------------------|------------------------------------|------------------------------|
| N | $\bar{N}_f^{(1)} \otimes N_f^{(1)}$ | 1 | 1 |
| $q + \tilde{q}$ | $\bar{N}_f^{(1)} \oplus N_f^{(1)}$ | 1 | $\tilde{N} \oplus \tilde{N}$ |
| $p + \tilde{p}$ | 1 | $\bar{N}_f^{(2)} \oplus N_f^{(2)}$ | $\tilde{N} \oplus \tilde{N}$ |
| $K + L$ | $\bar{N}_f^{(1)} \oplus N_f^{(1)}$ | $\bar{N}_f^{(2)} \oplus N_f^{(2)}$ | 1 |

(2.63)

除了最后一行外, 这恰好和ISS模型里的内容相同[33]。通过解势能方程, 可以发现它们具有超对称破缺的真空态, 超场可以进行如下的参数化

$$q = \begin{pmatrix} \mu + \sigma_1 \\ \phi_1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{q} = (\mu + \sigma_2 \quad \phi_2), \quad N = \begin{pmatrix} \sigma_3 & \phi_3 \\ \phi_4 & X \end{pmatrix},$$

$$p = \phi_5, \quad \tilde{p} = \phi_6, \quad L = (\phi_7 \quad \tilde{Y}), \quad K = \begin{pmatrix} \phi_8 \\ Y \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

在真空态附近展开后，得到

$$W = (X\phi_1\phi_2 - \mu^2 X + \mu(\phi_1\phi_4 + \phi_2\phi_3)) + \mu(\phi_5\phi_8 + \phi_6\phi_7) + Y\phi_2\phi_5 + \tilde{Y}\phi_1\phi_6 + M_p\phi_5\phi_6. \quad (2.65)$$

正如文献[32]所讨论的，如果条件满足

$$N_f^{(2)} < 2\tilde{N} < N_f^{(1)} + N_f^{(2)} < 3\tilde{N}, \quad (2.66)$$

在IR 区域理论是弱耦合的，并且在树图上存在超对称破缺的真空态。选取 $N_f^{(2)} = 5$, $N_f^{(1)} = 2$, $\tilde{N} = 3$, 然后使群 $G_{SM} \subset SU(N_f^{(2)})$, 容易发现 ϕ_{1-4} 就可以作为前面所讨论的hidden 部分, ϕ_{5-8} 起 F, f 的作用。当然这不能是一个完整的理论，因为R-symmetry 还没有被破缺，在这里我们将先不关心这个问题，或许一些其他的机制可以用来解决这个问题。

2.4 结论

就传统的General semi-direct gauge mediation中存在的问题，我们提出了一种新的解决方法。我们发现合适的低能spectrum可以被得到，如果在hidden部分和secondary messenger之间引入额外的yukawa相互作用的话。在文章我们严格计算单圈的贡献，数值上证明这是可行的，并且给出了动力学实现的一个具体例子。当然这里面还有很多不足，例如其中不可避免地存在的一些tunning等。

第三章 μ 和 B_μ 问题

3.1 背景和动机

在引言中介绍MSSM时可以发现，在关于higgs的超势的部分存在着一个超对称保持的参数 μ ，其对应的超对称破缺参数为 B_μ 。为了得到合适的电弱破缺scale（由W/Z boson质量决定），自然的讲 μ 的值应该在 $\mathcal{O}(100)$ GeV量级上。从前面的讨论可知，我们期盼超对称在很高的scale上破掉，然后通过某些机制传递到低能部分。因此人们自然的要问为什么超对称保持的 μ 参数是上面要求的大小，这就是所谓的 μ problem。

在Planck传递里面通常不存在这个问题，按照引言中所介绍的 μ 和 B_μ 来自如下的相互作用项

$$\Delta\mathcal{L} = \int d^4\theta \left\{ \frac{Z_Q^{ij}}{M_{Pl}^2} X^+ X Q^+ Q + \frac{b}{M_P} X H_u H_d + \frac{b'}{M_P} X^+ X H_u H_d + h.c. \right\} \\ + \int d^2\theta \frac{s_1}{M_P} X W_1^\alpha W_{1\alpha} + \frac{a_{ij}}{M_P} X Q^i H_u (U^c)^j + h.c. \quad (3.1)$$

容易看出， μ 和 B_μ 和其他的soft参数很自然的在同一量级上。

然而在规范传递中，上面的问题就变得严重的多。G. R. Dvali, G. F. Giudice和A. Pomarol[34]在96年发现一般的情况下， μ/B_μ 在同时在单圈层次上产生，这将会导致严重的问题。例如

$$W = \lambda H \Phi_1 \Phi_2 + \bar{\lambda} \bar{H} \bar{\Phi}_1 \bar{\Phi}_2 \quad (3.2)$$

和往常一样，用spurion场 X 来表征超对称破缺的信息

$$W = X(\lambda_1 \Phi_1 \bar{\Phi}_1 + \lambda_2 \Phi_2 \bar{\Phi}_2) \quad (3.3)$$

通过圈图计算可以得到

$$\mu = \frac{\lambda \bar{\lambda}}{16\pi^2} \Lambda f(\lambda_1/\lambda_2) [1 + \mathcal{O}(F^2/M^4)] \quad (3.4)$$

$$B_\mu = \frac{\lambda \bar{\lambda}}{16\pi^2} \Lambda^2 f(\lambda_1/\lambda_2) [1 + \mathcal{O}(F^2/M^4)] \quad (3.5)$$

其中 $f(x) = (x \ln x^2)/(1 - x^2)$ 。这时可以看出 $B_\mu = \mu\Lambda$ ，对一个大约在 10^5 GeV 标度的 Λ ， B_μ 很大因此会给电弱破缺带来困难。这里的问题来自 μ/B_μ 都在同圈上产生，同样在这篇文章他们给出了解决方法，一些看上去很古怪且不自然的模型但是可以实现单圈 μ term 和双圈的 B_μ term。

此外一个很流行的解释就是 μ 来自某些单态场的真空期望值，这就是一些 singlet extended MSSM 的做法。为了避免带来新的有量纲的参数，要求超势中关于单态的部分具有如下的形式 (NMSSM)

$$W = \lambda S H_u H_d + \frac{1}{3} \kappa S^3 \quad (3.6)$$

容易发现，这样的超势里存在着一个 Z_3 的分立对称性，在宇宙学中里这会带来 domain wall problem。另一方面，如果要使参数 λ, κ 保持 perturbative 的性质在高能标区域一般在 TeV 时要求它们小于 0.7，接着单态场 S 的真空期望值的大小可以轻易的估算出来。通过考察势能方程可以发现，超场 S 的软破缺参数 m_s^2 基本决定了它的真空期望值，因此接下来的任务就转化成如何去解释这样一个合适大小的负 m_s^2 。关于这点，U. Ellwanger 等人在文献 [35, 36] 做了很好的尝试。其他的一些单态模型，虽然表面看上去似乎有些任意（超势中会由一个或两个含量纲的参数），但是经常它们有好的 underline 机制。其中单态扩充的一个另外好处是它可以提升树图的 SM-like higgs 质量，由于在势能里带来了额外的正比 λ^2 的四次项。

上面给出的介绍都是关于模型方面的，当然这并不完整，人们在相关的领域做了很多的工作，具体的可以参考 [39, 40, 41]。接下来我们给出 08 年 Csaba Csaki, Adam Falkowski, Yasunori Nomura, Tomer Volansky 几人从另一个角度所提出的一个新的解决方式 [37]。树图上的电弱方程为

$$\begin{aligned} \frac{m_Z^2}{2} &= -|\mu|^2 - \frac{m_{H_u}^2 \tan^2 \beta - m_{H_d}^2}{\tan^2 \beta - 1}, \\ \sin 2\beta &= \frac{2B_\mu}{2|\mu|^2 + m_{H_u}^2 + m_{H_d}^2}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

从公式 (3.7) 可以看出关于 B_μ 的限制主要来源，因此如果四个 soft 参数满足如下的关系

$$\mu^2 \sim m_{H_u}^2 \ll B_\mu \ll m_{H_d}^2, \quad (3.8)$$

也有可能可以实现好的电弱破缺。他们第一次提出了这样的观点，之后去年 3 月份 G.F. Giudice 等人应用这样的思路提出 lopsided gauge mediation scenario [38]，

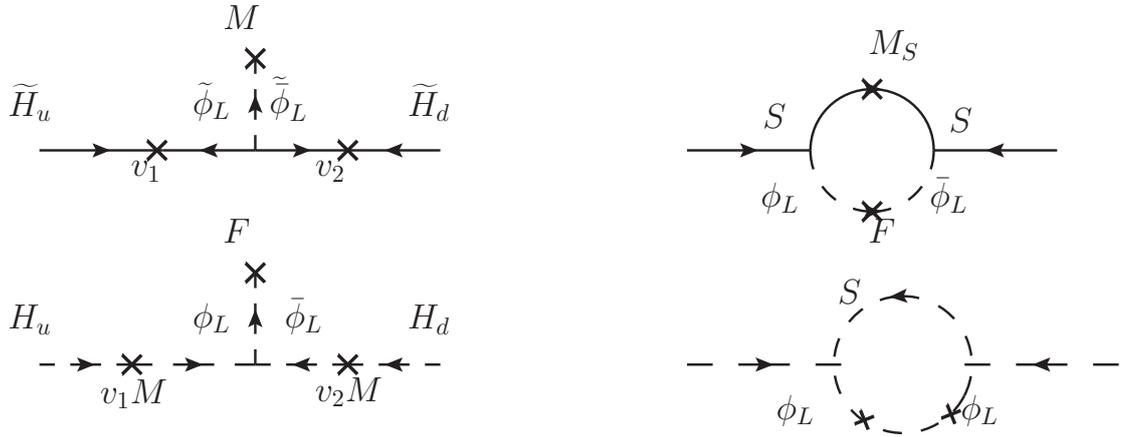


图 3.1: 树图和圈图贡献对应的费曼图

他们在规范传递的框架内证实的确这是可以被实现的。

一般在产生 μ/B_μ 的同时，也会给出 soft mass $m_{H_{u,d}}^2$ 一定的贡献，如果不考虑额外的贡献，在构建模型的时候所有的关于 higgs 部分的参数将被全部确定下来。这里许多的问题都将相互联系起来，如 higgs 质量 fine-tuning，重整化群演化等。

3.2 树图和圈图中的抵消

3.2.1 Higgs-Messenger Mixings

在最小超对称模型里 (MSSM) 只有 higgs 超场获得真空期望值，进而赋予夸克和轻子之类的费米子质量，因此在某种程度上我们可以认为 higgs $H_{u,d}$ 是特殊的。同时为了保持规范耦合常数统一，信使场 messenger ϕ 处于统一的 $SU(5)$ 规范群的基础表示下，恰好其中的二重态分量与 higgs 场具有相同的群变化性质。因此，一个自然的想法就是或许他们会直接耦合在一起，这就是 Higgs-Messenger [42]。

为了看出通过何种方式 higgs 场可以感受到超对称破缺的信息，可以考虑下面的例子

$$W_{HV} = X\phi\bar{\phi} + v_1 H_u \phi_L + v_2 H_d \bar{\phi}_L, \quad (3.9)$$

这里 $(\phi_L, \bar{\phi}_L)$ 为信使场 $\phi, \bar{\phi}$ 中的2重态分量, v_1, v_2 是具有质量量纲的常数。积掉信使场后, 在树图上我们可以得到(图3.1中的左面部分)

$$\begin{aligned}\mu &= -\frac{v_1 v_2}{M}, \\ B_\mu &= -\frac{v_1 v_2}{M^2} \times F = \mu \Lambda,\end{aligned}\quad (3.10)$$

上面的结果基于条件 $v_{1,2} \ll M$, 类似see-saw 机制。很不幸, 又遇到了这个熟悉的表达式, μ/B_μ problem仍旧保持着。

在进行下面的讨论之前, 我们先进行一些comment。首先可以看到 B_μ 正比于超对称破缺的程度 F/M , 而与之前讨论的不同 μ 只与超对称保持参数有关系。其次就是关于上面结果的解释, 可以看成是超场的转动, 把 $F, v_{1,2}$ 看做微扰, 把他们转动到超对称下的质量本征态也可以得到同样的结果。

顺便说一下, 这里 $v_{1,2}$ 是手放的参数, 如果没有好的解释, 那么看上去我们只是为了解决一个参数的来源而用引入了两个参数, 这当然是不能被接收接受的。因此我们在这里把用一个单态场来产生这样的一个scale, 同时按照过去人们所做的, 我们期盼在单圈层次上也有对 μ/B_μ 的贡献。如果把两者combine起来, 或许在某些条件下, 它能给出一个好的结果, 接下来我们就来check这一点。

3.2.2 单圈图的贡献

把 v 提升为场之后, 最一般的超势的形式为

$$W = \lambda_u S H_u \phi_L + \lambda_d S H_d \bar{\phi}_L + \lambda X \phi \bar{\phi} + f(S). \quad (3.11)$$

$\lambda_{u,d}$ 是yukawa耦合常数, $f(S)$ 指代着 S 的多项式用来产生 S 的真空期望值, 暂时我们先不确定它的具体形式。在代换 $S \rightarrow v + \mathcal{S}$ 之后就得到前面的部分, 其中 $v_{1,2} = \lambda_{1,2} v$ 。剩余关于 \mathcal{S} 的部分为

$$W \supset \lambda_u S H_u \phi_L + \lambda_d S H_d \bar{\phi}_L + \lambda X \phi \bar{\phi} + \frac{1}{2} M_S \mathcal{S}^2 + \lambda_S \mathcal{S}^3, \quad (3.12)$$

注意在我们的模型内场 S 是超对称的, 换句话说 $F_S = 0$, 这与之前别人的一些讨论不同, 当然也会有不同的结果。一个重要的性质是当场 \mathcal{S} 在圈图中传播的时候, 他们会给出单圈的贡献对 μ/B_μ (图3.1右面部分), 并且从图上可以看出它们均正比 F 。从上面的超势出发, 忽略higgs-messenger的小mixing效应, 可以得

到（三次项系数 λ_S 不进入到图中）

$$\Delta\mu = -\frac{\lambda_u\lambda_d}{16\pi^2}f_1(x)\Lambda, \quad (3.13)$$

$$\Delta B_\mu = -\frac{\lambda_u\lambda_d}{16\pi^2}f_2(x)\Lambda^2, \quad (3.14)$$

这里 x 是这样定义的 $x \equiv M_S/M$ ，函数 $f_{1,2}(x)$ 的具体形式如下

$$\begin{aligned} f_1(x) &= \frac{x}{(x^2-1)^2}(x^2 \log x^2 - x^2 + 1), \\ f_2(x) &= \frac{x}{(x^2-1)^3}(-2x^2 \log x^2 + x^4 - 1). \end{aligned} \quad (3.15)$$

容易发现这些单圈贡献正比于 M_S ，这可以从对称性的角度去理解，当质量项关闭将会有有一个整体对称性（忽略三次项因为它们不相关）来禁掉单圈图的贡献。加上前面得到来自树图的修正，最终的结果为

$$\mu = -\lambda_u\lambda_d[f_v + f_1(x)]\frac{\Lambda}{16\pi^2}, \quad (3.16)$$

$$B_\mu = \mu \frac{f_v + f_2(x)}{f_v + f_1(x)}\Lambda, \quad (3.17)$$

上面的式子中 $f_v = 16\pi^2 v^2/F$ 。直观上看，在负 F 的条件下 B_μ 可能由于两部分的贡献而相互抵消，尤其在 S 的真空期望值比较小的时候， f_v 和 $f_2(x)$ 的值差不多。

通过 yukawa 相互作用， $H_{u,d}$ 也会获得单圈 soft mass，在领头阶上的贡献为

$$\Delta m_{H_u}^2 = \frac{\lambda_u^2}{16\pi^2}\Lambda^2 g(x), \quad \Delta m_{H_d}^2 = \frac{\lambda_d^2}{16\pi^2}\Lambda^2 g(x), \quad (3.18)$$

上式中 $g(x)$ 的定义如下

$$g(x) = \frac{x^2}{(x^2-1)^3} [(1+x^2)\ln x^2 + 2(1-x^2)]. \quad (3.19)$$

值得注意的一点，在树图上也有对超场 $H_{u,d}$ 的 non-holomorphic 修正，然而它们值比较小（正比 $v^4 F^2/M^6$ ）比单圈效应弱的多，因此可以被忽略掉。如我们在关于 semi-direct 那篇文章里所讨论的，在 yukawa-deflected 规范传递里的框架内有时会遇到单圈 soft mass 被压低的情景，在这里这种情况并不适用由于场 S 并不耦合到 spurion 场 X 上。除此之外，三线性项 $A_u(h_u)_i \tilde{Q}_i H_u \tilde{U}_i^c$ 同时也被产生出

$$A_{u,d} = \frac{\lambda_{u,d}^2}{16\pi^2}h(x)\Lambda, \quad (3.20)$$

这里 $h(x)$ 是这样定义的

$$h(x) = \frac{1}{(x^2 - 1)^2} [(x^2 - 1) - x^2 \log x^2]. \quad (3.21)$$

在上面我们得到了四个函数 $f_{1,2}(x), h(x), g(x)$, 其中 $h(x)$ 恒为负, 其余三个总是正的。在图3.2中我们给出四个函数值随变量 x 变化的数值行为。特别的是 $h(x)$ 不是正比于 x , 因此在小 x 区域它不被压低, 这个性质一般说来会很有用, 例如可以用来提升最轻的CP-even higgs质量。注意在 $f_{1,2}(x), g(x)$ 之间, 有如下的关系

$$g(x) = \frac{f_1(x) - f_2(x)}{x}. \quad (3.22)$$

从图3.2可以看出

$$0 < g(x) < f_2(x) < f_1(x) < 1. \quad (3.23)$$

具体的讲, 在 $x \ll 1$ 区域, $g(x) \ll f_1(x) \simeq f_2(x) \ll 1$, 由前面的公式可以看出 $B_\mu \sim \Lambda\mu$, 因此我们不得不把注意力转向其他的区域; 在大 x 区域, 有如下的行为 $g(x) \ll f_2(x) \ll f_1(x) \ll 1$, 这将有助于解决 μ/B_μ problem。

