

分类号 \_\_\_\_\_

密级 \_\_\_\_\_

UDC \_\_\_\_\_

编号 \_\_\_\_\_

# 中国科学院研究生院 理学博士学位论文

具有T-宇称的小黑格斯模型中黑格斯粒子的唯象研究

王磊

指导教师 \_\_\_\_\_ 杨金民 研究员

中国科学院理论物理研究所

申请学位级别 理学博士 学科专业名称 理论物理

论文提交日期 2009年5月 论文答辩日期 2009年5月

培养单位 \_\_\_\_\_ 中国科学院理论物理研究所

学位授予单位 \_\_\_\_\_ 中国科学院研究生院

答辩委员会主席 杨炳麟 教授

Typeset by L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2 $\epsilon$  at May 31, 2009

With package C<sub>A</sub>St<sub>H</sub>esis v0.1g of C<sub>T</sub>E<sub>X</sub>.ORG

# Higgs Boson Phenomenology in Littlest Higgs Models with T-parity

**Lei Wang**

Supervisor:

Prof. Jin Min Yang

Institute of Theoretical Physics  
Chinese Academy of Sciences

May, 2009

*Submitted in total fulfilment of the requirements for the degree of Ph.D.  
in Theoretical Physics*



## 摘 要

黑格斯 (Higgs) 粒子的研究是当今粒子物理学最重要的课题之一。LHC对撞机承载着粒子物理学家太多的希望即将正式运行, 它的一个重要历史使命就是寻找黑格斯粒子。因此, 当前研究黑格斯粒子的一些问题显得尤为紧迫。比如说如何在LHC上寻找各种模型所预言的黑格斯粒子并且研究它们的性质, 尤其是要测量黑格斯粒子的相关耦合, 或者说假设在LHC上发现了一个黑格斯粒子, 怎样鉴定它是哪个模型预言的。这都需要人们提出一套详细的方案, 为LHC上的实验提供必要的指导。出于上面的考虑, 我们在本文详细地探讨了具有T-宇称的最小黑格斯模型中黑格斯玻色子的物理现象。

本文首先简要地介绍了标准模型中的黑格斯粒子, 接着详细地论述如何根据小黑格斯理论的思想去构造最小黑格斯模型和具有T-宇称的最小黑格斯模型中与黑格斯场相关的拉氏量, 并根据这些拉氏量给出了相关粒子的质量项及与黑格斯粒子的耦合。我们把具有T-宇称的最小黑格斯模型分为四种类型, 分别定义为I-A、I-B、II-A和II-B。最后我们对标准模型、I-A、I-B、II-A和II-B中黑格斯粒子的衰变和各种重要的产生道以及相应的观测信号进行了对比性的研究:

- 研究了黑格斯粒子的各种重要衰变道, 指出了标准模型和四种最小黑格斯模型彼此之间黑格斯粒子衰变的典型区别。
- 研究了LHC上黑格斯粒子的主要产生道, 包括 $gg \rightarrow h$ 、 $qq \rightarrow qqh$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Wh$ 、 $Zh$ 、 $pp \rightarrow t\bar{t}h$  和  $pp \rightarrow b\bar{b}h$ , 并基于这些道分析了各种观测信号。在四种最小黑格斯模型中, 分别指出了哪些信号对于寻找黑格斯粒子比较敏感。此外, 发现通过探测道 $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$  可以敏感地区分标准模型和四种最小黑格斯模型中的黑格斯粒子。
- 研究了LHC上双黑格斯的主要产生道及各种可行的观测信号, 包括 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$  和  $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ 。指出了T-odd粒子对 $gg \rightarrow hh$  过程的贡献是相当重要的, 此部分贡献被以前的研究者所忽略。此外, 发现在适当的参数空间内, 四种最小黑格斯模型中基于 $gg \rightarrow hh$  过程的各种信号都可以明显地大于标准模型的预言值,

在LHC上探测这些模型的双黑格斯产生事例及较精确测量黑格斯粒子的自相互作用是有希望的。

**关键词：** 最小黑格斯模型, T-宇称, LHC 对撞机, 黑格斯衰变, 黑格斯产生

## Abstract

Higgs physics is one of the most important topics in particle physics nowadays. With high expectations of particle physicists, the Large Hadron Collider (LHC) will start running in the autumn of 2009. Searching for the Higgs boson is the primary goal of the LHC. Therefore, some issues about the Higgs boson should be studied urgently. For example, how to search for the Higgs boson and further distinguish different new physics models which predict Higgs bosons? Confronted with these questions, in this thesis, we perform a phenomenological study on the Higgs boson in the littlest Higgs models with T-parity.