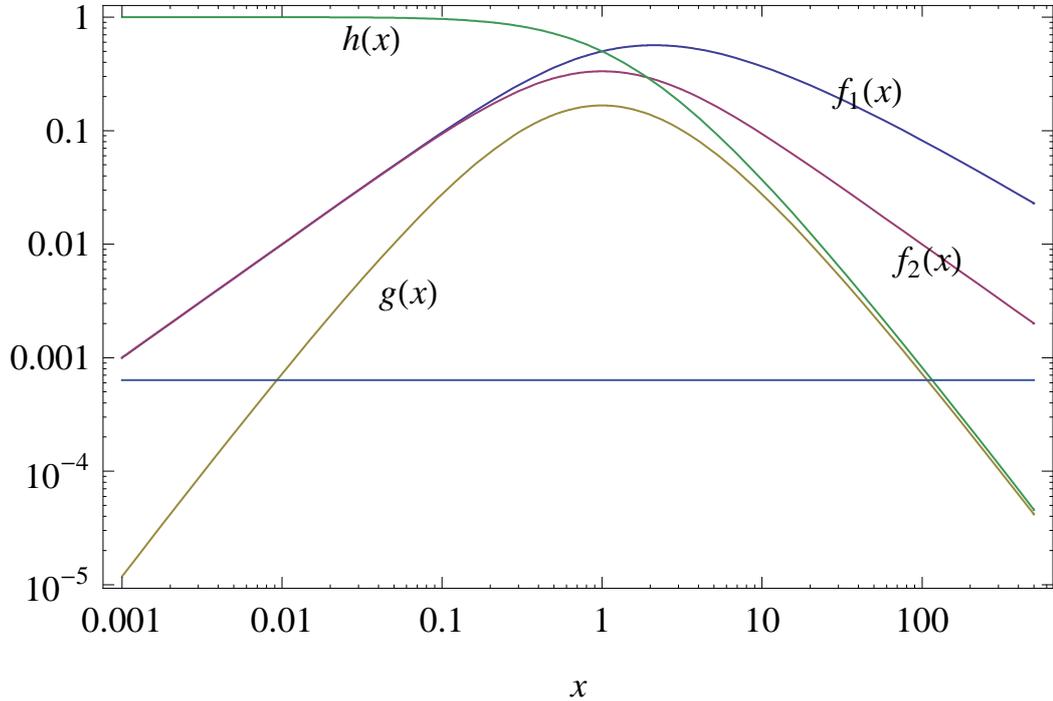
回顾一下在higgs部分, 总共有四个有效参数 $\lambda_u, \lambda_d, f_v$ 和 x 。在这里 f_v 起了重要作用在树图和圈图抵消以得到一个小 B_μ term, 由于 f_v 只在树图上出现, 为了方便起见我们如下定义

$$f_v + f_2(x) \equiv a_B g(x), \quad (3.24)$$

此后将用 a_B 代替 f_v 。小的 a_B 意味着 f_v 和 $f_2(x)$ m 大的fine-tuning, 然而有一点必须说清楚, 这里的调节只是在这个层次上的, 在underline机制不确定的条件下, 不能明确的指出在这个模型有多大程度的精细调节。接下来参数 $\mu, B_\mu, \Delta m_{H_u}^2$ 和 $\Delta m_{H_d}^2$ 可以写成如下的形式

$$\begin{aligned} \mu &= -g(x)\lambda_u\lambda_d(x + a_B)\frac{\Lambda}{16\pi^2}, & B_\mu &= \frac{a_B}{x+a_B}\mu\Lambda, \\ \Delta m_{H_u}^2 &\simeq -\frac{1}{|r|(x+a_B)}\mu\Lambda, & \Delta m_{H_d}^2 &\simeq -\frac{|r|}{x+a_B}\mu\Lambda. \end{aligned} \quad (3.25)$$

r 是这样定义的 $r \equiv \lambda_d/\lambda_u$ 。这里可以看到通过重定义 $\lambda_{u,d} \rightarrow g^{1/2}(x)\lambda_{u,d}$, 可以把 $g(x)$ 吸收到参数 λ 之中。尽管 $g(x)$ 不影响低能的性质, 然而它和耦合常数 $\lambda_{u,d}$ 的微扰性质有关系。从上面的公式可以看出, 对于大 x , 除 B_μ 外的所有的参数都被压低, 因此提供了解决了 μ/B_μ 的途径。

图 3.2: 函数 $f_{1,2}(x)$, $|h(x)|$, $g(x)$ 与变量 x 的关系

3.2.3 完整的模型

在上面的讨论中，我们有一个很关键的假设，即单态 S 获得一盒很小的真空期望值 $v \ll M$ 。在这一小节中，我们讨论如何去产生这样小的一个 scale。

由于 S 为单态场，从有效理论的角度上来说可重整的最一般的超势可以写作

$$W = aM^2S - \frac{M_S S^2}{2} + \frac{\lambda_S S^3}{3}, \quad (3.26)$$

其中 a 和 λ_S 为无量纲的参数， M_S 的质量量纲是 1。当然可以通过对称性把其中的某些项禁掉，接下来我们考察 $\lambda_S = 0$ 的情况，解势能条件可以得到 $v = aM^2/M_S$ 。另一方面要求树图和圈图上的相销，可以推得

$$f_v \sim -f_2(x) \Rightarrow a \sim \frac{x\sqrt{f_2(x)}}{4\pi} \left(\frac{\Lambda}{M}\right)^{1/2}. \quad (3.27)$$

在我们感兴趣的区域 $f_2(x) \sim \mathcal{O}(10^{-2}) - \mathcal{O}(10^{-1})$, a 的值应该被严重的压低, 尤其是在高 messenger scale 的条件下。

这里我们给出一个实现小 a 值的方法, 即 a 由辐射修正而产生出来。一个具体的例子如下所示

$$W_{hidden} = \lambda_u S H_u \phi_L + \lambda_d S H_d \bar{\phi}_L + \kappa S \phi \bar{\phi} + \frac{1}{2} M_S S^2 + X \phi \bar{\phi}. \quad (3.28)$$

它包含着一个分立的 Z_2 的对称性

$$\begin{aligned} S &\rightarrow -S, & X &\rightarrow -X, \\ \phi &\rightarrow -\phi, & H_d &\rightarrow -H_d, \end{aligned} \quad (3.29)$$

其他的场在此变换下不变。在这个对称性下面, 裸的 $\mu H_u H_d$ 项不可能存在。在上面的模型中单态场 S 通过 kinetic mixing 获得 tadpole 项 $(\epsilon F) S + h.c.$

$$\epsilon \simeq N_f \frac{\kappa}{16\pi^2} \log \frac{\Lambda_{UV}}{M}, \quad (3.30)$$

Λ_{UV} 指零混合的 scale, N_f 是圈图中场的数目 ($N_f = 5$ 最小情况下)。自然地存在 $\epsilon \sim \mathcal{O}(0.1)$ 。现在有效参数 $a = \epsilon F / M^2 = \epsilon \Lambda / M$ 。从公式(3.27)的限制看, 我们要求 $\epsilon \sim x (f_2(x) \frac{M}{\Lambda})^{1/2} / 4\pi$ 。如果要和公式(3.30)自恰, 可以近似得到限制 $M \lesssim 10^9 \text{ GeV}$ 。

在这一小节中尽管只讨论 tadpole 机制来产生小的单态真空期望值, 我们相信应该很多种办法可以得到类似的结果, 我们只是给出一个简单的例子而已。

3.3 低能唯象

在这一节中我们对模型的低能唯象进行研究, 首先我们讨论是否能实现好的电弱破缺, 然后对超对称 CP problem 进行简要的 comment。

3.3.1 电弱破缺的分类

在 MSSM 里成功实现电弱破缺需要 EW scale 的参数满足两个极值方程, 恰如前面所列出的公式(3.7)。在关于 higgs 的软破缺参数中, 一个很重要的性质是所谓的 radiative EWSB, 具体指的就是

$$m_{H_u}^2(m_Z) = \Delta m_{H_u}^2 + m_{H_u}^2(M) - \frac{3\alpha_t}{\pi} m_{\tilde{t}}^2 \log \frac{M}{m_{\tilde{t}}}, \quad (3.31)$$

由于大的yukawa耦合常数 α_t , $m_{H_u}^2$ 受到大的负的辐射修正, 诱导出电弱破缺。在上式右边的第二项来自传统的GMSB的贡献, $m_{\tilde{t}}$ 定义为两个stop质量的几何平均值。此外电弱标度的 μ/B_μ 近似的可以看成boundary的值, 因为重整化群的效应对它们影响比较小。具体的讲, 单圈层次的RGE 方程如下:

$$\frac{d\mu}{dt} \simeq \frac{3(\alpha_t - \alpha_2)}{4\pi} \mu, \quad (3.32)$$

$$\frac{dB_\mu}{dt} \simeq \frac{3(\alpha_t - \alpha_2)}{4\pi} B_\mu + \left(\frac{6\alpha_t}{4\pi} A_u + \frac{6\alpha_b}{4\pi} A_d + \frac{6\alpha_2}{4\pi} M_2 \right) \mu \quad (3.33)$$

这里 $t \equiv \log \frac{Q}{Q_0}$, 其中 Q 为跑动标度, Q_0 为参考标度。 $A_{u,d}$ 分别对应着stop和sbottom的软破缺三线性项, M_2 为 $SU(2)_L$ gaugino质量。

注意在MSSM里我们需要一个重的stop $m_{\tilde{t}} \sim \mathcal{O}(1)$ TeV提升最轻的CP-even higgs质量来满足LEP实验的限制 $m_h > 114.4$ GeV (在我们做这篇文章的时候, LHC还没有给出125GeV的hint)。一般说来 $-m_{H_u}^2(m_Z)$ 具有stop质量附近的大小, 因此远远大于 m_Z , 这就意味着 μ^2 和 $m_{H_u}^2$ 之间存在一个很严重的tuning。以上就是所谓的MSSM中的little-hierarchy problem。

满足电弱破缺方程(3.7)的higgs参数可以分成下面三类, 它们具有不同的唯象性质(类似的分类也可以在文献[43]中找到)。

- I: 大的 μ term和大的 $|m_{H_u}^2(m_Z)|$ 。和通常的GMSB模型一样(MGM), μ 是一个自由参数用来满足下面的关系式

$$-m_{H_u}^2(m_Z) - \mu^2 \simeq m_Z^2/2. \quad (3.34)$$

这种情况下最轻的neutralino为bino-like, higgs主导的neutralino和chargino相对来说很重 $\sim \mathcal{O}(1)$ TeV。除了轻的CP-even higgs之外, 其他的higgs态很重并且近乎简并

$$m_A \simeq m_{H^0} \simeq m_{H^\pm} \simeq \max\{|\mu|, m_{H_d}(m_Z)\} \gtrsim \mathcal{O}(1 \text{ TeV}). \quad (3.35)$$

因此在这种scenario里可能只能看到一个轻higgs在LHC上。

- II: 小的 μ term 和小 $m_{H_d}^2(m_Z)$ 。在很多解释 μ/B_μ 的动力学模型中, 由于信使场与higgs的耦合, 常见有对higgs场soft mass额外的贡献。因此这些贡献有可能可以抵消来自stop的RGE修正, 进而导致 $m_{H_u}^2(m_Z) \sim -\mathcal{O}(m_Z^2)$ 。然而

这并不意味着解决了fine-tuning problem, 因为只是把问题从一个地方转移到了另一个地方。明显这时 μ 值在 M_z 附近, 同样 B_μ 的值也不会太大。在现实的模型中, 这种scenario 需要新的fine-tuning。这里所有的粒子有很轻, 因此会有很丰富的唯象内容。

III: 小 μ term和大 $m_{H_d}^2(m_Z)$ 项。这正是在本章的开头所讨论的scenario, 具体的内容可以参考文献[38] (我们不再重复)。此外, 这一类模型也会预言非常重的higgs spectrum由于大的 $m_{H_d}^2(m_Z)$ 。

3.3.2 电弱破缺的实现

在具体讨论电弱破缺实现方式之前, 我们先讨论一下关于higgs参数的一般限制。

- LEP上已经给出了关于chargino质量的限制, 这要求 $|\mu| > 100$ GeV。为了使电弱标度的higgs质量为负, 以触发电弱对称性破缺, $\Delta m_{H_u}^2$ 的值不能太大 (实际上这并不是一个绝对的条件), 作为一个很粗糙的估计, 我们要求它的上限为(1 TeV)。

$$16\pi^2 \frac{10^2 \text{ GeV}}{\Lambda} \frac{1}{|(x + a_B)r|} \lesssim g(x)\lambda_u^2 \lesssim 16\pi^2 \frac{3\alpha_t}{\pi} \frac{m_{\tilde{t}}^2}{\Lambda^2} \log \frac{M}{m_{\tilde{t}}} \equiv I_u, \quad (3.36)$$

为了说明问题在这里我们取 $m_{\tilde{t}} = 1.5$ TeV, $\Lambda = 100$ TeV, 这给出一个关于 I_u 的上限 $I_u \simeq 0.08$ 。在这里我们取 $M = M_{\text{GUT}}$, 一个小的标度 M (比如 10^9 GeV)并不会改变最终的结论。由上式, 大致上可以得到 $|(x + a_B)r| \gtrsim \mathcal{O}(1)$ 。

另外由之前的公式可知 $|\Delta m_{H_u}^2| = |A_u \Lambda g(x)/h(x)| \lesssim 10^6 \text{ GeV}^2$, 因此在我们感兴趣的 $x > 1$ 区域有 $A_u \sim \mathcal{O}(10)$ GeV, 这表示 μ/B_μ 主要由边界上的值确定。

- 在最小规范传递模型里, anomaly free的 $U(1)_Y$ 保证在信使场标度上, $\mathcal{S}_Y = \text{Tr}(Y_f m_f^2) = 0$ 。这个sum rule由于yukawa相互作用而带来的新的soft mass而破坏, $\mathcal{S}_Y \simeq -\Delta m_{H_d}^2$ 。带负超荷的场在RGE的过程中, 它们的soft mass会被降低, 为了避免负质量的slepton, λ_d 的上限为

$$g(x)\lambda_d^2 \lesssim \frac{5\alpha_2^2}{8\pi\alpha_1} \frac{16\pi^2}{L_M} \equiv I_d, \quad (3.37)$$

其中 $L_M = \log \frac{M}{m_{\tilde{t}}}$, 近似的可得 $I_d \simeq 0.1$ 。

- 前面的两项讨论我们分别给出了 $\lambda_{u,d}$ 的上限, 对一个确定的 x 值, 可以得到 μ 的上限

$$|\mu| \lesssim \min\{I_u|r|, \frac{I_d}{|r|}\} |x + a_B| \frac{\Lambda}{16\pi^2}. \quad (3.38)$$

简单的估计, $|\mu|$ 可以达到最大值在 $r \simeq \sqrt{I_d/I_u}$ 的时候

$$|\mu| \lesssim (x + a_B) \sqrt{I_d I_u} \frac{\Lambda}{16\pi^2}. \quad (3.39)$$

在 $g(x)\lambda_{u,d}^2 = I_{u,d}$ 的时候, 上限可被满足。通过进一步的计算可以发现, 在 $x \simeq 10^2$ 的时候, 一个最大值 $|\mu| \simeq 10$ TeV 可以得到。

在得到的限制条件 (3.36) (3.37) 和 (3.39) 之后, 接下来我们讨论 EWSB 在我们的模型里。首先考虑 Scenario-I。如果 $x \sim \mathcal{O}(1)$ ($x + a_B \sim \mathcal{O}(1)$), 就可以得到一个 TeV scale $|\mu|$ 。然而无论 $|r|$ 如何, 我们都会遇到一个过大的 $\Delta m_{H_d}^2$ 或 $\Delta m_{H_u}^2$ 。如果 x 比较大, $x \sim 50$, 那么 $g(x) \sim 10^{-3}$ 。这时如果要得到 TeV 的 μ 值, 需要

$$|\lambda_u \lambda_d| \simeq \frac{1}{g(x)(x + a_B)} \left(16\pi^2 \frac{m_{\tilde{t}}}{\Lambda}\right) \left(\frac{3\alpha_t}{\pi} L_M\right)^{1/2} = \frac{4\pi\sqrt{I_u}}{g(x)x}, \quad (3.40)$$

$\sqrt{I_u} \simeq 0.3$, 因此要求 $|\lambda_u \lambda_d| \sim \mathcal{O}(10)$ 。这么大的耦合常数只能在 GUT scale 上实现, 而在我们的模型里信使场要低于 10^9 GeV。

接下来考虑小 μ scenario: Scenario-II 和 Scenario-III。首先一个 TeV 左右的 Δm_{H_u} 需要来消掉 stop RGE 的贡献, 那么 $1/(|r|(x + a_B)) \sim \mathcal{O}(0.1)$ 。从 higgs 软参数公式出发, 如果要得到一个小的 $m_{H_d}^2$ (它受 RGE 影响较小), 则 $x \sim 100$ 并且 $|r| \sim 0.1$ 。同时适中的 B_μ 和 μ 意味着存在一个不可避免的大 λ_u , 这也不是我们所满意的。

最后转向最吸引人的情况, 一个小 μ 和大 $m_{h_d}^2$ 。在这种条件下电弱破缺方程可以近似转化成如下的形式

$$1/\tan\beta \simeq \frac{B_\mu}{m_{H_d}^2(m_Z)} [1 + \mathcal{O}(m_Z^2/m_{H_d}^2(m_Z), 1/\tan^2\beta)], \quad (3.41)$$

$$B_\mu^2 \simeq (\mu^2 + m_{H_u}^2(m_Z)) m_{H_d}^2(m_Z) \quad (3.42)$$

带入软破缺质量的表达式(3.25), 可得

$$a_B = \frac{|r|}{\tan \beta} \ll 1, \quad \lambda_u^2 \simeq \frac{I_u}{g(x)(1-a_B^2)} \approx \frac{I_u}{g(x)}, \quad (3.43)$$

这里我们忽略了RGE对 μ/B_μ term的修正, 同时也忽略了在边界上纯规范相互作用的贡献。 $\mu \simeq r(x+a_B)I_u\Lambda/16\pi^2 \sim 100$ GeV意味着 $rx \gtrsim \mathcal{O}(1)$, 相关的参数值为

$$|r| \sim 1, \quad x \sim 1 \Rightarrow \lambda_u^2 \sim 1, \quad a_B \simeq \tan^{-1} \beta \sim 0.1. \quad (3.44)$$

接下来考察在完整模型里树图和圈图之间精细调节程度的大小, 最终的 B_μ 如下

$$B_\mu = \Delta_{tree} + \Delta_{loop} = \frac{-\lambda_u \lambda_d}{16\pi^2} \left[\frac{N_F^2 \kappa^2 F^3}{16\pi^2 M^2 M_S^2} (\log \frac{\Lambda_{UV}}{M})^2 + f_2 \left(\frac{M_S}{M} \right) \frac{F^2}{M^2} \right] \quad (3.45)$$

$\frac{B_\mu}{\Delta_{loop}}$ 近似的为10%, 因此这在可以接受的范围内。由公式(3.43)可知, $\tan \beta$ 越大, 与相销对应的 a_B 越小, 因此在上面的讨论中我们一般应用适中的 $\tan \beta$ 值。

最后我们总结一下在这个模型里面, 最自然的参数空间有如下的特性

- $\mu \simeq 100$ GeV和处于TeV scale的 m_{H_d} , 恰好符合lopsided GSMB scenario的特点。
- 单态场S 的质量在信使场标度附近 $x \simeq 1$, 从 $\lambda_{u,d}$ 的选择上看高重信使场更好, 然而为了产生足够大的tadpole 通常它又不能太重。
- 为了解决 μ/B_μ problem, 我们引入了新的fine-tuning来解决这个问题, 由于情况与之前相比不会恶化, 因此是可以接受的。

3.3.3 超对称CP问题

由于规范相互作用的特性 (flavor blindness), 它完美的解决了超对称模型中的flavor问题。然而在MSSM里CP violation过程仍旧通过flavor-conserving的相互作用浮现出来, 例如来自交换sparticles而产生的费米子EDM (electric dipole moment)。在很多GMSB的模型中, 在边界上三线性A term和 B_μ 都为零, μ 的相角可以通过 $U(1)$ 的转动而转掉, 同时A 和 B_μ 来自RGE中gaugino的

效应（相角部分）也可以通过gaugino的 $U(1)$ 变化而转掉。因此这一类模型是CP-safe的[44, 45]。

然而在一般解决 μ/B_μ 的动力学模型中，新的CP相角有可能出现，因此有可能存在超对称CP problem。在模型(3.28)中，不能通过转动场 S ，把参数 M_S 和 a 同时取为实的，因此 μ/B_μ 可以有不同的相角。为了解决这个问题，或许需要因为更为复杂的hidden sector（例如[46]），这里对着个问题我们不再进行深入的探讨。

3.4 结论

这里我提出了了解决 μ/B_μ 问题的一个方法，通过引入新的标准模型单态场在信使场标度上。这个单态场是超对称的（近似），并获得一个很小的真空期望值。最终 μ/B_μ 在树图和圈图上都获得有限的修正，两类贡献通过相互抵消可以得到合适的值，此外它们也能提供好的higgs sector实现EWSB。

第四章 规范传递中的higgs质量

4.1 背景和动机

在粒子物理中higgs粒子有着很重要的地位，它负责破缺电弱对称性，同时给出费米子质量。关于它，物理学家在过去做过很多工作，例如vacuum stability, triviality分析等。自从标准模型的建立到现在，几十年的时间内人们一直致力于寻找，其中LHC的一个重要目标也是寻找higgs。基于最近LHC上关于 $5fb^{-1}$ 数据的分析，ATLAS和CMS实验组分别给出可能处于125GeV的higgs信号[47, 48]。相关的寻找过程包括 $h \rightarrow \gamma\gamma$, $h \rightarrow ZZ^* \rightarrow 4l$, $h \rightarrow WW^* \rightarrow 2l2\nu$, 在某种程度上 $h \rightarrow \tau\tau$ (CMS)。

这之后世界各地的物理学工作者做了许多的工作来解释这个信号，大部分把它当做人们一直在期盼的higgs粒子，从不同的模型的角度来解释它；也一部分人从现有的数据出发（来自LHC, Tevatron），在统计的意义上找出higgs与轻子，夸克，规范波色子的最大可能有效耦合大小；另外一些人则提醒人们，或许这个粒子可能并非higgs，而是一个赝标量的复合粒子。相关的文献可以参考[49, 50]

接下来的讨论我们基于第一种思路。在引言中提到MSSM中树图的SM-like higgs质量的上限为 m_Z ，来自top部分的大的辐射修正可以用来提升higgs质量[51]，在单圈图层次上

$$m_h^2 = m_Z^2 \cos 2\beta + \frac{3m_t^2}{4\pi^2 v^2} \left[\log \frac{m_{\tilde{t}}^2}{m_t^2} + \frac{X_t^2}{m_{\tilde{t}}^2} \left(1 - \frac{X_t^2}{12m_{\tilde{t}}^2} \right) \right], \quad (4.1)$$

在上式中 $m_{\tilde{t}} = \sqrt{m_{\tilde{t}_1} m_{\tilde{t}_2}}$ ，左右stop混合的参数 $X_t = A_t - \mu \cot \beta$ 。为了得到一个 $m_h \approx 125$ GeV的higgs，如果不采取非常重的stop(multi-TeV, 众所周知的一方面它会导致严重的精细调节，另一方面讲很难在LHC上探测到)，就必须转向所谓的maximal mixing scenario，它的特征为 $|X_t| \simeq \sqrt{6}m_{\tilde{t}}$ 。注意，即使在这种scenario下stop质量也要在TeV附近。然而在minimal以及传统的规范传递里，这种scenario很难被实现，在这里 A_t 只能通过RGE方程产生出来。因此，我们需要探索一些deformed的GMSB方式以达到在boundary产生大的A term的目的。

实际上, 大的stop混合可以通过直接的visible-hidden部分的yukawa相互作用来实现 (YGMSB), 关于这方面的研究可以追溯到十年前[52]。在解决 μ/B_μ problem的时候, 信使场和higgs超场之间的直接耦合经常被借用。96年G.F.Giudice 等人发明的波函数重整化方法, 使得在构造模型的时候可以很方便的得到一些辐射修正的大小。例如, 在次最小超对称模型NMSSM里, 一个足够大小的 μ 可以被获得通过把单态场耦合到信使超场上[53, 38]; 在中微子物理中, 也可以把信使场标度和seesaw标度结合起来[54]。此外, 基于暗物质模型构造的一些想法, 我们也应用过这种机制来破缺dark $U(1)_X$ 规范对称性[55]。因此我们将要在保持最小flavor破坏的条件下研究YGMSB的一些一般性质, 并进一步考察它们能否用来解释上面提到的125GeV 的higgs, 在这个过程中对一些其他的物理量也尽量进行说明。

4.2 YGMEB的特性

在这一节中我们首先对波函数重整化做一下简要的回顾, 然后给出一个YGMSB 所诱导出的soft spectrum特点的一个一般性的分析。

4.2.1 波函数重整化方法

超对称破缺的信息可以通过超对称保持的方式来处理 (解析延拓到超空间) 启发文献[22, 23]里的作者利用隐含软破缺项的spurion超场方法 (例如, 超场波函数 Z) 来提取超对称破缺的效应。在这一点上他们所作出的重大发现是, 在穿过信使场标度 M 的时候超场波函数获得 θ 依赖的项通过如下的代换 $M \rightarrow \sqrt{XX^\dagger}$ 。其中 X 为参数化hidden部分动力学的spurion场, $X = M + F\theta^2$ 。例如具有波函数 Z_Q 的visible超场 Q , 对应如下的Kahler potential:

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta Z_Q(X, X^\dagger, \mu) Q^\dagger Q, \quad (4.2)$$

μ 是重整化标度。通过场的重定义, 把 Z_Q 吸收到超场 Q 中,

$$Q' = Z_Q^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\partial \ln Z_Q}{\partial X} F\theta^2 \right) \Big|_{X=M} Q. \quad (4.3)$$

然后超场就有归一化之后的动能项。进一步讲, 在上述替换之后 $\theta^2\bar{\theta}^2$ 分量就给出超场 Q 的软破缺质量, 形式如下

$$\tilde{m}_Q^2(\mu) = - \frac{\partial^2 \ln Z_Q(X, X^\dagger, \mu)}{\partial \ln X \partial \ln X^\dagger} \Big|_{X=M} \frac{FF^\dagger}{MM^\dagger} \equiv -Z_Q'' \Big|_{X=M} \frac{FF^\dagger}{MM^\dagger}. \quad (4.4)$$

此外如果超场 Q 和visible sector场有相互作用 λQQ_1Q_2 包含在超势中, 通过同样的操作我们可以得到相应的软破缺的三线性项 $\lambda A_\lambda QQ_1Q_2$

$$A_\lambda = \left. \frac{\partial \ln Z_Q(X, X^\dagger, \mu)}{\partial \ln X} \right|_{X=M} \frac{F}{M} = Z'_Q|_{X=M} \frac{F}{M}, \quad (4.5)$$

直观的讲, 我们可以用同样的方法把上式推广到多个场的情况。为了方便, 在后面的表述中我们进行定义 $F/M \equiv \Lambda$

为了在公式和公式得到 Z_Q 的偏导项, 首先要进行超场波函数的积分

$$\gamma_Q = -\frac{1}{2} \frac{d \ln Z_Q}{dt}, \quad t = \ln \frac{\mu}{\mu_0} \quad (4.6)$$

这里我们关于反常量纲 γ 的定义和文献[6]里使用的相同, 但是与另一篇文章[30]差一个-2倍数的因子。从 $\mu_0 (> M)$ to $\mu (< M)$ 进行积分

$$\frac{\ln Z_Q(\mu)}{\ln Z_Q(\mu_0)} = -2 \left(\int_{\ln \mu_0}^{\ln M} dt \gamma_Q^+ + \int_{\ln M}^{\ln \mu} dt \gamma_Q^- \right). \quad (4.7)$$

上面的表达式中上标+ 和-分别指代在信使场标度之上和信使场标度之下。然后很轻松的就可以得到

$$\tilde{m}_Q^2|_{\mu=M} = \frac{1}{2} \sum_\lambda \left[\beta_\lambda^+ \frac{\partial(\Delta\gamma_Q)}{\partial \lambda} - \Delta\beta_\lambda \frac{\partial(\gamma_Q^-)}{\partial \lambda} \right]_{\mu=M} \Lambda^2, \quad (4.8)$$

$$A_\lambda(\mu) = - \sum_Q \Delta\gamma_Q \Lambda \quad (4.9)$$

其中 $\Delta X = [X^+ - X^-]_{\mu=M}$, $\beta_\lambda = d\lambda/dt$ 。

上面的结论可以直接推广到一个更一般的情景, 某些visible部分的场与hidden场享有相同的量子数, 因此如果它们耦合到相同的算符上它们之间存在混合。那时 γ_i^j 在flavor空间内就不是一个平庸的对角矩阵, 上面的公式也要进行相应的修改, 相关的细节可以参考[56]。在没有混合的情况下, 可以把对 λ 的偏导转化为对 λ^2 的偏导, 重新定义一下 β 函数,

$$\beta_\lambda = \frac{d\lambda^2}{dt} = 2\lambda^2 \sum_{Q_\lambda} \gamma_{Q_\lambda}, \quad (4.10)$$

等式右面对所有参与 λ 相互作用的场求和。在下面的讨论中我们将采用这种标记。

4.2.2 yukawa deflected GMSB

继续之前的讨论，重的higgs要求重的squark，然而重的squark又会导致大的fine-tuning。因此最自然，或者比较自然一点的情况就是maximal mixing scenario，这样看在边界上stop sector应该具有下面的属性

- 一个大的且为负的 A_t 项。负号是非常重要的，由于如果 $SU(3)$ gaugino质量 M_3 与最初的 A_t 具有相反的符号，在weak scale的 $|A_t|$ 会被增强，反之则被降低。
- 与前两代squark相比，被降低的stop质量平方，这时stop混合效应也会被加强。

4.2.2.1 一般性的分析

正如背景和动机里介绍的那样，YGMSB可以使用于不同的环境下，这时候它诱导的soft spectrum的基本性质是非常重要的，尤其是符号。接下来我们讨论这些性质，它们可以由公式(4.8)和公式(4.9)推导出来。

visible场 ϕ 和信息场 Φ 有两种耦合方式： $\phi\Phi_1\Phi_2$ 和 $\phi_1\phi_2\Phi$ 。这里，我们把直接和 Φ 场作用的那个场视作桥梁场，标记为 \mathcal{B} 。桥梁场以它的单圈波函数或者它的两点格林函数传递超对称破缺信息。通过和 \mathcal{B} 的Yukawa相互作用，其他的可见场 ϕ 也会受到超对称破缺的影响。在这种情况下，桥梁场其实扮演着传递者的角色，在纯GMSB理论中扮演这个角色的是矢量超场。正是这种差异会引起现象学的巨大不同。

为了描述主要的性质，我们在这里忽略规范相互作用做简单的讨论。事实上，由于规范相互作用的贡献仅仅出现在 β 方程 $\beta_\alpha^+ = -\lambda^2 g^2/16\pi^2 + \dots$ ，它们的贡献在后面很容易重新得到。在模型Wess-Zumino中，最一般的YGMSB形式如下：

$$W = \left(\frac{\lambda_{ija}}{2} \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j \Phi_a + \frac{\lambda'_{iab}}{2} \mathcal{B}_i \Phi_a \Phi_b \right) + \frac{\kappa_{ijk}}{6} \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j \mathcal{B}_k + \frac{y_{ijl}}{2} \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j \phi_l + \frac{y'_{ilm}}{2} \mathcal{B}_i \phi_l \phi_m, \quad (4.11)$$

这里我们用 $i/j/k$ 表示桥梁场指标， $a/b/c$ 为信息场指标， $l/m/n$ 为轻场指标。轻场的软项形式如下：

$$-\mathcal{L}_{soft} = \frac{\kappa_{ijk} A_{\kappa_{ijk}}}{6} \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j \mathcal{B}_k + \frac{y_{ijl} A_{y_{ijl}}}{2} \mathcal{B}_i \mathcal{B}_j \phi_l + \frac{y'_{ilm} A_{y'_{ilm}}}{2} \mathcal{B}_i \phi_l \phi_m, \quad (4.12)$$

其中我们忽略了质量项。

现在我们对来自Yukawa 传递的软破缺项结构进行分析, 值得强调的是各项的符号和它们之间存在的奇妙的抵消效应。首先, 我们注意到Yukawa 相互作用对反常量纲的贡献为正。因此, visible-hidden相互作用算符退耦后 $\Delta\gamma_B > 0$, 对于没有直接和信息场耦合的轻场 ϕ 则为 $\Delta\gamma_\phi = 0$ 。因此, 我们立马可以得到一下结论:

- A 项, 它们仅仅依赖于 $\Delta\gamma_B \propto \lambda^2(\lambda'^2)$, 符号总是为负。
- 由于 γ_ϕ 的连续性在穿过信使标度 M 的时候, ϕ_l 也获得负的软质量平方项:

$$m_{\phi_l}^2 \sim -\frac{1}{(16\pi^2)^2} \lambda^2 y_{\phi_l}^2. \quad (4.13)$$

注意相关的纯规范作用对 $m_{\phi_l}^2$ 的贡献总是为正。原因是一般我们有 $\Delta\beta_{g/\lambda} > 0$, 对于规范相互作用的贡献我们有 $\partial\gamma_\phi/\partial g^2 \sim -1/16\pi^2 < 0$ 同时Yukawa相互作用的符号是相反的。

然而, 由于桥梁场的双重性质: 不仅是传递者, 而且是轻场, 因此桥梁场软质量的平方是相当棘手的。它的软质量平方得到两种贡献, 可以从公式(4.8)中看出。其中有一些很微妙的抵消效应, 为了展示一般的结构我们直接计算了它的软质量平方(细节参见下一小节)。如果我们把注意力集中在软质量平方的结构上, m_B^2 最一般的表达式包括接下来的三个部分(具有因子 $\Lambda^2/(16\pi^2)^2$):