We first give a brief review on the standard model (SM) Higgs boson. Then, following the idea of little Higgs theory, we introduce in detail how to construct the Higgs sector Lagrangian in the littlest Higgs models without and with T-parity. Further, we give the relevant particles masses and couplings with the Higgs boson. We classify the littlest Higgs models with T-parity into four types: I-A, I-B, II-A and II-B. Finally, in the SM, I-A, I-B, II-A and II-B, we comparatively study the Higgs boson decays and productions (including double-Higgs production) with some discussions on various detectable signals at the LHC:

- We study the important decay channels whose decay branching ratios are larger than 0.1%. We show the characteristic differences for the Higgs decays in the SM, I-A, I-B, II-A and II-B.
- We investigate the main Higgs production channels at the LHC including  $gg \rightarrow h$ ,  $qq \rightarrow qqh$ ,  $q\bar{q} \rightarrow Wh$ ,  $Zh$ ,  $pp \rightarrow t\bar{t}h$  and  $pp \rightarrow b\bar{b}h$  with some discussions on their various signals. For the Higgs boson in the I-A, I-B, II-A and II-B, we show which channels are promisingly observable. Besides, our results show that the  $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$  channel is a sensitive probe for the Higgs boson in the SM, I-A, I-B, II-A and II-B.
- We study the main  $hh$  production channel  $gg \rightarrow hh$  at the LHC, including the possible signals:  $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ ,  $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ ,  $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$

and  $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ . We point out that the contributions of T-odd quarks, which were not included in a previous study, are equally important compared with the T-even quark contributions. Besides, we find that, in the proper parameter space of I-A, I-B, II-A and II-B, the above four signals can be much larger than these in the SM, respectively. Therefore, it is promising to detect  $hh$  production events and measure the triple Higgs couplings at the LHC.

**Keywords:** Littlest Higgs Model, T-parity, LHC, Higgs Decays, Higgs Productions

# 目 录

摘要	i
Abstract	iii
目录	v
<b>第一章 标准模型中黑格斯粒子简介</b>	<b>1</b>
1.1 Higgs机制	1
1.2 Yukawa相互作用	3
1.3 Higgs粒子的质量问题	5
1.3.1 Higgs质量的限制	5
1.3.2 精细调节	8
<b>第二章 小黑格斯模型简介</b>	<b>11</b>
2.1 协同对称破缺	11
2.2 最小黑格斯模型	12
2.2.1 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型	13
2.2.2 规范相互作用	14
2.2.3 Yukawa相互作用	19
2.2.4 标量势能及电弱对称破缺	21
<b>第三章 具有T-宇称的最小黑格斯模型：模型-I</b>	<b>25</b>
3.1 规范玻色子作用项	26
3.2 T-odd费米子作用项	28
3.3 Yukawa相互作用	31
3.3.1 top夸克Yukawa相互作用	31
3.3.2 前两代上型夸克Yukawa相互作用	33
3.3.3 下型夸克及轻子Yukawa相互作用	34