- visible-hidden的耦合常数的平方项为: $\lambda^4, \lambda^2\lambda'^2, \lambda'^4$ 。它们都是正的, 一般来说它们主导着 $m_{B_i}^2$ 。
- $\lambda^2\kappa^2$ 和 $\lambda'^2\kappa^2$ 的交叉项(重复指标求和):

$$\hat{\lambda}_{ij}\hat{\kappa}_j - 2\hat{\kappa}_{ij}\hat{\lambda}_j - \hat{\kappa}_{ij}\hat{\lambda}'_j, \quad (4.14)$$

其中 $\hat{\lambda}_{ij} \equiv \lambda_{ija}\lambda^{ija}$ (仅仅 a 指标求和), 其他的量定义相似。显然, $\lambda'^2\kappa^2$ 项总是为负, 这暗示了上面给出的主导项可以由合适的模型结构被降低下来。在讨论NMSSM中单态和信息场耦合的文章中[30], 他们就利用了这样的性质。

- 交叉项: $\lambda^2 y^2$, $\lambda'^2 y'^2$ 和 $\lambda \lambda' y^2$, 由一下形式给出:

$$2 \left(\hat{\lambda}_{ij} \hat{y}_j - \hat{y}_{ij} \hat{\lambda}_j \right) + \hat{\lambda}_{ij} \hat{y}'_j - \hat{y}_{ij} \hat{\lambda}'_j. \quad (4.15)$$

括号中的前两项是否能够抵消是模型依赖的, 但是第三项和最后一项的符号是确定的。这里我们注意到 $\propto \lambda'^2 y'^2$ 项并不存在。

这一节的最后, 我们特别提醒波函数重整化方法不能被用来提取软质量平方项的单圈贡献。然而, 单圈贡献是高度模型依赖的[38], 通常超对称破缺的领头阶是 F^2/M^4 [52] 压低的。在接下来的具体模型中都属于此类的模型, 因此我们忽略掉单圈的效应。

4.2.2.2 完整的计算结果

在这一小节内我们将给出在YGMSB的框架内最一般的soft spectrum, 对应的超势为公式(4.11)。首先, 信使场之上场的反常量纲为

$$\begin{aligned} \gamma_{B_i}^+ &= \hat{\lambda}_i + \frac{1}{2} \hat{\lambda}'_i + \frac{1}{2} \hat{\kappa}_i + \hat{y}_i + \frac{1}{2} \hat{y}'_i, \\ \gamma_{\Phi_a}^+ &= \frac{1}{2} \hat{\lambda}_a + \hat{\lambda}'_a, \quad \gamma_{\phi_m}^+ = \frac{1}{2} \hat{y}_m + \hat{y}'_m, \end{aligned} \quad (4.16)$$

在这儿 $\hat{\lambda}_{ij} \equiv \lambda_{ija} \lambda^{ija}$, 忽略的指标求和, 相同的方法也用在其他的参数标记中。关掉参数 λ and λ' 之后, 就得到在信使场标度之下的反常量纲。

接下里就可以得到桥梁场的质量, 按照参数的不同我们把它分成三个部分 $m_{B_i}^2 = m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$

$$m_1^2 = \frac{\Lambda^2}{512\pi^4} \left[2 \hat{\lambda}_{ija} (\Delta \gamma_{B_i} + \Delta \gamma_{B_j} + \Delta \gamma_{\Phi_a}) + \hat{\lambda}'_{iab} (\Delta \gamma_{B_i} + \Delta \gamma_{\Phi_a} + \Delta \gamma_{\Phi_b}) \right], \quad (4.17)$$

$$m_2^2 = \frac{\Lambda^2}{512\pi^4} \left[\hat{\lambda}_{ij} \hat{\kappa}_j - 2 \hat{\kappa}_{ij} \hat{\lambda}_j - \hat{\kappa}_{ij} \hat{\lambda}'_j \right], \quad (4.18)$$

$$m_3^2 = \frac{\Lambda^2}{512\pi^4} \left[2(\hat{\lambda}_{ij} \hat{y}_j - \hat{y}_{ij} \hat{\lambda}_j) + \hat{\lambda}_{ij} \hat{y}'_j - \hat{y}_{ij} \hat{\lambda}'_j \right], \quad (4.19)$$

类似的, 对轻场 ϕ_i 的修正为

$$m_{\phi_i}^2 = -\frac{\Lambda^2}{512\pi^4} \left[2 \hat{y}_{ij} (\Delta \gamma_{B_i} + \Delta \gamma_{B_j}) - \hat{y}'_i (\Delta \gamma_{B_i}) \right]. \quad (4.20)$$

在这里上式已经足够说明问题, 因此我们并没有把 $\Delta \gamma$ 的具体形式代入。

4.2.2.3 模型分类

我们的讨论局限在MSSM中，而且考虑到现象学的要求，我们可以把模型分为两类。一类是把top夸克对应的超场直接耦合到信使场上，这里取最小规范传递模型作为例子， $(\Phi, \bar{\Phi}) = (5, \bar{5})$ 。具体的讲 $\bar{\Phi} = (\bar{\Phi}_D, \bar{\Phi}_L)$ ，下标 D, L 分别对应 $SU(3)$ 三重态和 $SU(2)$ 二重态。满足规范不变对称性的条件下，我们可以写出下面的visible- hidden相互作用

$$W = \sum_{i=1}^n \eta_i X \Phi_i \bar{\Phi}_i + W_{1,2m} + W_{MSSM}, \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} W_{1m} &= \lambda_{u,ij} Q_i \Phi_L U_j^c + \lambda_{d,ij} Q_i \bar{\Phi}_L D_j^c + \dots, \\ W_{2m} &= \lambda_i Q_i H_d \bar{\Phi}_D + \lambda'_i Q_i \bar{\Phi}_L \bar{\Phi}_D + \dots, \end{aligned} \quad (4.22)$$

W_{MSSM} 包含了常见的相互作用项 $h_t Q U^c H_u + h_b Q D^c H_d + h_\tau L E^c H_d$ ，后面的点代表着没有列出的轻子部分。文献[56, 57]里所研究中的情况恰好就是这里的 W_{1m} ，他们利用大的higgs-messenger混合（在额外维模型的帮助下），来实现上述超势。第二种情况 W_{2m} 可以看成把higgs-messenger推广为matter-messenger的情景。在这些模型里，可以通过额外的分立对称性或整体对称性把可能诱导质子衰变的高维算子禁掉。

把visible部分和信使场耦合到一起，一个很大的问题就是flavor破坏，这就背离了开始引入规范传递的初衷。这也是为什么这类模型没有得到很大的关注的原因，从前面的分析我们可以知道大的flavor破坏效应可以被避免，在一些特殊的情况下。例如在higgs-messenger混合的情况下， $\lambda_{u,ij} \sim y_{ij}^u$ (y 为MSSM中yukawa耦合常数)。此外，top夸克和信使场的耦合自然是最大的。但是即使flavor problem不成问题，在stop场作为桥梁场的scenario中，它的质量被额外的提升而不是降低，从而不能给出我们想要的soft spectrum。然而这个特性可以用来分裂前两代sfermion质量与第三代的sfermion质量，在只把前者耦合到信使场的条件下。同时应用前面的方法，大的FCNC过程也可以被避免。这种条件下的soft spectrum和最近人们关注的natural SUSY有类似之处。

在这一节中我们发现只有higgs超场作为第二类模型或许能给出最吸引人的低能谱，在后面我们将用数值的方法具体考察它们。

4.3 现实的YGMSB模型

4.3.1 一个简单的模型

现在我们给出具体的模型。在最小规范传递里，不能构造出直接的higgs-messenger耦合，因此我们必须引入单态场 S (\bar{S})，同时单态场 S 也会耦合到spurion场上去。除了信使场与spurion场之外，我们可以写出下面的超势：

$$W_1 = \lambda_u S \bar{\Phi}_L H_u + \lambda_d \bar{S} \Phi_L H_d, \quad (4.23)$$

或者

$$W_2 = \lambda S H_u H_d. \quad (4.24)$$

后者的性质与前者基本上相同，在这里我们只讨论前者。值得注意的是 W_1 产生了单圈的 μ/B_μ 项（在前面的章节里有相关的解释），存在着 μ/B_μ 问题。在这个模型里我们并不尝试去解决它，只把它们当做自由参数处理。另外一点是， λ_d 并非一个重要的参数，在后面的讨论可以把它当做零处理。至于模型本身，可以用对称性来保护，如同前面所提到的。

为了得到能谱，我们需要计算相关场的反常量纲在信使场scale上的变化。在信使场scale之上（下面公式中 $C_2 = 3/4$, $C_3 = 4/3$ 。）

$$\begin{aligned} \gamma_{H_u}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [\lambda_u^2 + 3h_t^2 - 2C_2 g_2^2 - 2(1/2)^2 (3/5) g_1^2], \\ \gamma_{H_d}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [\lambda_d^2 + 3h_b^2 + h_\tau^2 - 2C_2 g_2^2 - 2(1/2)^2 (3/5) g_1^2], \\ \gamma_{\Phi_L}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [\lambda_u^2 - 2C_2 g_2^2 - 2(1/2)^2 (3/5) g_1^2], \\ \gamma_{\bar{\Phi}_L}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [\lambda_d^2 - 2C_2 g_2^2 - 2(1/2)^2 (3/5) g_1^2], \\ \gamma_S^+ &= \frac{1}{16\pi^2} 2\lambda_u^2, \quad \gamma_{\bar{S}}^+ = \frac{1}{16\pi^2} 2\lambda_d^2, \end{aligned} \quad (4.25)$$

进一步可以得到边界上的 A term为

$$A_t = -\frac{\Lambda}{16\pi^2} \lambda_u^2, \quad A_b = A_\tau = -\frac{\Lambda}{16\pi^2} \lambda_d^2, \quad (4.26)$$

软破缺质量为

$$m_Q^2 = -\frac{\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} (h_t^2 \lambda_u^2 + h_b^2 \lambda_d^2), \quad (4.27)$$

$$m_U^2 = -\frac{2\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} h_t^2 \lambda_u^2, \quad m_D^2 = -\frac{2\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} h_b^2 \lambda_d^2. \quad (4.28)$$

从上面的公式可以看出如果 λ_u 足够大, 就能得到一个大的 A_t 和小的stop质量, 然而在RGE演化的过程中gluino会增强它们两个, 尤其是信使场标度比较高的时候。例如 $M = 10^{12}$ GeV时, 近似的在弱作用能标(右边的是边界上的值)

$$A_t = 0.28\bar{A}_t - 1.14M_3, \quad (4.29)$$

$$m_{\tilde{Q}}^2 \simeq 2.32M_3^2 + 0.85\bar{m}_{\tilde{Q}}^2, \quad m_{U^c}^2 \simeq 2.07M_3^2 + 0.71\bar{m}_{U^c}^2. \quad (4.30)$$

在上面过程中取 $\tan\beta = 20$ (这不是一个敏感参数)。因此可以看出, 在这种情况下RGE起着主导作用。因此为了得到一个需要的spectrum, λ_u 和 M 是最重要的参数。有一点必须说明一下, 在这种框架下我们只能保证与其他的scenario相比, fine-tuning不会更严重, 至于具体缓解到什么程度, 必须在完整的模型下对原始参数做计算。

下面让我们把注意力转向higgs部分。按照前面的章节所讨论的, 成功的电弱破缺需要higgs的四个参数 $\mu, B_\mu, m_{H_{u,d}^2}$ 满足两个方程。其中一个方程具有近似的可以写成

$$\frac{m_Z^2}{2} \simeq -m_{H_u}^2 - \mu^2 \quad (4.31)$$

因此有必要看看weak scale处 $m_{H_u}^2$ 的性质

$$m_{H_u}^2 \approx 0.62\bar{m}_{H_u}^2 - 1.10M_3^2 - 0.10\bar{A}_t^2 - 0.37\bar{m}_{\tilde{Q}}^2 - 0.32\bar{m}_{U^c}^2 \quad (\text{for } M = 10^{12} \text{ GeV}), \quad (4.32)$$

$$m_{H_u}^2 \approx 0.80\bar{m}_{H_u}^2 - 0.15M_3^2 - 0.12\bar{A}_t^2 - 0.20\bar{m}_{\tilde{Q}}^2 - 0.18\bar{m}_{U^c}^2 \quad (\text{for } M = 10^6 \text{ GeV}), \quad (4.33)$$

可以看出一个合适的 $m_{H_u}^2$, 可以被gluino和stop的RGE效应拉成负的, 从而成功触发电弱破缺。然而在higgs场作为bridge场的条件下, 它会得到来自yukawa相互作用的额外额外贡献

$$m_{H_u}^2 = \frac{\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} \left[\lambda_u^2 \left(4\lambda_u^2 - 3(g_2^2 + \frac{1}{5}g_1^2) \right) \right], \quad (4.34)$$

$$m_{H_d}^2 = \frac{\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} \left[\lambda_d^2 \left(4\lambda_d^2 - 3(g_2^2 + \frac{1}{5}g_1^2) \right) \right]. \quad (4.35)$$

因此不可避免的它们将会获得一个很大的修正。为了直观的看出它的影响，把公式4.32 右边的参数做一个代换，近似地得到

$$m_{H_u}^2 \sim 2.48 \bar{A}_t^2 - 1.01 M_3^2 \quad (\text{for } M = 10^{12} \text{ GeV}), \quad (4.36)$$

$$m_{H_u}^2 \sim 3.20 \bar{A}_t^2 - 0.15 M_3^2 \quad (\text{for } M = 10^6 \text{ GeV}), \quad (4.37)$$

可以看出大的 A_t 阻止由辐射修正导致的电弱破缺，我们需要对模型进行一些修改。

4.3.2 $g_\mu - 2$ 的限制

在进行下一部分之前，我们先对后面将要讨论的关于 $g_\mu - 2$ 的背景进行简要说明。 μ on轻子的反常磁矩或许可以作为新物理的一个信号，它的实验值和标准模型预言值[60]如下

$$a_\mu^{\text{exp}} = 11659208.9(6.3) \times 10^{-10}, \quad a_\mu^{\text{SM}} = 11659182.8(4.9) \times 10^{-10}. \quad (4.38)$$

这个差异暗示着新物理的贡献应该满足

$$\delta a_\mu \equiv a_\mu^{\text{exp}} - a_\mu^{\text{SM}} = (26.1 \pm 8.0) \times 10^{-10}. \quad (4.39)$$

在MSSM里， δa_μ 主要由chargino和neutralino单圈图给出，大致上可以用下面的公式描述[61]

$$\delta a_\mu^{\text{MSSM}} \simeq \frac{g_2^2}{8\pi^2} \frac{m_\mu^2 M_2 \mu \tan \beta}{m_{\tilde{\mu}_L}^4}. \quad (4.40)$$

可以看出它对左手 μ on的质量很敏感（忽略左手和右手 μ on的条件下）。在mGMSB里， μ on比较轻，因此它们可以解释 $g_\mu - 2$ 。然而如果要求一个重的higgs(125 GeV)，按照之前的讨论sfermion质量比较大。在higgs做bridge场的YGMSB框架下，sfermion 可以被降低，因此在后面我们将数值的考察它们是否能满足公式(4.40)的要求。注意 $\tilde{\mu}_L$ 质量可能会受到正面的修正在RGE过程中由于边界上具有非零的trace \mathcal{S}

$$\begin{aligned} \mathcal{S} &\equiv \text{Tr}(Y_f m_{\tilde{f}}^2) \simeq m_{H_u}^2 - m_{H_d}^2 + m_{\tilde{Q}_3}^2 - 2m_{\tilde{U}^c}^2 + m_{\tilde{D}^c}^2 - m_{\tilde{\ell}_3}^2 + m_{\tilde{E}^c}^2 \\ &\simeq \frac{\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} [\lambda_u^2 (4\lambda_u^2 + 3h_t^2) - \lambda_d^2 (4\lambda_d^2 + 3h_b^2)]. \end{aligned} \quad (4.41)$$

这里主要的 λ_u^4 项来自 $m_{H_u}^2$ ，在现实的模型中这项会被严重的压低[57]。

4.3.3 现实的模型

4.3.3.1 Hidden规范对称性

为了在最简单Higgs桥梁模型中解决电弱对称性破缺问题，我们可能需要修改信息者场的结构。接下来我们对上面提到的玩具模型做一些简单的和现实的修改，这些修改基于重要的事实即规范作用可以减小 $m_{H_u}^2$ 。

一种简单的解决方法是假设信息场 (S, \bar{S}) 和 $(\Phi, \bar{\Phi})$ 处在hidden规范群 G_h 的表示下，该规范群的规范耦合常数为 g_h (为了避免反常场是类矢的)，可见场是中性的。正如后面展示的那样， $m_{H_u}^2$ 可能在边界会得到一个大的负质量平方项，因此电弱对称性破缺是可行的。一般来说我们需要相当大的规范耦合 $g_h \sim 1$ 去抵消yukawa的效应，但是这并不意味着 $G_h = SU(N)$ 将跑动到强耦合区域。这点可以从 β 方程看出：

$$b_h > (1 + 5) \times 2/2 - 3 \times N = 3(2 - N), \quad (4.42)$$

其中所有的messenger场在基本表示下。 $N \geq 2$ ，我们有 $b_h \leq 0$ ，那么理论是渐进自由或处于共形区域。进一步讲，我们要保证在信息场标度下 G_h 是破缺的，这实现起来很容易。