<b>第四章</b>	<b>具有T-宇称的最小黑格斯模型：模型-II</b>	<b>37</b>
4.1	T-odd费米子作用项	37
4.2	Yukawa相互作用	38
4.2.1	top夸克Yukawa相互作用	38
4.2.2	前两代上型夸克Yukawa相互作用	42
4.2.3	下型夸克及轻子Yukawa相互作用	43
<b>第五章</b>	<b>黑格斯粒子的衰变</b>	<b>45</b>
5.1	对各种衰变道的简要分析	45
5.1.1	新的衰变道 $h \rightarrow A_H A_H$	45
5.1.2	领头阶为树图的标准模型衰变道	46
5.1.3	$h \rightarrow gg$	47
5.1.4	$h \rightarrow \gamma\gamma$	49
5.1.5	$h \rightarrow Z\gamma$	51
5.2	结果与讨论	51
<b>第六章</b>	<b>黑格斯粒子的产生及观测信号</b>	<b>61</b>
6.1	标准模型中Higgs粒子在LHC上的产生道及可行的观测信号	61
6.2	对各种产生道的简要分析	63
6.3	结果与讨论	65
6.3.1	$gg \rightarrow h$	65
6.3.2	$qq \rightarrow qqh$	68
6.3.3	$pp \rightarrow ht\bar{t}$	71
6.4	小结	74
<b>第七章</b>	<b>双黑格斯产生及观测信号</b>	<b>77</b>
7.1	$gg \rightarrow hh$ 过程的散射截面	77
7.2	各种可能的观测信号	80
<b>第八章</b>	<b>总结</b>	<b>85</b>

参考文献

87

发表文章目录

93

致谢

95



## 第一章 标准模型中黑格斯粒子简介

在过去的几十年里，实验和理论的惊人吻合表明标准模型（SM）在描述电弱物理方面是成功的。关键之处在于标准模型采用了用 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 定域规范理论[1]来统一地描述电弱相互作用。由于该定域规范对称性禁止粒子具有质量，而现实中除了光子之外，其他粒子都是有质量的。因此人们又引入了Higgs机制[2]来实现电弱对称自发破缺

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}, \quad (1.1)$$

使规范玻色子和费米子成功地获得了质量。同时，该理论也预言了一个有质量的标量粒子——Higgs玻色子。然而，人们至今仍然没有在实验上发现Higgs粒子。因此，Higgs机制还只能是标准模型的一个美好假设。而关于Higgs粒子的研究在过去乃至将来的一段时间都将是理论和实验物理学家最关心的一个课题。这一章我们将简要介绍标准模型中有关Higgs粒子的问题，包括它是如何实现电弱对称自发破缺使规范玻色子和费米子获得质量、当前理论和实验上对它的限制以及它所带来的不自然性问题。

### 1.1 Higgs机制

一般地，如果理论的拉氏量具有群 $G$ 对称性，而场的真空具有群 $H$ （ $H \subset G$ ）对称性，就会实现 $G \rightarrow H$ 的对称自发破缺。为了实现电弱对称自发破缺，我们引入一个 $SU(2)_L$ 的二重态标量场

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

其中 $\phi^+$ 和 $\phi^0$ 是复数场。 $\Phi$ 共有4个实自由度，具有超荷

$$\frac{Y}{2} = Q - I_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}. \quad (1.3)$$

标量场拉氏量为[3]

$$\mathcal{L}_{hg} = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger \mathcal{D}_\mu \Phi - V(\Phi). \quad (1.4)$$

为保持 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 定域规范不变,

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - igW_\mu^a \tau_a - ig' B_\mu Y, \quad (1.5)$$

其中 $\tau_a$ 和 $Y$ 分别为规范群 $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 的生成元,  $g$ 和 $g'$ 分别为其对应的耦合常数,  $W_\mu^a$ 和 $B_\mu$ 为相应的规范场。

拉氏量中的势能

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.6)$$

这里 $\lambda$ 、 $\mu$ 都是大于零的实参数, 以保证真空的稳定以及势能项最小值不发生在场强为零处。根据(1.6)式,  $V(\Phi)$ 的最小值发生在

$$\Phi^\dagger \Phi|_{min} = \frac{\mu^2}{2\lambda}. \quad (1.7)$$

因此, 我们可以选取标量场的真空态

$$\Phi|_{min} = \langle 0|\hat{\Phi}|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad v \equiv \sqrt{\mu^2/\lambda}. \quad (1.8)$$

上式的结果相当于只让 $\phi^0$ 有非零的真空期望值。这是因为 $\phi^0$ 的电荷为零, 这样的选取能保证真空对称性破缺后电磁 $U(1)$ 对称性仍能保持。重新定义几个真空期望值均为零的场

$$\Phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ (v+h+i\pi)/\sqrt{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi^+ \\ (h+i\pi)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

式中 $h$ 和 $\pi$ 都是实标量场。将真空对称性自发破缺后的 $\Phi$ 代入(1.4)和(1.6)式, 可得到纯标量场项为

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_h = & \partial_\mu \phi^- \partial^\mu \phi^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi - \mu^2 h^2 \\ & - 2\lambda v (\phi^+ \phi^- + \frac{1}{2} h^2 + \frac{1}{2} \pi^2) h - \lambda (\phi^+ \phi^- + \frac{1}{2} h^2 + \frac{1}{2} \pi^2)^2, \end{aligned} \quad (1.10)$$

上式说明标量场 $h$ 获得了质量 $\sqrt{2}\mu$ , 而 $\phi^\pm$ 和 $\pi$ 为零质量的哥德斯通粒子。可以证明 $\phi^\pm$ 和 $\pi$ 只是规范自由度, 不代表物理粒子。在么正规范下,

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v+h \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

重新代入(1.4)和(1.6)式可得到

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{hg} &= \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h - \mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4}h^4 \\ &\quad + \frac{g^2}{8}(v+h)^2(A_\mu^1 - iA_\mu^2)(A^{1\mu} + iA^{2\mu}) \\ &\quad + \frac{1}{8}(v+h)^2(g'B_\mu - gA_\mu^3)^2.\end{aligned}\quad (1.12)$$

重新定义规范场

$$\begin{aligned}W_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 + iA_\mu^2), & W_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 - iA_\mu^2) \\ Z_\mu &= A_\mu^3 \cos\theta_W - B_\mu \sin\theta_W, & A_\mu &= A_\mu^3 \sin\theta_W + B_\mu \cos\theta_W.\end{aligned}\quad (1.13)$$

这里 $\theta_W$ 为温伯格角,

$$\sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}.\quad (1.14)$$

把(1.13)式代入(1.12)式, 可得到Higgs粒子和规范玻色子的质量以及相互作用项

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{hg} &= \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h - \mu^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4}h^4 \\ &\quad + \frac{g^2}{8}(v+h)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 + g'^2}{8}(v+h)^2 Z_\mu Z^\mu.\end{aligned}\quad (1.15)$$

$h$ 、 $W^\pm$ 和 $Z$ 玻色子的质量为

$$m_h = \sqrt{2}\mu, \quad m_W = \frac{1}{2}gv, \quad m_Z = \frac{gv}{2\cos\theta_W},\quad (1.16)$$

而光子 $A$ 依然没有质量。

实际上, 电弱自发对称破缺 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ 共产生了三个无质量的哥德斯通粒子, 它们分别成为了规范玻色子 $W^\pm$ 和 $Z$ 的纵向分量, 或者说 $W^\pm$ 和 $Z$ “吃掉”了三个哥德斯通粒子而成功地获得了质量。

## 1.2 Yukawa相互作用

标准模型中的费米子包括三代夸克和轻子。因为费米子的相互作用要具有 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 的定域规范不变性, 要求其左手场和右手场具有不同的 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 量子数:

$$q_{iL} = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L' \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L' \end{pmatrix}, \quad (2, 1/3),$$

$$\begin{aligned} u_{iR} &= u_R, c_R, t_R, & (1, 4/3), \\ d'_{iR} &= d'_R, s'_R, b'_R, & (1, -2/3); \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} l_{iL} &= \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}, & (2, -1), \\ l_{iR} &= e_R, \mu_R, \tau_R, & (1, -2). \end{aligned} \quad (1.18)$$

其中小括号里面的数字分别表示 $SU(2)_L$ 和 $U(1)_Y$ 的量子数。我们选取 $d'_i$ 是下型夸克的弱作用本征态，它与其质量本征态 $d_i$ 的关系通过CKM矩阵[4]联系起来

$$\begin{aligned} d'_i &= \sum (V_{CKM})_{ij} d_j, \\ V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.19)$$

其它场全部是质量本征态，这相当于我们只考虑了下型夸克的混合而不考虑上型夸克和轻子的混合<sup>1</sup>。

我们可以构造出满足 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 不变的费米场和标量场的Yukawa耦合项[3]

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -g_i^l \bar{l}_{iR} \Phi^\dagger l_L^i - g_i^d \bar{d}'_{iR} \Phi^\dagger q_L^j - g_i^u \bar{u}_{iR} \tilde{\Phi}^\dagger q_L^i + h.c.. \quad (1.20)$$