除了我们这里在隐藏了一个新引入的规范群外，模型和前面涉及到的 W_1 具有相同的超势。现在在信息场标度以上($Q > M$)场的反常量纲的形式如下：

$$\begin{aligned} \gamma_{H_u}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [N\lambda_u^2 + 3h_t^2 - 2C_2g_2^2 - 2(1/2)^2(3/5)g_1^2], \\ \gamma_{\Phi_L}^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [\lambda_u^2 - 2C_h g_h^2 - 2C_2g_2^2 - 2(1/2)^2(3/5)g_1^2], \\ \gamma_S^+ &= \frac{1}{16\pi^2} [2\lambda_u^2 - 2C_h g_h^2]. \end{aligned} \quad (4.43)$$

因此， $\Delta\gamma_{H_u} = N\lambda_u^2/16\pi^2$ 。 $C_h = (N^2 - 1)/2N$ 对于 $G_h = SU(N)$ 是quadratic Casimir(现在mGMSB中的messenger场对数为N)。对于阿贝尔 G_h 的情况，我们有 $C_h = Q^2$ 。在这两种情况下，可见粒子的质量和三线性项除一个整体因子N外不会受影响。但是Higgs场得到渴望的负软质量平方项：

$$m_{H_u}^2 = \frac{N\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} \left[\lambda_u^2 \left((N + 3)\lambda_u^2 - 4C_h g_h^2 - 3(g_2^2 + \frac{1}{5}g_1^2) \right) \right], \quad (4.44)$$

$$m_{H_d}^2 = \frac{N\Lambda^2}{(16\pi^2)^2} \left[\lambda_d^2 \left((N+3)\lambda_d^2 - 4C_h g_h^2 - 3(g_2^2 + \frac{1}{5}g_1^2) \right) \right]. \quad (4.45)$$

一般的，要求 $\lambda_u \sim 1$ 来得到stop最大混合，但是这样的一个低能标下的大Yukawa耦合耦合将破坏理论到大统一标度的微扰性质。然而，隐藏的强规范耦合的存在，使得 λ_u 的微扰性质可以被保留到UV区域。这点从 β 方程中可以很确切的看到：

$$\beta_{\lambda_u} = \frac{\lambda_u^2}{8\pi^2} [(N+3)\lambda_u^2 + 3h_t^2 - 4C_h g_h^2]. \quad (4.46)$$

所以由于边界处 $m_{H_u}^2$ 减小而引入的隐藏规范耦合项，也可以充分地减小 β_{λ_u} 。所以在Higgs桥梁模型中，一个隐藏规范群的引入可以同时被现象学和理论方面所支持。现在我们给出一些这个模型下的数据分析，主要使用程序SuSpect [62]。我们把顶夸克的质量设置为174.1 GeV，选择 $N = 2$ 和一个相对低的信息场标度 $M = 10^6$ GeV，这样的设置主要考虑到自然性问题[63]。接下来我们展示一些数据结果并对模型的性质进行讨论。

- 如 4.1中的左图所示,一个重的Higgs波色子要求一个大的 Λ 。从等式 (4.44)我们知道为了触发电弱对称性破缺，来自隐藏的规范群的贡献和Yukawa相互作用的贡献存在很大的抵消，如图 4.1 右图所示。
- 在图 4.2中我们在stop质量和 $x_t \equiv X_t/m_{\tilde{t}}$ 及Higgs质量的平面图上呈现了参数空间。这个图显示一个重的Higgs质量要求一个重的伴顶夸克和相对大的stop混合。例如，对于 $m_h > 126$ GeV， x_t 达到它的最小值 $x_t \simeq -2.5$ 。正如图上所示，因为stop不是很重，它在LHC上可以被看到(对于LHC上stop的寻找可以参考文献 [58])。在我们的模型中由于大 Λ 而使得其他的带色的伴粒子非常重，所以它们在LHC上可能不能被探测。顺便说一下，最轻的伴轻子是右手的stau (具有代表性的次最轻超对称粒子(NLSP))，它的质量区间为100-300 GeV，也可能在LHC上被探测到。
- 在图 4.3中，我们展示了 δa_μ 和Higgs质量的情况。我们看到重的Higgs意味着 δa_μ 变小。原因是一个重的Higgs波色子要求一个大的 Λ ，因此所有的伴粒子都很重。正如图中所示， δa_μ 对 $\tan \beta$ 并不是很敏感。一个大的 $\tan \beta$ 不能使 δa_μ 如所想那样增大。这可以从 $\tan \beta$ 和 μ 之间的关联来理解。

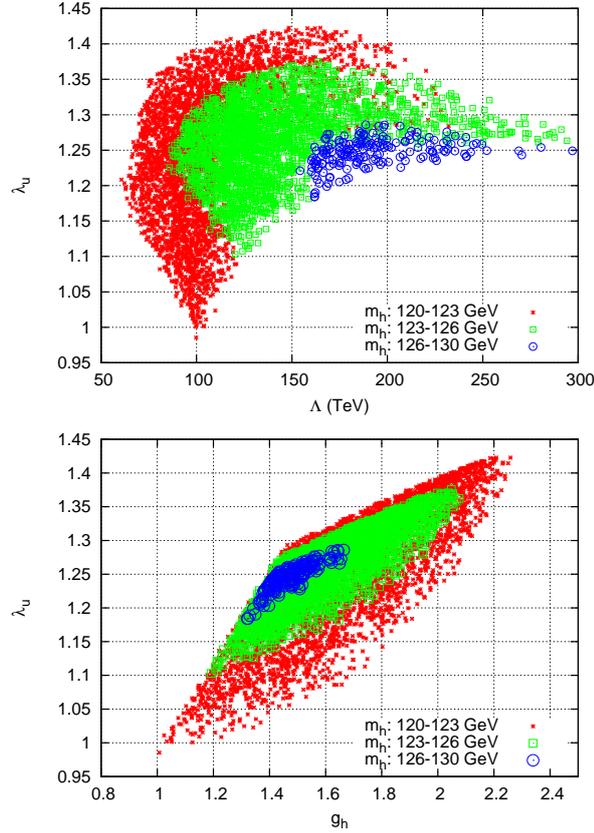


图 4.1: 数值结果: λ_u 和 Λ (左图) g_h (右图) 的关系。这里我们选取 $M = 10^6$ GeV, $\lambda_d = 0$, $\tan \beta = 25$.

4.3.3.2 10重态的信使场

另外一种实现规范-Yukawa相消和降低 $m_{H_u}^2$ 的方法是在不引入额外规范群的情况下改变信息场的表示。现在我们考虑具有 $SU(5)$ 的 $(10, \bar{10})$ 表示形式的信息场, 它可以被分解为标准模型的分量形式 $10 = (Q_\Phi, E_\Phi, U_\Phi)$ 。Higgs 和信息场的耦合部分为:

$$W_{hid} \supset \lambda_u Q_\Phi H_u U_\Phi + \lambda_d \bar{Q}_\Phi H_d \bar{U}_\Phi. \quad (4.47)$$

首先, 纯规范传递对软质量项的贡献为

$$m_{\tilde{f}}^2 = 2 \times 3 \left[C_3 \left(\frac{\alpha_3}{4\pi} \right)^2 + C_2 \left(\frac{\alpha_2}{4\pi} \right)^2 + 2 \times \frac{5}{3} \left(\frac{Y}{2} \right)^2 \left(\frac{\alpha_Y}{4\pi} \right)^2 \right] \Lambda^2, \quad (4.48)$$

$$M_3 = \frac{\alpha_3}{4\pi} 3\Lambda, \quad M_2 = \frac{\alpha_2}{4\pi} 3\Lambda, \quad M_1 = \frac{\alpha_Y}{4\pi} 5\Lambda. \quad (4.49)$$

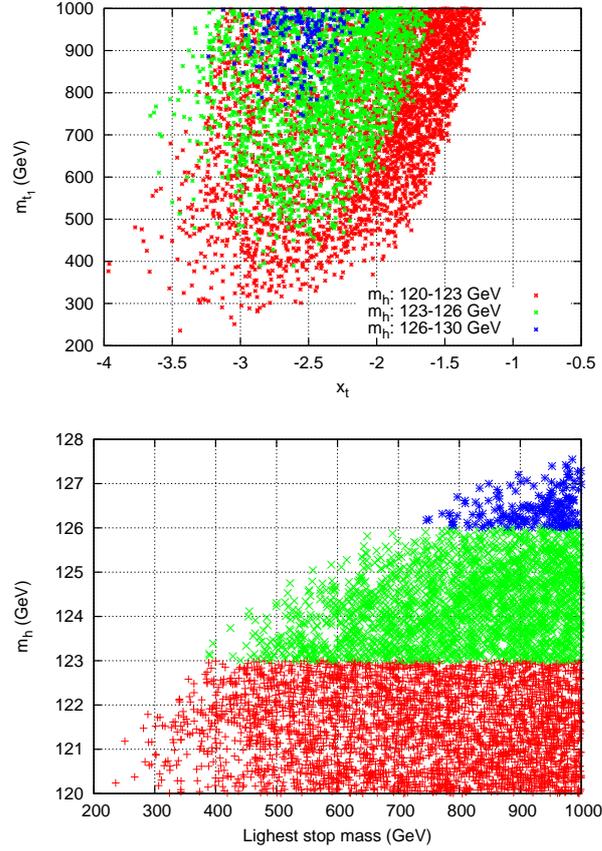


图 4.2: 数值结果: m_{t_1} 和 $x_t \equiv X_t/m_{\tilde{t}}$ (左图), higgs质量 (右图) 的关系。

正如期望的那样, Higgs桥梁场得到正比于 $SU(3)_C$ 规范耦合系数 g_3^2 的额外贡献:

$$m_{H_u}^2 = \frac{3\lambda_u^2}{(16\pi^2)^2} [6\lambda_u^2 - 4C_3g_3^2 - 4C_2g_2^2 - (13/15)g_1^2], \quad (4.50)$$

$$m_{H_d}^2 = \frac{3\lambda_d^2}{(16\pi^2)^2} [6\lambda_d^2 - 4C_3g_3^2 - 4C_2g_2^2 - (13/15)g_1^2]. \quad (4.51)$$

由于新项的存在, $6\lambda_u^2$ 可能有很程度的降低(如果 $\lambda_u \lesssim 1$, 比例约为90%, 从图 4.4 我们可以看到最多的点存在于 $\lambda_u < 1$ 的区域)。因此, 电弱对称性破缺是可行的。另外, stop部分的软质量项是可以被色因子抬高的, 这可以简单的通过对之前的等式乘以因子3得到。

数值上看这个模型由于具有唯一的自由参数(固定 $\tan\beta = 25$ 和简单设置 $\lambda_d = 0$)而具有吸引力。这里信息场质量标度 M 对于低能现象学是相当重要的参数, 为了比较我们分析两种情况 $M = 5 \times 10^8$ GeV 和 $M = 5 \times 10^{12}$ GeV。得

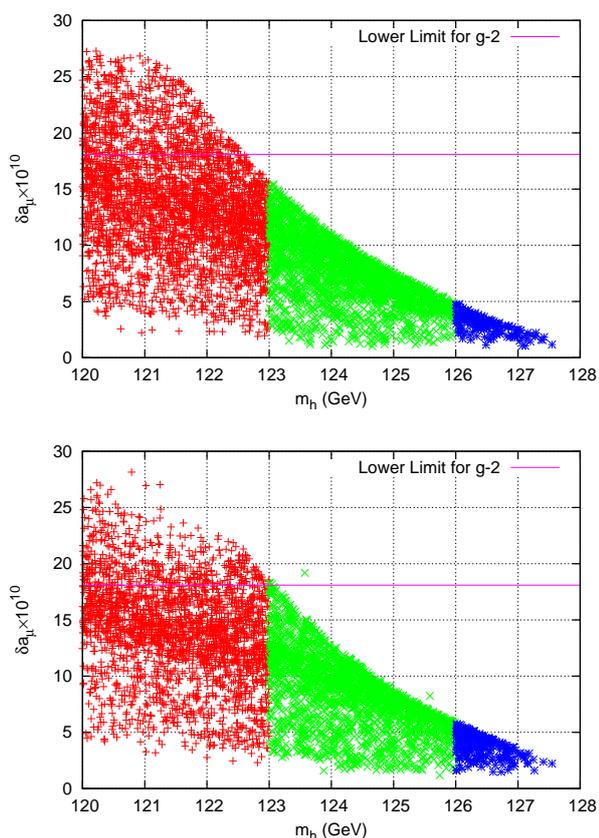


图 4.3: 数值结果: δa_μ 和higgs质量的关系, 左图对应 $\tan\beta = 25$, 右图对应 $\tan\beta = 35$ 。实线给出 δa_μ 的 1σ 下限。

到的结果如下:

- 从图 4.4中我们看到对于一个给定的 Λ 值, λ_u 的值在某个区域上可能改变, 一个更高的信息场标度里电弱对称性破缺更容易发生。另外, 一个重的Higgs通常要求一个大的 $\lambda_u \sim 1$, 正是我们期望的。
- 图 4.5展示了一个更高的信息场标度会导致一个更大的stop混合和一个更轻的stop。
- 对于 $(g_\mu - 2)/2$, 这个模型不是很有吸引力, 这可以从图 4.6中看出。对于单一的参数 λ_u , 由于参数 μ 和电弱标度软质量 $m_{H_u}^2$ 的关联, 这个模型通常有一个小的 μ ($\lesssim 1$ TeV)。

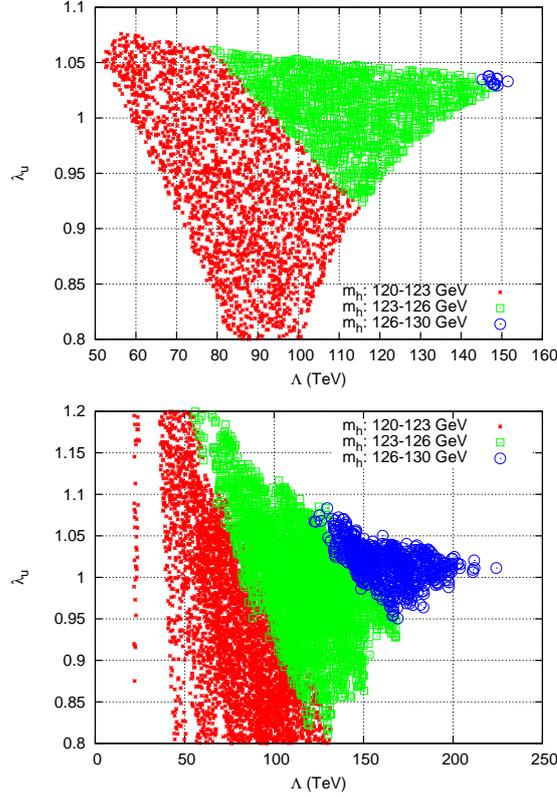


图 4.4: 数值结果: λ_u 和 Λ 之间的关系, 在左图中信使场标度取为 5×10^8 GeV, 右图取为 5×10^{12} GeV。

4.4 结论

如果类标准模型的Higgs确实在125 GeV左右, 那么在纯的GMSB里的MSSM存在自然性的问题, 这可以在YGMSB的框架中得到改善。在这个工作中, 我们首先研究了YGMSB soft spectrum的一些一般性质, 然后主要集中在YGMSB和Higgs-信息场相互作用上。这类模型从一下几个方面来说是有吸引力的: (i)它自动保持MFV; (ii)Yukawa传递同时产生大的 $-A_t$ 和 $-m_{\tilde{t}_{L,R}}^2$, 因此stop部分的修改朝着最大混合区域方向; (iii) stop的质量轻, 因此这可能在LHC上观测到。然而, 一般地, 太大的 $m_{H_u}^2$ 可能使得电弱对称破缺和大的stop混合相矛盾。所以我们更进一步探究了调和它们的方法: 一个是具有新的强规范群, 另外一个是不同的信息场表示(10, $\bar{10}$)。对于这些模型我们也进行了数值上的分析。最后我们总结如下:

- 虽然我们的YGMSB模型从现象学上来说具有吸引力, 可以很容易地调

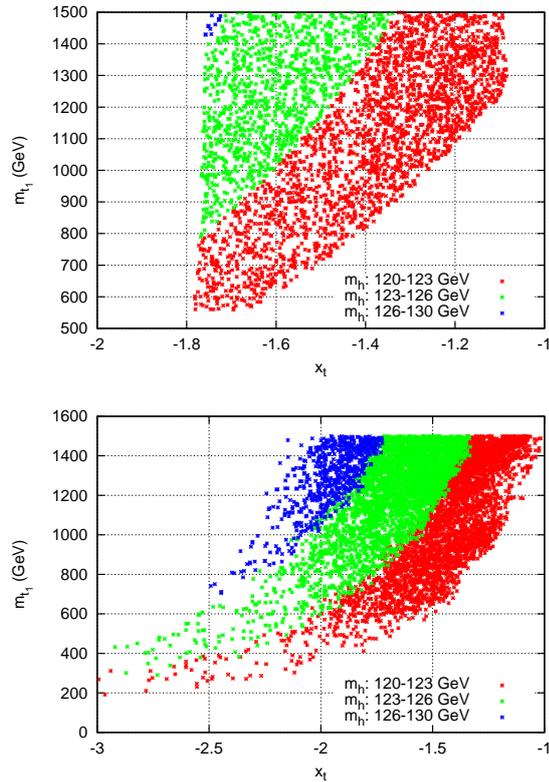


图 4.5: 数值结果: 轻stop质量 m_{t_1} 和 $x_t \equiv X_t/m_{t_1}$ 的关系, 和上图一样左右两图分别对应不同的信使场标度。