其中 $g_i^l$ 、 $g_i^d$ 和 $g_i^u$ 为Yukawa耦合常数， $\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*$ 。真空自发破缺采取么正规范后可得到

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} &= -\left[ \frac{m_{li}}{v} \bar{l}_i l_i + \frac{m_{di}}{v} \bar{d}_i d_i + \frac{m_{ui}}{v} \bar{u}_i u_i \right] h \\ &\quad - m_{li} \bar{l}_i l_i - m_{di} \bar{d}_i d_i - m_{ui} \bar{u}_i u_i. \end{aligned} \quad (1.21)$$

上式中前三项给出费米子与Higgs粒子的耦合，后三项表明在Higgs场获得真空期望值的同时费米子也获得了质量：

$$m_{li} = \frac{g_i^l}{\sqrt{2}} v, \quad m_{di} = \frac{g_i^d}{\sqrt{2}} v, \quad m_{ui} = \frac{g_i^u}{\sqrt{2}} v. \quad (1.22)$$

这里 $g_i^d$ 是 $g_{ij}^d$ 对角化后的对角元。

<sup>1</sup>更一般的情况是上型夸克、下型夸克以及轻子都有混合。但是，在物理效果上两种取法是相同的。对于轻子部分，前提是中微子没有质量。

## 1.3 Higgs粒子的质量问题

### 1.3.1 Higgs质量的限制

在1.1和1.2节，我们介绍了在标准模型中通过Higgs机制，规范玻色子和费米子成功地获得了质量，同时预言了一个有质量的Higgs粒子。遗憾的是，到目前为止人们仍然没有在实验中找到这个神秘的Higgs粒子，它的质量对于我们来说还是未知数。但是，根据现有的实验以及理论，我们可以对Higgs质量做出一些限制。

#### 1. 么正性

$W_L^+(p_+)W_L^-(p_-) \rightarrow W_L^+(q_+)W_L^-(q_-)$  散射的振幅可近似为

$$\mathcal{A} = -\sqrt{2}G_F m_h^2 \left[ \frac{s}{s - m_h^2} + \frac{t}{t - m_h^2} \right]. \quad (1.23)$$

这里“L”代表W玻色子的纵向极化部分， $s = p_+ + p_-$ ， $t = q_+ - q_-$ 。(1.23)式对分波J=0的贡献为

$$a_0 = -\frac{G_F m_h^2}{8\sqrt{2}\pi} \left[ 2 + \frac{m_h^2}{s - m_h^2} - \frac{m_h^2}{s} \ln \left( 1 + \frac{s}{m_h^2} \right) \right]. \quad (1.24)$$

么正性要求

$$|\text{Re}(a_J)| \leq \frac{1}{2} \quad (1.25)$$

当 $s \gg m_h^2$ 时，要求 $m_h^2 \leq 4\sqrt{2}\pi/G_F$ 。更详细的计算表明[5]

$$m_h < \left( \frac{8\sqrt{2}\pi}{3G_F} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 1\text{TeV}. \quad (1.26)$$

#### 2. Higgs场耦合常数 $\lambda$ 的正定性及有限性

在单圈阶，Higgs场的耦合常数 $\lambda$ 所遵循的重整化群方程为[6]

$$Q \frac{d\lambda}{dQ} = \frac{3}{2\pi^2} (\lambda^2 + \frac{1}{2}\lambda y_t^2 - \frac{1}{4}y_t^4 + \dots) \quad (1.27)$$

这里Q是重整化标度。在(1.27)式的右面我们只写出了较重要的贡献，规范玻色子的贡献没有被列出来。当Higgs粒子的质量比较轻时，top夸克的Yukawa耦合

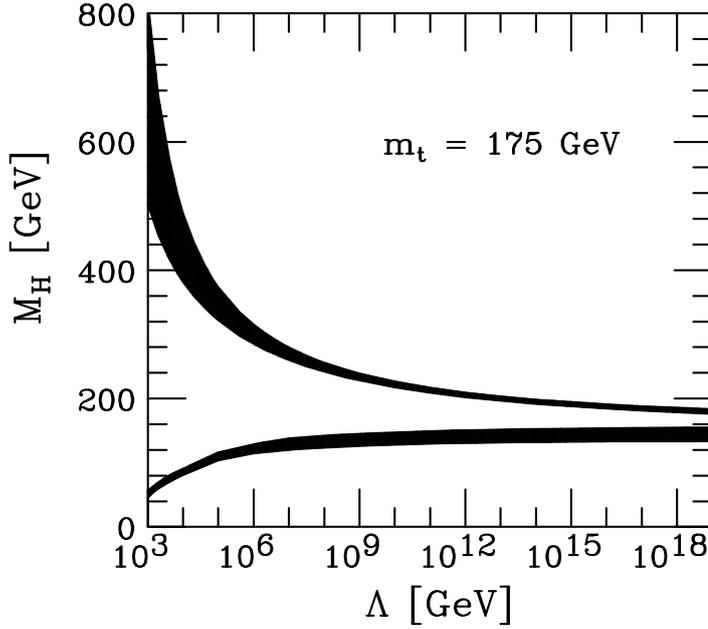


图 1.1: Higgs耦合常数的正定性及有限性对Higgs粒子质量的限制。阴影部分代表上下限的误差。主要参数选取:  $m_t = 175\text{GeV}$ ,  $\alpha_s(m_Z) = 0.118$  [6]。

项变得重要, 使(1.27)式右边变为负值。这样随着Q的增加, 它能使Higgs的耦合常数 $\lambda(Q)$ 减小甚至小于零, 导致Higgs场的真空不再稳定。为了避免这种非物理的情况出现, 会对Higgs粒子的质量给一个下限。

反过来, 当Higgs粒子的质量较重时, (1.27)式右边的第一项主宰了 $\lambda$ 的演化。由(1.27)式可以近似得到

$$\lambda(Q) = \lambda(m_h) \left[ 1 - 12 \frac{\lambda(m_h)}{16\pi^2} \ln\left(\frac{Q^2}{m_h^2}\right) \right]^{-1}. \quad (1.28)$$

根据(1.28)式, 随着Q的增加,  $\lambda(Q)$ 会出现一个奇点(Landau pole)。为了避免在标准模型有效标度 $\Lambda$ 以下出现奇点, 就要求低能下的 $\lambda_{m_h}$ 不能太大, 也就是给Higgs粒子质量一个上限。

因此在 $\Lambda$ 标度, 要求Higgs粒子的耦合是有限的并且大于零, 会对Higgs粒子的质量给出上下限。Higgs粒子的质量上下限已经被算到了两圈[7, 8]。图1.1给出了Higgs质量的限制与标度 $\Lambda$ 的关系。

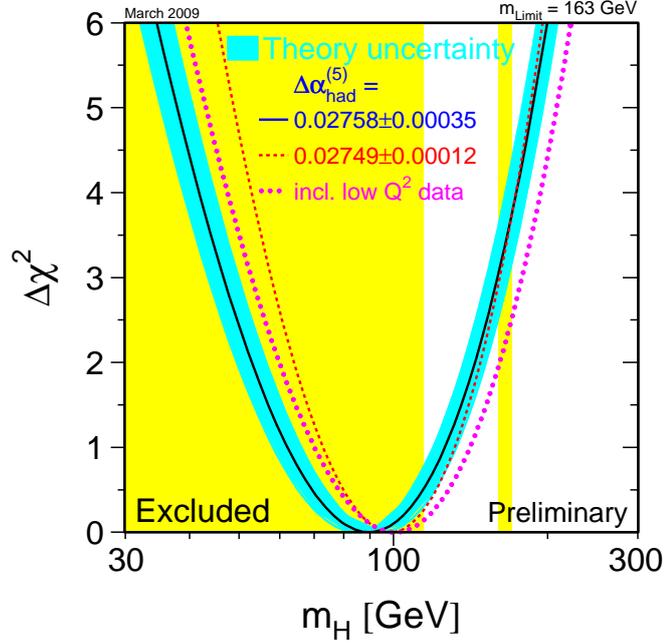


图 1.2: 现有实验对Higgs质量的限制[12]。

### 3. 实验限制

计算Higgs粒子对电弱精确测量数据的辐射修正，能够进一步限制Higgs粒子的质量。例如对 $m_W$ 、 $m_Z$ 、精细结构常数 $\alpha$ 以及费米常数 $G_F$ 这四个基本参量关系的单圈修正[9]

$$1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{4\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F m_Z^2 (1 - \Delta r)} \right)^{\frac{1}{2}} \right]. \quad (1.29)$$