出相对更自然的超对称, 但是它背离了传统的相互分离的Hidden和visible sector图像, 因此在构造超对称动力学破缺的时候可能会遇到困难 (例如ISS模型)。这是由于在那里hidden部分通常为复合场, visible部分仅仅是一个旁观者。为了克服这个问题, 可能需要把第三代的夸克也看成复合粒子。

- 在这个工作中, 我们主要集中在MSSM 中的Higgs质量上, 但是仅仅靠Higgs质量不能区别MSSM 和其他超对称模型如NMSSM。我们需要其他的可观测量, 例如来自Higgs波色子衰变的双光子信号 [64, 65]。
- 我们注意最近有一些关于扩充的GMSB 模型 [66] 中真空稳定性问题的讨论, 但是在我们这个工作中并没有考虑相关的东西。

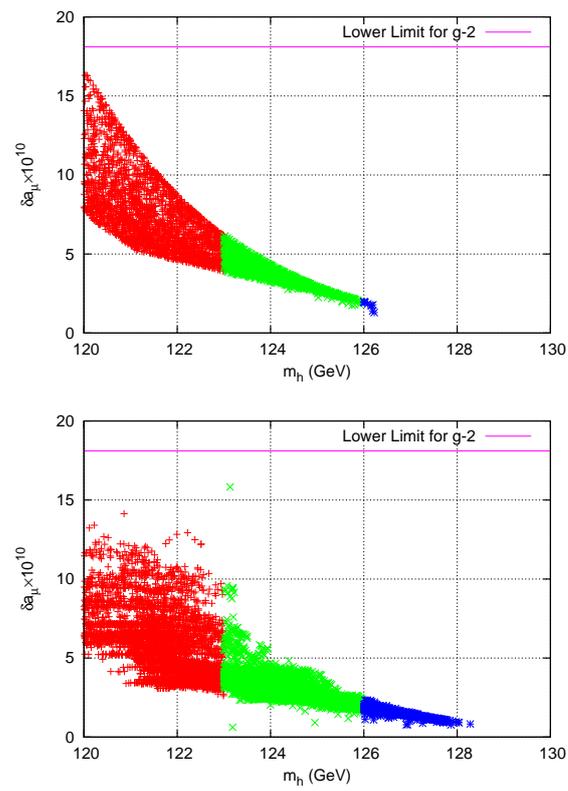


图 4.6: 数值结果: 和前面一样, 不过这里展示了 δa_μ 和higgs质量的关系。

第五章 总结与展望

在过去我们在规范传递方面做了一些工作，对理解低能参数有了一些图像上的理解，尤其是UV理论和对应的低能理论之间的关系，例如超对称破缺，R对称性的破缺，gaugino 质量，超对称传递等有了一定程度的了解。在这个方向上准备一方面密切关注实验，尽可能的用自然经济的UV模型去解释新的实验信号；另一方面尽可能的做一些UV比较自然，或比较有创新性的工作，或许对理解物理有一定的帮助。

随着LHC的运行，对撞机上也有许多的工作急需人们去做，如果有可能的话，希望将来能在这个方向做一点东西，这应该更完善个人对高能物理的理解。粒子宇宙学方向的工作与之类似，例如重子数的起源，暗物质的性质等。

附录 A

在构造模型的过程中，经常要用到关于超对称的规范场理论的知识。最近亚稳破缺的ISS模型被提出后，在此框架内很多direct规范传递的模型被构建出来，随之产生了一系列的问题而使得在模型方面人们对规范传递有了更深刻的理解。之前只关心seiberg提出的非ABel强弱对偶（最常见），在这里我们对强耦合的超对称规范场理论背景做一个简要的描述，对理解物理或许能有一些帮助。

A.1 超对称QCD

最一般的超对称QCD拉式量的形式如下

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta K(\Phi^\dagger, e^{V \cdot t} \Phi) + \left(\frac{-i}{16\pi} \right) \int d^2\theta \tau(\Phi) W^{\alpha a} W_{\alpha a} + \int d^2\theta W(\Phi) + h.c. \quad (\text{A.1})$$

在上式中 τ 是规范耦合常数 g 和参数 θ 的函数，其他物理量的含义与之前在引言部分所讨论的相同。

$$\tau = \left(\frac{\theta}{2\pi} + i \frac{4\pi}{g^2} \right) \quad (\text{A.2})$$

超空间坐标 θ 可以做下面的变换 $\theta \rightarrow e^{-i\alpha}\theta$ ，如果要保持上述SQCD拉式量在此变换下的形式，需要gaugino和超势 W 有下面的行为

$$\lambda^a \rightarrow e^{i\alpha}\lambda^a, \quad W \rightarrow e^{+2i\alpha}W \quad (\text{A.3})$$

通常上面描述的整体 R 对称性中存在反常。Yang-Mills规范场 θ 参数要做如下的变化(包含在 τ 里面中)

$$\theta \rightarrow \theta - n\alpha \quad (\text{A.4})$$

n 是手征流守恒里反常项的系数，等价的说它是Yang-Mills规范场单瞬子解的零模数。具体的讲对于处于 $SU(N_c)$ 群 N_c 或 \bar{N}_c 表示下的场 $n = 1$ ，对于伴随表示下的场 $n = 2N_c$ 。可以把这个对称性和其他整体的 $U(1)$ 对称性结合起来而构成一

个没有反常的整体对称性，在后面这个性质将会用来分析强耦合理论的低能有效行为。此外已知耦合常数 g 的值在某一特定的标度 M ，由单圈RGE方程

$$\frac{4\pi}{g^2}(Q) = \frac{4\pi i}{g^2} - \frac{3N_c - N_f}{2\pi} \log \frac{M}{Q} \quad (\text{A.5})$$

近似的可以定义出一个强耦合标度 Λ

$$\Lambda^{b_0} = M^{b_0} e^{-8\pi^2/g^2} = M^{b_0} e^{2\pi i \tau}. \quad (\text{A.6})$$

在QCD中两个轻夸克凝聚成低能介子，类似地在强耦合的SQCD里无质量的费米子对（两个gaugino）也会凝聚成 $\langle \lambda^{\alpha a} \lambda_a^\alpha \rangle$ 。这个算符的真空期望值可以这样得到

$$\langle \lambda^{\alpha a} \lambda_a^\alpha \rangle = 16\pi \frac{\partial}{\partial F_\tau} \log Z, \quad Z = \int e^{i \int \mathbb{L}} \quad (\text{A.7})$$

F_τ 是有效 τ 的 θ^2 分量。在积分掉规范场之后，得到一个只有手征超场的有效拉式量，通过 W_{eff} 对 τ 的依赖关系就可以得到gaugino凝聚值。

$$\langle \lambda \lambda \rangle = 16\pi i \frac{\partial}{\partial F_\tau} \int d^2\theta W_{eff}(\tau, \phi) = 16\pi i \frac{\partial}{\partial \tau} W_{eff}(\tau, \phi) \quad (\text{A.8})$$

这一点在后面也会用到。

A.2 $N_f=0$

从没有物质场参与的纯规范理论（ $N_f=0$ ）出发，对应的分量场拉式量如下

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2} (F_{\mu\nu}^a)^2 + \frac{1}{g^2} \bar{\lambda}^a i \gamma_\mu D^\mu \lambda^a + \frac{i\theta}{32\pi^2} F_{\mu\nu}^a \tilde{F}^{a\mu\nu} \quad (\text{A.9})$$

这时不可能构造出anomaly-free的对称性。在R变换下

$$\theta \rightarrow \theta + 2N_c \alpha \quad \text{or} \quad \tau \rightarrow \tau + \frac{2N_c}{2\pi} \alpha \quad (\text{A.10})$$

由能标 Λ 和 τ 的关系可以看出分立对称性 Z_{2N_c} 是严格保持的。如果把 τ 看做背景超场（似乎很多人都喜欢这么做），在强耦合的条件下我们期盼gluons和gluino组成有质量的单态复合粒子，因此低能有效拉式量只能包含 τ 。由对称性可知

$$W_{eff} = c M^3 e^{2\pi i \tau / N_c} \quad (\text{A.11})$$

c 是一个常数, M 用来进行量纲补偿。由等式(A.8)可以得到

$$\langle \lambda \lambda \rangle = 16\pi i \frac{\partial}{\partial \tau} W_{eff} = -\frac{32\pi^2}{N_c} \cdot c M^3 e^{2\pi i \tau / N_c} \quad (\text{A.12})$$

从两点上来说, 以上的结果和物理直觉一致。首先如果非微扰gaugino凝聚发生, 我们期望

$$\langle \lambda \lambda \rangle = A \Lambda^3 \quad (\text{A.13})$$

从公式(A.6)看来 ($b_0 = 3N_c$) 两者之间具有用样的形式。再者, 两个同样的gaugino凝聚之后前面的对称性 Z_{2N_c} 将被破缺到 Z_2 , 从上面的公式可以看出这也符合。这里从对称性的角度猜出了低能有效超势, 并且它没有明显不自洽的地方, 另一方向的一个验证将在下一节给出。

A.3 Affleck-Dine-Seiberg超势

接下来考虑有 N_f flavor的情况, $N_f < N_c$ 。这里的夸克超场为 Q, \bar{Q} , 后面也用它来代表它的波色分量, 费米分量用 $\psi_{Q, \bar{Q}}$ 表示。为了简单只考虑动能项部分, 这样的体系具有如下的对称性

$$SU(N_f) \times SU(N_f) \times U_B(1) \times U_A(1) \times U_R(1) \quad (\text{A.14})$$

其中包含两个反常变换

$$\begin{aligned} A : \quad & \psi_Q \rightarrow e^{i\alpha} \psi_Q, \quad \psi_{\bar{Q}} \rightarrow e^{i\alpha} \psi_{\bar{Q}}, \quad \text{and} \quad \theta \rightarrow \theta + 2N_f \alpha \\ R : \quad & \psi_Q \rightarrow e^{-i\alpha} \psi_Q, \quad \psi_{\bar{Q}} \rightarrow e^{-i\alpha} \psi_{\bar{Q}}, \quad \lambda \rightarrow e^{-i\alpha} \lambda, \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

$$\text{and} \quad \theta \rightarrow \theta + (2N_c - 2N_f) \alpha \quad (\text{A.16})$$

由这两者可以构造出一个没有反常的 $U(1)$ 对称性, 它的荷为

$$R_{AF} = R + \frac{N_f - N_c}{N_f} A \quad (\text{A.17})$$

这样在四个 $U(1)$ 对称性下, 各种场的行为如下

| | B | A | R | R_{AF} | |
|--------------------|-----|-----|-----|-------------------|--------|
| Q_i | +1 | +1 | 0 | $(N_f - N_c)/N_f$ | |
| ψ_{Q_i} | +1 | +1 | 0 | $-N_c/N_f$ | (A.18) |
| \bar{Q}_i | -1 | +1 | -1 | $(N_f - N_c)/N_f$ | |
| $\psi_{\bar{Q}_i}$ | -1 | +1 | -1 | $-N_c/N_f$ | |
| λ | 0 | 0 | +1 | +1 | |

除此之外, 另外两个物理量量子数对我们来说也很重要, 第一个是唯一的规范不变的手征超场,

$$T_{ij} = Q_i \cdot \bar{Q}_j. \quad (\text{A.19})$$

我们可以把它看成介子超场, 由于它在整体对称性 $SU(N_f) \times SU(N_f)$ 下按照 (N_f, \bar{N}_f) 的形式变换, 有用的将是这个矩阵的determinant。另外一个就是非微扰标度 Λ , 在存在反常的 $U(1)$ 对称性下它会变化。这两者的具体行为如下

| | B | A | R | R_{AF} | |
|-----------------|-----|--------|----------------|----------------|--------|
| $\det T$ | 0 | $2N_f$ | 0 | $2(N_f - N_c)$ | (A.20) |
| Λ^{b_0} | 0 | $2N_f$ | $2(N_c - N_f)$ | 0 | |

很自然的要把低能动力学用规范不变的场算符表示出来, 因此有效超势可以写成 T_{ij} 和 τ 的holomorphic函数。考虑到 R 对称性后, 只有下面的一种可能性

$$W_{eff} = c \cdot \left(\frac{\Lambda^{b_0}}{\det T} \right)^{1/(N_c - N_f)}. \quad (\text{A.21})$$

在上面的理论中, D 平坦性条件为 $D^a = Q^\dagger t^a Q - \bar{Q} t^a \bar{Q}^\dagger = 0$, 只要 $\langle Q_i \rangle = \langle \bar{Q}_i^\dagger \rangle$, 方程就可以相等。通过转动, 可以把真空期望值写成下面的形式

$$\langle Q_{ik} \rangle = \begin{pmatrix} a_1 & & 0 & & 0 & \cdots \\ & a_2 & & & 0 & \\ & & \cdots & & & \\ & & & a_{N_f-1} & & 0 \\ 0 & & & & a_{N_f} & 0 & \cdots \end{pmatrix} \quad \langle \bar{Q}_{ik}^\dagger \rangle = 0. \quad (\text{A.22})$$

考虑一个简单情况, $a_1 = \dots = a_{N_f} = v$, 这时规范对称性自发破缺

$$SU(N_c) \rightarrow SU(N_c - N_f). \quad (\text{A.23})$$

在动量标度大于 v 的时候, 理论看起来像有 N_f 味夸克的SUSY QCD; 在动量标度小于 v 的时候, 它看起来像对应规范群 $SU(N_c - N_f)$ 的一个纯超对称规范理论。在第一个区域

$$\frac{4\pi}{g^2}(Q) = \frac{3N_c - N_f}{2\pi} \log \frac{Q}{\Lambda}. \quad (\text{A.24})$$

在第二个区域

$$\frac{4\pi}{g^2}(Q) = \frac{3(N_c - N_f)}{2\pi} \log \frac{Q}{\Lambda_{eff}} \quad (\text{A.25})$$

要求在标度 v 上, 两个耦合常数相等, 得到

$$\left(\frac{\Lambda_{eff}}{v}\right)^{3(N_c - N_f)} = \left(\frac{\Lambda}{v}\right)^{3N_c - N_f} \quad (\text{A.26})$$

或等价的另一种形式为(更方便应用)

$$\Lambda_{eff}^3 = \left(\frac{\Lambda^{3N_c - N_f}}{v^{2N_f}}\right)^{\frac{1}{N_c - N_f}}. \quad (\text{A.27})$$

在前面我们得到纯规范理论中gaugino对凝聚 $\langle\lambda\lambda\rangle \sim (\Lambda_{eff})^3$, 它来自超势

$$W_{eff} = c \cdot \Lambda_{eff}^3 \quad (\text{A.28})$$

把等式(A.27)代入到上式中, 就可以得到Affleck-Dine-Seiberg有效超势。这可以说这二者之间的相互验证。

另一方面, 可以通过holomorphic decoupling来验证有效超势。从对应 N_f flavor的有效超势出发, 在它的基础上对 N_f th flavor加上一个质量项

$$\Delta W = m Q_{N_f} \cdot \bar{Q}_{N_f} = m T_{N_f N_f} \quad (\text{A.29})$$

有效超势就变成

$$W = c \left(\frac{\Lambda^{b_0}}{\det T}\right)^{\frac{1}{N_c - N_f}} + m T_{N_f N_f}. \quad (\text{A.30})$$

假设 m 很重, 在低能考虑 N_f th flavor退耦之后的有效超势。通过解F-flatness条件可以得到 T 的形式

$$T = \begin{pmatrix} \tilde{T} & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}. \quad (\text{A.31})$$

其中 t 可以具体的解出来

$$t = \left(\frac{N_c - N_f}{c} m \left(\frac{\Lambda^{b_0}}{\det \tilde{T}} \right)^{1/(N_c - N_f)} \right)^{(N_c - N_f)/(N_c - N_f + 1)}. \quad (\text{A.32})$$

带回到最初的超势可以得到

$$W = c' \left(\frac{(m\Lambda^{b_0})}{\det \tilde{T}} \right)^{1/(N_c - N_f + 1)}; \quad (\text{A.33})$$

如果 $c = (N_c - N_f)$, $c' = (N_c - N_f + 1)$ 。可以看出这恰恰就是Affleck-Dine-Seiberg有效超势在 $(N_f - 1)$ flavors的形式。两种情况下, 标度 Λ 的关系通过重整化群方程也可以轻松得到。

A.4 $N_f = N_c$

$N_f = N_c$ 的时候上面的结论不能再用, 由于奇点的存在, 因此在这里必须重新探索低能的行为。这时, 人们发现可以构造出具有重子数且规范不变的算符

$$\begin{aligned} B &= \epsilon_{a_1 \dots a_{N_c}} Q_1^{a_1} \dots Q_{N_c}^{a_{N_c}} \\ \bar{B} &= \epsilon_{a_1 \dots a_{N_c}} \bar{Q}_1^a \dots \bar{Q}_{N_c}^{a_{N_c}} \end{aligned} \quad (\text{A.34})$$

在经典水平上, 存在着如下的限制关系

$$\det T = B\bar{B}. \quad (\text{A.35})$$

在文献中[67] Seiberg说明上式被非微扰效应所修改成下面的样子

$$\det T - B\bar{B} = \Lambda^{2N_c}. \quad (\text{A.36})$$

从对称性的角度上看没有理由阻止这样做。

接下来用holomorphic decoupling方法来验证上面的修改与前面得到的结果是否自恰。给最后一代超场加上质量项

$$W = m T_{N_f N_f}. \quad (\text{A.37})$$

标记 $t = T_{N_f N_f}$, 由 $B, \bar{B}, T_{N_f, j}$ 的 F-flatness 条件, 可以得到 T 的一般形式为

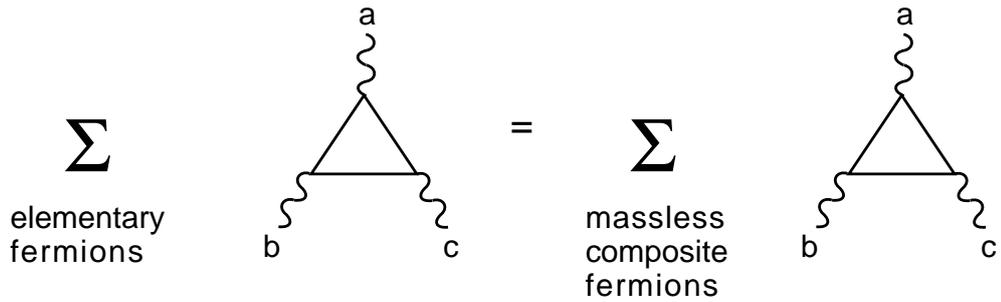
$$T = \begin{pmatrix} \tilde{T} & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}, \quad (\text{A.38})$$

现在限制条件 (A.36) 给出这样的关系 $\det \tilde{T} \cdot t = \Lambda^{2N_c}$, 带回超势之后就得到

$$W = \frac{m \Lambda^{2N_c}}{\det \tilde{T}}. \quad (\text{A.39})$$

把 Λ 进行一下转化就得到对应 $N_c - 1$ flavor 夸克的 Affleck-Dine-Seiberg 有效超势。在可能的限制条件中, 只有上面的版本在 holomorphic decoupling 之后得到 $N_c - 1$ 的结果。

此外尽管费米子能否凝聚成无质量的波色子 (严格对称性的条件下) 在量子场论是一个很基本的问题, 现在似乎也没有完美的解决, 't Hooft 用他的物理直觉提供了验证两种描述 (基本粒子和复合粒子) 的一种方法, anomaly matching。直观上这可以通过引入额外的无质量费米子和对应群的矢量波色子来抵消反常, 因此在不同的标度上的物理对反常要有同样的贡献。



1-97

图 A.1: The 't Hooft anomaly matching condition.