这里

$$\Delta r = \Delta\alpha + \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[ -3 \cot^2 \theta_W m_t^2 + \frac{11}{3} m_W^2 \ln \left( \frac{m_h^2}{m_W^2} \right) \right] + \dots \quad (1.30)$$

上式中的 $\dots$ 代表一些不重要的贡献， $\Delta\alpha$ 来自于电磁耦合常数的跑动。精确测量出 $\alpha$ 、 $G_F$ 、 $m_Z$ 、 $m_W$ 、 $m_t$ （误差相对较大）的值，通过(1.30)式就可以对Higgs粒子的质量给出限制。LEP和SLD实验已经有大量的精确电弱测量数据，如Z的衰变宽度以及不对称性等，可以采取类似的方法，用未知的 $m_h$ 以及其它几个测量

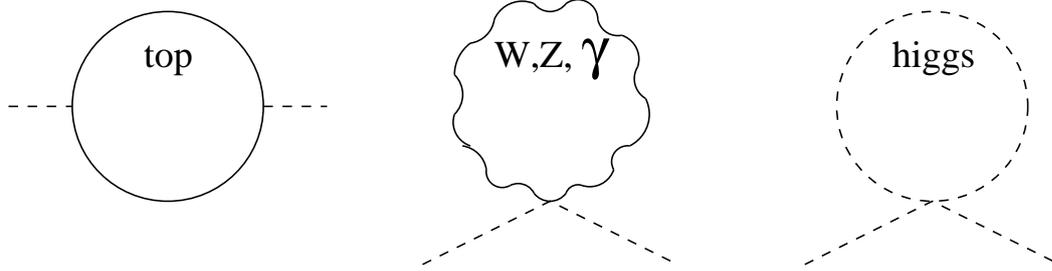


图 1.3: 在标准模型中, 对Higgs质量有单圈二次发散贡献的主要费曼图。

较精确的基本参量作为输入参数, 与大量的精确电弱测量数据进行匹配, 从而有效地限制Higgs粒子的质量, 当前的研究表明要求 $m_h \leq 186\text{GeV}$  [10]。

此外, 人们也在Tevatron和LEP对撞机上直接寻找Higgs粒子。在Tevatron上主要是通过 $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$ 过程寻找Higgs粒子, 最新的研究排除了Higgs质量在 $160\text{GeV} \sim 170\text{GeV}$ 范围内的可能性[11]。在LEP上主要是通过 $e^+e^- \rightarrow Zh$ 过程来寻找Higgs粒子, LEP2积累的实验数据要求Higgs粒子的质量应当不低于 $114.4\text{GeV}$  [10]。图1.2给出了现有实验对Higgs质量的限制。

### 1.3.2 精细调节

在标准模型中, Higgs粒子与自身以及规范玻色子和费米子都存在相互作用, 见(1.15)和(1.21)式。这些粒子会对Higgs粒子的质量产生单圈二次发散的贡献, 如图1.3。假设取紫外截断动量 $\Lambda = 10\text{ TeV}$ , 则top夸克<sup>2</sup>给出的单圈二次发散贡献为[13]

$$-\frac{3}{8\pi^2}\lambda_t^2\Lambda^2 \sim -(2\text{ TeV})^2, \quad (1.31)$$

规范玻色子的贡献为

$$\frac{9}{64\pi^2}g^2\Lambda^2 \sim (700\text{ GeV})^2, \quad (1.32)$$

Higgs粒子自身的贡献为

$$\frac{1}{16\pi^2}\lambda^2\Lambda^2 \sim (500\text{ GeV})^2. \quad (1.33)$$

这样, 考虑单圈阶贡献, Higgs粒子的总质量可近似为

$$m_h^2 = m_{tree}^2 + [-(2\text{ TeV})^2 + (700\text{ GeV})^2 + (500\text{ GeV})^2]\frac{\Lambda^2}{(10\text{TeV})^2}. \quad (1.34)$$