8264A11

接下来就利用这个条件来再进行一次验证。模型原本的对称性为

$$G = SU(N_f) \times SU(N_f) \times U_B(1) \times U_R(1), \quad (\text{A.40})$$

满足限制的一个点为 $T = \Lambda^2 \cdot 1, B = \bar{B} = 0$, 这时群 G 破缺成下面的样子

$$SU(N_f) \times U_B(1) \times U_R(1). \quad (\text{A.41})$$

在这个子群下面, 基本费米子的量子数为:

$$\psi_Q : (N_f)_{1,-1} \quad \psi_{\bar{Q}} : (\bar{N}_f)_{-1,-1} \quad \lambda : (1)_{0,+1}. \quad (\text{A.42})$$

对复合费米子,

$$\psi_T : (N_f^2 - 1)_{0,-1} \quad \psi_B : (1)_{N_f,-1} \quad \psi_{\bar{B}} : (1)_{-N_f,-1} . \quad (\text{A.43})$$

因此现在可以进行反常系数的计算

$$\begin{array}{ccc} & \textit{elementary} & \textit{composite} \\ (SU(N_f))^2 U_R(1) : & -N_f & -N_f \\ (U_B(1))^2 U_R(1) : & -2N_f & -2N_f \\ (U_R(1))^3 : & -(N_f^2 + 1) & -(N_f^2 + 1) \end{array} \quad (\text{A.44})$$

不难发现, 它们完全相等。相似的验证也可以取在不同的点上, 这时候群破缺的方式可以有很大的不同, 经计算人们发现在其他的位置反常系数也是相等的。此外't Hooft的argument也适用于引力反常[68], 这时需要计算 $U(1)_R$ 荷的trace, 这不会带来不同的结果。

A.5 $N_f = N_c + 1$

这种情况下, 规范不变的手征超场有介子场 T , 和重子超场

$$\begin{aligned} B_i &= \epsilon_{ij_1 \dots j_{N_c}} \epsilon_{a_1 \dots a_{N_c}} Q_{j_i}^{a_1} \dots Q_{j_{N_c}}^{a_{N_c}} , \\ \bar{B}_i &= \epsilon_{ij_1 \dots j_{N_c}} \epsilon_{a_1 \dots a_{N_c}} \bar{Q}_{j_i}^{a_1} \dots \bar{Q}_{j_{N_c}}^{a_{N_c}} . \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

其中 j_i 是flavor指标, a_i 是color指标。重子场 B_i 和 \bar{B}_i 在群 $SU(N_f) \times SU(N_c)$ 分别按照 $(\bar{N}_f, 1)$ 和 $(1, N_c)$ 的表示变化。

Seiberg提出这个系统由下面的超势描述[67]

$$W = \frac{1}{\Lambda^{b_0}} (\det T - B_i T^{ij} \bar{B}_j) . \quad (\text{A.46})$$

和之前一样给最后一代夸克加上质量后得到超势

$$W = \frac{1}{\Lambda^{b_0}} (\det T - B_i T^{ij} \bar{B}_j) + m T_{N_f N_f} . \quad (\text{A.47})$$

通过 $T_{N_f i}$, $T_{i N_f}$, B_i 和 \bar{B}_i 的 F -flatness条件, T , B , \bar{B} 有如下的形式

$$T = \begin{pmatrix} \tilde{T} & 0 \\ 0 & t \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ B_{N_f} \end{pmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{B}_{N_f} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.48})$$

解 $F_t = 0$ 得到

$$\frac{1}{\Lambda^{b_0}} \left(\det \tilde{T} - \tilde{B} \tilde{B} \right) + m = 0 \quad (\text{A.49})$$

这个方程可以写成

$$\det \tilde{T} - \tilde{B} \tilde{B} = m \Lambda^{b_0} = (\Lambda^{b_0})_{eff, N_F-1} \quad (\text{A.50})$$

这就是上一节中对应 $N_f = N_c$ 的限制方程。

另一方面在真空态的 moduli space 中选取一点 $T = B = \bar{B} = 0$ ，对应的整体对称性为

$$SU(N_f) \times SU(N_f) \times U_B(1) \times U_R(1) \quad (\text{A.51})$$

接下来来验证 't Hooft 反常匹配条件。理论中的基本费米粒子为：

$$\psi_Q : (N_f, 1)_{1, -1+1/N_f} \quad \psi_{\bar{Q}} : (1, \bar{N}_f)_{-1, -1+1/N_f} \quad \lambda : (1, 1)_{0, +1} . \quad (\text{A.52})$$

低能复合费米子：

$$\psi_T : (N_f, \bar{N}_f)_{0, -1+2/N_f} \quad \psi_B : (\bar{N}_f, 1)_{N_c, -1/N_f} \quad \psi_{\bar{B}} : (1, N_f)_{N_c, -1/N_f} \quad (\text{A.53})$$

两者相应的反常系数为

| | <i>elementary</i> | <i>composite</i> |
|--------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| $(SU(N_f))^3 :$ | AN_c | AN_c |
| $(SU_L(N_f))^2 U_B(1) :$ | $\frac{1}{2}N_c$ | $\frac{1}{2}N_c$ |
| $(SU_L(N_f))^2 U_R(1) :$ | $-\frac{1}{2}N_c^2/N_f$ | $-\frac{1}{2}N_c^2/N_f$ |
| $(U_B(1))^2 U_R(1) :$ | $-2N_c^2$ | $-2N_c^2$ |
| $tr [U_R(1)] , :$ | $-N_f^2 + 2N_f - 2$ | $-N_f^2 + 2N_f - 2$ |
| $(U_r(1))^3 :$ | $N_f(N_f - 2) - 2N_c^4/N_f^2$ | $N_f(N_f - 2) - 2N_c^4/N_f^2$ |

(A.54)

这就对低能复合粒子描述的物理图像做了一个可供信赖的检验。

A.6 $N_f > N_c + 1$

随代指标数目的增加, 最终就来到ISS模型中所应用的强弱对偶区域($N_c + 1 < N_f < \frac{3}{2}N_c$), 共形不动点区域($\frac{3}{2}N_c < N_f < 3N_c$), 红外自由区域($N_f > 3N_c$)。这段区域的物理由于应用比较多, 在文献中也能经常看到, 因此在这里就不再重复。和前面一样, 虽然并不能严格证明对偶理论的存在, 可以间接的验证它们的正确性。最近结合QCD的低能解释, 一些物理学工作者也在尝试去解释对偶的物理意义, 或把它推广的更一般的理论中[69, 70, 71, 72]。

最后我们借用图A.2来给出一个超对称QCD行为随代指标 N_f 变化的总结。

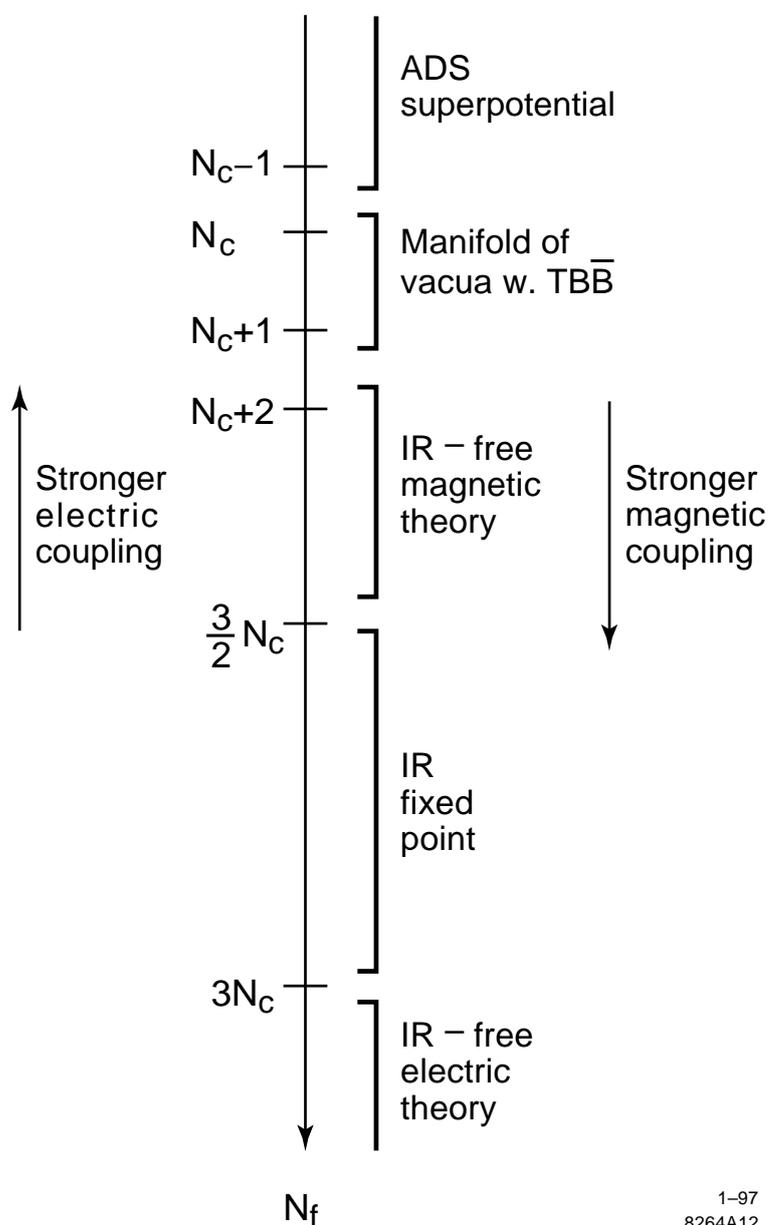


图 A.2: 关于SQCD, Seiberg's plan .

参考文献

- [1] 戴元本, 相互作用规范理论, 科学出版社; 胡瑶光, 规范场论; 杨茂志, 粒子物理学基础; M. E. Peskin, D. V. Schroeder, An introduction to quantum field theory.
- [2] Wess and Bagger, Supersymmetry and Supergravity (Princeton University Press, Princeton NJ, 1992);
- [3] Haber, Kane: Phys.Rep.117 (1985);
- [4] Weinberg: The quantum theory of fields, vol III, Supersymmetry;
- [5] Bailin, Love: Supersymmetric Gauge Field Theory and String Theory;
- [6] S. P. Martin, "A Supersymmetry primer," In *Kane, G.L. (ed.): Perspectives on supersymmetry II* 1-153 [hep-ph/9709356].
- [7] U. Ellwanger, C. Hugonie and A. M. Teixeira, "The Next-to-Minimal Supersymmetric Standard Model," Phys. Rept. **496**, 1 (2010) [arXiv:0910.1785 [hep-ph]].
- [8] S. Y. Choi, D. Choudhury, A. Freitas, J. Kalinowski and P. M. Zerwas, "The Extended Higgs System in R -symmetric Supersymmetry Theories," Phys. Lett. B **697**, 215 (2011) [arXiv:1012.2688 [hep-ph]]; K. Benakli, M. D. Goodsell and A. -K. Maier, "Generating μ and $B\mu$ in models with Dirac Gauginos," Nucl. Phys. B **851**, 445 (2011) [arXiv:1104.2695 [hep-ph]].
- [9] M. Dine, N. Seiberg and S. Thomas, "Higgs physics as a window beyond the MSSM (BMSSM)," Phys. Rev. D **76**, 095004 (2007) [arXiv:0707.0005 [hep-ph]].
- [10] G. F. Giudice and R. Rattazzi, "Theories with gauge mediated supersymmetry breaking," Phys. Rept. **322**, 419 (1999) [hep-ph/9801271].

- [11] M. A. Luty, “2004 TASI lectures on supersymmetry breaking,” hep-th/0509029. John Terning, *Modern Supersymmetry Dynamics and Duality*. Oxford Science Publications.
- [12] D. Marques, “Generalized messenger sector for gauge mediation of supersymmetry breaking and the soft spectrum,” *JHEP* **0903**, 038 (2009) [arXiv:0901.1326 [hep-ph]].
- [13] C. Cheung, A. L. Fitzpatrick and D. Shih, “(Extra)ordinary gauge mediation,” *JHEP* **0807**, 054 (2008) [arXiv:0710.3585 [hep-ph]].
- [14] Z. Komargodski and D. Shih, “Notes on SUSY and R-Symmetry Breaking in Wess-Zumino Models,” *JHEP* **0904**, 093 (2009) [arXiv:0902.0030 [hep-th]].
- [15] A. Giveon, A. Katz and Z. Komargodski, “Uplifted Metastable Vacua and Gauge Mediation in SQCD,” *JHEP* **0907**, 099 (2009) [arXiv:0905.3387 [hep-th]].
- [16] P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, “General Gauge Mediation,” *Prog. Theor. Phys. Suppl.* **177**, 143 (2009) [arXiv:0801.3278 [hep-ph]].
- [17] K. A. Intriligator and M. Sudano, “Comments on General Gauge Mediation,” *JHEP* **0811**, 008 (2008) [arXiv:0807.3942 [hep-ph]]. K. Benakli and M. D. Goodsell, “Dirac Gauginos in General Gauge Mediation,” *Nucl. Phys. B* **816**, 185 (2009) [arXiv:0811.4409 [hep-ph]]. M. Buican, P. Meade, N. Seiberg and D. Shih, “Exploring General Gauge Mediation,” *JHEP* **0903**, 016 (2009) [arXiv:0812.3668 [hep-ph]].
- [18] *The Early Universe*, W. Kolb and S. Turner, Addison-Wesley Publication Company; G. Bertone, D. Hooper and J. Silk, “Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints,” *Phys. Rept.* **405**, 279 (2005) [arXiv:hep-ph/0404175].
- [19] G. Gelmini and P. Gondolo, “DM Production Mechanisms,” In *Bertone, G. (ed.): Particle dark matter* 121-141 [arXiv:1009.3690 [astro-ph.CO]].

-
- [20] R. Argurio, M. Bertolini, G. Ferretti and A. Mariotti, “Patterns of Soft Masses from General Semi-Direct Gauge Mediation,” *JHEP* **1003**, 008 (2010) [arXiv:0912.0743 [hep-ph]].
- [21] R. Argurio, M. Bertolini, G. Ferretti and A. Mariotti, “Unscreening the Gaugino Mass with Chiral Messengers,” arXiv:1006.5465 [hep-ph].
- [22] G. F. Giudice and R. Rattazzi, “Extracting Supersymmetry-Breaking Effects from Wave-Function Renormalization,” *Nucl. Phys. B* **511**, 25 (1998) [arXiv:hep-ph/9706540].
- [23] N. Arkani-Hamed, G. F. Giudice, M. A. Luty and R. Rattazzi, “Supersymmetry-breaking loops from analytic continuation into superspace,” *Phys. Rev. D* **58**, 115005 (1998) [arXiv:hep-ph/9803290].
- [24] Z. Sun, “Tree level Spontaneous R-symmetry breaking in O’Raifeartaigh models,” *JHEP* **0901**, 002 (2009) [arXiv:0810.0477 [hep-th]].
- [25] D. Shih, “Spontaneous R-symmetry breaking in O’Raifeartaigh models,” *JHEP* **0802**, 091 (2008) [arXiv:hep-th/0703196].
- [26] A. Giveon, A. Katz, Z. Komargodski and D. Shih, “Dynamical SUSY and R-symmetry breaking in SQCD with massive and massless flavors,” *JHEP* **0810**, 092 (2008) [arXiv:0808.2901 [hep-th]].
- [27] A. Amariti and A. Mariotti, “Two Loop R-Symmetry Breaking,” *JHEP* **0907**, 071 (2009) [arXiv:0812.3633 [hep-th]].
- [28] E. Gorbatov and M. Sudano, “Sparticle Masses in Higgsed Gauge Mediation,” *JHEP* **0810**, 066 (2008) [arXiv:0802.0555 [hep-ph]]. M. Buican and Z. Komargodski, “Soft Terms from Broken Symmetries,” *JHEP* **1002**, 005 (2010) [arXiv:0909.4824 [hep-ph]].
- [29] D. Green, A. Katz and Z. Komargodski, “Direct Gaugino Mediation,” *Phys. Rev. Lett.* **106**, 061801 (2011) [arXiv:1008.2215 [hep-th]].

- [30] A. Delgado, G. F. Giudice and P. Slavich, “Dynamical μ Term in Gauge Mediation,” *Phys. Lett. B* **653**, 424 (2007) [arXiv:0706.3873 [hep-ph]].
- [31] E. Poppitz and S. P. Trivedi, “Some remarks on gauge-mediated supersymmetry breaking,” *Phys. Lett. B* **401**, 38 (1997) [arXiv:hep-ph/9703246].
- [32] A. Amariti, L. Girardello, A. Mariotti and M. Siani, “Metastable Vacua in Superconformal SQCD-like Theories,” arXiv:1003.0523 [hep-th].
- [33] K. A. Intriligator, N. Seiberg and D. Shih, “Dynamical SUSY breaking in meta-stable vacua,” *JHEP* **0604**, 021 (2006) [arXiv:hep-th/0602239].
- [34] G. R. Dvali, G. F. Giudice and A. Pomarol, “The μ problem in theories with gauge mediated supersymmetry breaking,” *Nucl. Phys. B* **478** (1996) 31. [arXiv:hep-ph/9603238].
- [35] A. de Gouvea, A. Friedland and H. Murayama, “Next-to-minimal supersymmetric standard model with the gauge mediation of supersymmetry breaking,” *Phys. Rev. D* **57**, 5676 (1998). [arXiv:hep-ph/9711264].
- [36] U. Ellwanger, C. -C. Jean-Louis and A. M. Teixeira, “Phenomenology of the General NMSSM with Gauge Mediated Supersymmetry Breaking,” *JHEP* **0805**, 044 (2008) [arXiv:0803.2962 [hep-ph]].
- [37] C. Csaki, A. Falkowski, Y. Nomura and T. Volansky, “New Approach to the μ -B μ Problem of Gauge-Mediated Supersymmetry *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 111801. [arXiv:0809.4492 [hep-ph]].
- [38] A. De Simone, R. Franceschini, G. F. Giudice, D. Pappadopulo and R. Rattazzi, “Lopsided Gauge Mediation,” *JHEP* **1105** (2011) 112. [arXiv:1103.6033 [hep-ph]].
- [39] L. J. Hall, Y. Nomura and A. Pierce, “R symmetry and the μ problem,” *Phys. Lett. B* **538** (2002) 359. [arXiv:hep-ph/0204062].

- [40] T. S. Roy and M. Schmaltz, “Hidden solution to the $\mu/B\mu$ problem in gauge mediation,” *Phys. Rev. D* **77** (2008) 095008. [arXiv:0708.3593 [hep-ph]].
- [41] Z. Komargodski and N. Seiberg, “ μ and General Gauge Mediation,” *JHEP* **0903** (2009) 072. [arXiv:0812.3900 [hep-ph]].
- [42] J. Evans, M. Sudano and T. T. Yanagida, “Higgs Messengers,” arXiv:1012.2952 [hep-ph].
- [43] S. Zheng, “Effective Field Theory Analysis on μ Problem in Low-Scale Gauge Mediation,” arXiv:1106.5553 [hep-ph]. S. Zheng and Y. Yu, arXiv:1108.2544 [hep-ph] “A Simple Model of Direct Gauge Mediation,” *Phys. Lett. B* **709**, 366 (2012) .
- [44] R. Rattazzi and U. Sarid, “Large tan Beta in gauge mediated SUSY breaking models,” *Nucl. Phys. B* **501** (1997) 297. [arXiv:hep-ph/9612464].
- [45] E. Gabrielli and U. Sarid, “Low-energy signals for a minimal gauge mediated model,” *Phys. Rev. Lett.* **79** (1997) 4752. [arXiv:hep-ph/9707546].
- [46] J. L. Evans, M. Sudano and T. T. Yanagida, “A CP-safe solution of the $\mu/B\mu$ problem of gauge mediation,” *Phys. Lett. B* **696** (2011) 348. [arXiv:1008.3165 [hep-ph]].
- [47] G. Aad *et al.* [ATLAS Collaboration], “Combined search for the Standard Model Higgs boson using up to 4.9 fb⁻¹ of pp collision data at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector at the LHC,” arXiv:1202.1408 [hep-ex].
- [48] S. Chatrchyan *et al.* [CMS Collaboration], “Combined results of searches for the standard model Higgs boson in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV,” arXiv:1202.1488 [hep-ex].
- [49] For MSSM studies in the context of 125 GeV Higgs boson see, L. J. Hall, D. Pinner and J. T. Ruderman, [arXiv:1112.2703](#). H. Baer, V. Barger

and A. Mustafayev, [arXiv:1112.3017](#). S. Heinemeyer, O. Stal and G. Weiglein, [arXiv:1112.3026](#). A. Arbey, M. Battaglia, A. Djouadi, F. Mahmoudi and J. Quevillon, Phys. Lett. B 708 (2012) 162 [[arXiv:1112.3028](#)]. A. Arbey, M. Battaglia and F. Mahmoudi, Eur. Phys. J. C 72 (2012) 1906 [[arXiv:1112.3032](#)]. M. Carena, S. Gori, N. R. Shah and C. E. M. Wagner, [arXiv:1112.3336](#). P. Draper, P. Meade, M. Reece and D. Shih, [arXiv:1112.3068](#). M. Kadastik, K. Kannike, A. Racioppi and M. Raidal, [arXiv:1112.3647](#). O. Buchmueller, R. Cavanaugh, A. De Roeck, M. J. Dolan, J. R. Ellis, H. Flacher, S. Heinemeyer and G. Isidori *et al.*, [arXiv:1112.3564](#). J. Cao, Z. Heng, D. Li and J. M. Yang, [arXiv:1112.4391](#). A. Arvanitaki and G. Villadoro, JHEP 1202 (2012) 144 [[arXiv:1112.4835](#)]. Z. Kang, J. Li and T. Li, [arXiv:1201.5305](#). K. A. Olive, [arXiv:1202.2324](#). J. Ellis and K. A. Olive, [arXiv:1202.3262](#). H. Baer, V. Barger and A. Mustafayev, [arXiv:1202.4038](#). N. Desai, B. Mukhopadhyaya and S. Niyogi, [arXiv:1202.5190](#). J. Cao, Z. Heng, J. M. Yang, Y. Zhang and J. Zhu, [arXiv:1202.5821](#). J. Cao, Z. Heng, J. M. Yang and J. Zhu, [arXiv:1203.0694](#). F. Jegerlehner, [arXiv:1203.0806](#). Z. Kang, T. Li, T. Liu, C. Tong and J. M. Yang, [arXiv:1203.2336](#). D. Curtin, P. Jaiswal and P. Meade, [arXiv:1203.2932](#). N. Christensen, T. Han and S. Su, [arXiv:1203.3207](#).

- [50] For NMSSM studies in the context of 125 GeV Higgs boson see, L. J. Hall, D. Pinner and J. T. Ruderman, [arXiv:1112.2703](#) [hep-ph]. U. Ellwanger, [arXiv:1112.3548](#). M. Gozdz, [arXiv:1201.0875](#). J. F. Gunion, Y. Jiang and S. Kraml, [arXiv:1201.0982](#). S. F. King, M. Muhlleitner and R. Nevzorov, [arXiv:1201.2671](#). Z. Kang, J. Li and T. Li, [arXiv:1201.5305](#). D. A. Vasquez, G. Belanger, C. Boehm, J. Da Silva, P. Richardson and C. Wymant, [arXiv:1203.3446](#). U. Ellwanger and C. Hugonie, [arXiv:1203.5048](#) [hep-ph].
- [51] J. R. Ellis, G. Ridolfi and F. Zwirner, “On radiative corrections to supersymmetric Higgs boson masses and their implications for LEP searches,” Phys. Lett. B **262**, 477 (1991).

- [52] M. Dine, Y. Nir and Y. Shirman, “Variations on minimal gauge mediated supersymmetry breaking,” *Phys. Rev. D* **55**, 1501 (1997).
- [53] G. R. Dvali, G. F. Giudice and A. Pomarol, “The Mu problem in theories with gauge mediated supersymmetry breaking,” *Nucl. Phys. B* **478** (1996) 31; Z. Kang, T. Li, T. Liu and J. M. Yang, “The Minimal Solution to the μ/B_μ Problem in Gauge Mediation,” arXiv:1109.4993.
- [54] F. R. Joaquim and A. Rossi, “Gauge and Yukawa mediated supersymmetry breaking in the triplet seesaw scenario,” *Phys. Rev. Lett.* **97**, 181801 (2006); R. N. Mohapatra, N. Okada and H. -B. Yu, “nu-GMSB with Type III Seesaw and Phenomenology,” *Phys. Rev. D* **78**, 075011 (2008); P. F. Perez, H. Iminniyaz, G. Rodrigo, S. Spinner, *Phys. Rev. D* **81**, 095013 (2010).
- [55] Z. Kang, T. Li, T. Liu, C. Tong and J. M. Yang, “Light Dark Matter from the $U(1)_X$ Sector in the NMSSM with Gauge Mediation,” *JCAP* **1101**, 028 (2011) [arXiv:1008.5243 [hep-ph]].
- [56] Z. Chacko and E. Ponton, *Phys. Rev. D* **66**, 095004 (2002); Z. Chacko, E. Katz and E. Perazzi, *Phys. Rev. D* **66**, 095012 (2002).
- [57] J. L. Evans, M. Ibe and T. T. Yanagida, “Relatively Heavy Higgs Boson in More Generic Gauge Mediation,” *Phys. Lett. B* **705**, 342 (2011); J. L. Evans, M. Ibe, S. Shirai and T. T. Yanagida, “A 125GeV Higgs Boson and Muon $g-2$ in More Generic Gauge Mediation,” arXiv:1201.2611.
- [58] Y. Kats and D. Shih, “Light Stop NLSPs at the Tevatron and LHC,” *JHEP* **1108**, 049 (2011); Y. Kats, P. Meade, M. Reece and D. Shih, “The Status of GMSB After 1/fb at the LHC,” arXiv:1110.6444; C. Brust, A. Katz, S. Lawrence and R. Sundrum, “SUSY, the Third Generation and the LHC,” arXiv:1110.6670; X. -J. Bi, Q. -S. Yan and P. -F. Yin, arXiv:1111.2250; N. Desai and B. Mukhopadhyaya, arXiv:1111.2830; A. Datta and S. Niyogi, “Entangled System of Squarks from the Third Generation at the Large Hadron Collider,” arXiv:1111.0200; B. He, T. Li and Q. Shafi, “Impact of LHC Searches on Light Top Squark,” arXiv:1112.4461; N. Bhattacharyya, A.

- Choudhury and A. Datta, “Low mass neutralino dark matter in mSUGRA and more general models in the light of LHC data,” *Phys. Rev. D* **84**, 095006 (2011).
- [59] K. Nakamura et al. [Particle Data Group Collaboration], *J. Phys. G* **37**, 075021 (2010).
- [60] K. Hagiwara, R. Liao, A. D. Martin, D. Nomura and T. Teubner, *J. Phys. G* **38**, 085003 (2011). [arXiv:1105.3149].
- [61] G. -C. Cho, K. Hagiwara, Y. Matsumoto and D. Nomura, *JHEP* **1111**, 068 (2011).
- [62] A. Djouadi, J. -L. Kneur and G. Moultaka, *Comput. Phys. Commun.* **176**, 426 (2007).
- [63] Z. Kang, J. Li and T. Li, arXiv:1201.5305.
- [64] D. Carmi, A. Falkowski, E. Kuflik and T. Volansky, arXiv:1202.3144.
- [65] J. Cao, Z. Heng, T. Liu and J. M. Yang, *Phys. Lett. B* **703**, 462 (2011) [arXiv:1103.0631 [hep-ph]].
- [66] M. Endo, K. Hamaguchi, S. Iwamoto and N. Yokozaki, arXiv:1202.2751.
- [67] N. Seiberg, “Exact results on the space of vacua of four-dimensional SUSY gauge theories,” *Phys. Rev. D* **49**, 6857 (1994) [hep-th/9402044].
- [68] L. Alvarez-Gaume and E. Witten, “Gravitational Anomalies,” *Nucl. Phys. B* **234**, 269 (1984).
- [69] M. Shifman and A. Yung, “Non-Abelian Duality and Confinement: from N=2 to N=1 Supersymmetric QCD,” *Phys. Rev. D* **83**, 105021 (2011) [arXiv:1103.3471 [hep-th]].
- [70] S. Abel, M. Buican and Z. Komargodski, “Mapping Anomalous Currents in Supersymmetric Dualities,” *Phys. Rev. D* **84**, 045005 (2011) [arXiv:1105.2885 [hep-th]].

-
- [71] R. Kitano, “Hidden local symmetry and color confinement,” JHEP **1111**, 124 (2011) [arXiv:1109.6158 [hep-th]].
- [72] S. Abel and J. Barnard, “Seiberg duality versus hidden local symmetry,” arXiv:1202.2863 [hep-th].

发表文章目录

- [1] Z. Kang, T. Li, T. Liu, C. Tong and J. M. Yang, “A Heavy SM-like Higgs and a Light Stop from Yukawa-Deflected Gauge Mediation,” arXiv:1203.2336 [hep-ph].
- [2] Z. Kang, T. Li, T. Liu and J. M. Yang, “The Minimal Solution to the μ/B_μ Problem in Gauge Mediation,” JHEP **1204**, 016 (2012) [arXiv:1109.4993 [hep-ph]].
- [3] J. Cao, Z. Heng, T. Liu and J. M. Yang, “Di-photon Higgs signal at the LHC: A Comparative study for different supersymmetric models,” Phys. Lett. B **703**, 462 (2011) [arXiv:1103.0631 [hep-ph]].
- [4] Z. Kang, J. Li, T. Li, T. Liu and J. M. Yang, “Asymmetric Sneutrino Dark Matter in the NMSSM with Minimal Inverse Seesaw,” arXiv:1102.5644 [hep-ph].
- [5] Z. Kang, T. Li, T. Liu and J. M. Yang, “Semi-direct Gauge-Yukawa Mediation,” JHEP **1103**, 078 (2011) [arXiv:1012.4533 [hep-ph]].
- [6] Z. Kang, T. Li, T. Liu, C. Tong and J. M. Yang, “Light Dark Matter from the $U(1)_X$ Sector in the NMSSM with Gauge Mediation,” JCAP **1101**, 028 (2011) [arXiv:1008.5243 [hep-ph]].

致 谢

此论文是在导师杨金民研究员的悉心指导下完成的。

首先感谢我的导师杨金民研究员，五年的时间里，杨老师在各个方面都给予我很大的帮助。在研究生刚回所的时候，对做科研一无所知，概念上也有很多不清楚的地方，杨老师总是不耐其烦在讨论中纠正我的一些错误观念（比如对重整化的理解）并指导我如何以研究者的角度去思考物理问题；随后在科研进展进入瓶颈区的时候，杨老师鼓励我继续下去，并把在外出开会时碰到的相关的PPT保留下来发给我；最后这一年在找博后的过程中，杨老师从学生角度出发，告诉我很多细节上（简历和面试等）应该注意的地方。回顾这几年杨老师宽容和蔼，平易近人的生活态度，开明务实的学术态度使我受益良多，我很庆幸遇上这样一位老师。

感谢李田军研究员。李老师待人谦和，善于鼓励和培养我们年轻人进行学术活动，在和李老师的讨论和合作中我收获很大。

感谢曹俊杰教授。曹老师对科研精益求精的态度，严谨的科学作风对我影响很大（在合作期间感受尤其深刻），我相信这是一笔无形的财富。

感谢师兄康昭峰和师姐衡朝霞，在合作中他们亦师亦友，不但在学术上有很大的进步，在生活中也承蒙他们照顾。

感谢理论所和其他学校的老师们，他们精彩的学术报告不仅使我开阔了视野，也学到了许多知识。

感谢组里的师兄弟、师姐妹，他们是，王雯宇、徐富强、王磊、韩小芳、张焕君、衡朝霞、于立鑫、卜严严、武雷、朱经亚、韩成成、吴培文、王琳、张扬，在一起的生活中互相帮助。

感谢所里的同学，刘卯鑫、张庆、黄达、高志全、聂章宇、章鸿博、陆嫁书、童纯立等，大家一起度过这几年的时光，让我的生活变得丰富多彩。

感谢一起踢球的伙计们，希望将来能再一次相聚在球场上。

最后感谢我的家人，虽然他们对于我当初的选择一直不理解，然而在背后他们一直支持我前进。