<sup>2</sup>除了top夸克外的其他费米子, 由于Yukawa耦合的压低, 单圈二次发散贡献可以忽略掉。

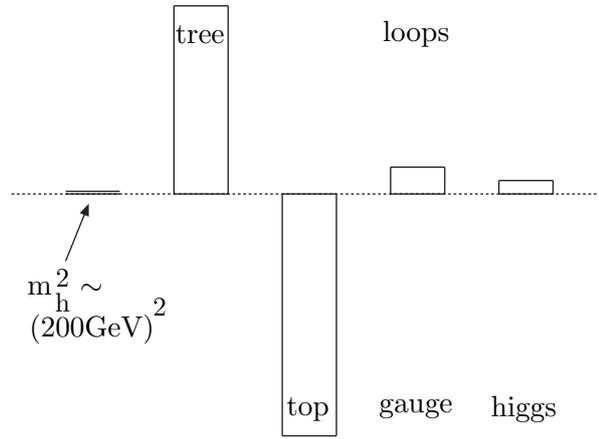


图 1.4: 标准模型中关于Higgs质量的精细调节。

当 $\Lambda$ 很大时，要得到一个质量为几百GeV的Higgs粒子，就需要对其中的参数进行调节，如图1.4所示。如果认为标准模型一直到大统一标度都是适用的理论，即 $\Lambda \sim M_{\text{GUT}}$ ，我们就需要非常精细的调节 $m_{\text{tree}}$ 的大小。这个调整过程可以形象地比喻成为“在地球上调整一杆枪来瞄准月球上的兔子”。对于这样的调节，理论物理学家是不情愿接受的。

由(1.31)、(1.32)和(1.33)式，可知top夸克圈图对Higgs质量单圈二次发散的贡献是最大的，我们就以top夸克为例进一步分析。如果我们想要得到质量为 $\mathcal{O}(10^2 \text{ GeV})$ 的Higgs粒子，而要求调节不超过10%，则top夸克圈图的紫外截断动量

$$\Lambda_{\text{top}} \leq 2 \text{ TeV}. \quad (1.35)$$

这意味着存在一个质量不低于2 TeV的新粒子，它应与Higgs粒子存在耦合，能够产生新的圈图以抵消top夸克对Higgs质量的单圈二次发散贡献。将于09年秋季正式运行的大型强子对撞机(LHC)质心能量将达到14 TeV，因此从自然性的角度考虑，我们应该相信在LHC上将会发现超出标准模型的新物理。



## 第二章 小黑格斯模型简介

解决精细调节问题，是许多新物理模型的出发点。在超对称模型中[14]，费米子与玻色子是伴随存在的，通过引入超对称伴子抵消了Higgs质量的二次发散问题。Technicolor模型[15]则放弃基本的Higgs场，用具有类似强相互作用的TC费米子凝聚来代替Higgs场实现电弱对称破缺。在额外维模型中[16]，电弱能标和普朗克能标分别处于额外维度的两端，Higgs质量通过一个 $e$ 指数因子压低在电弱能标。而小黑格斯模型采用的是另外一种有趣的方法。为了自然地得到一个较轻的Higgs粒子，人们早在二十世纪七十年代就提出了把Higgs粒子看作赝哥德斯通粒子，以保持它的小质量，这就是小Higgs理论最初的思想。Georgi和Kaplan于八十年代以这个思想构造了一个这样的模型[17]，但是从电弱标度到该模型的截断标度仍然需要精细调节。二十世纪初，受“Dimension (De) Construction”[18, 19]的启发，人们引进了“协同对称破缺”机制，一些将Higgs粒子构造成赝哥德斯通粒子的小黑格斯模型才成功地建立起来[20, 21, 22, 23, 24, 25]。

### 2.1 协同对称破缺

根据哥德斯通定理，如果理论的拉氏量具有某个整体对称性 $G$ ，而真空只在 $G$ 的一个子群 $H$ 下保持不变，那么自发对称破缺后会产生 $\zeta(G) - \zeta(H)$ 个质量为零的哥德斯通粒子， $\zeta(G)$ 和 $\zeta(H)$ 分别代表群 $G$ 和 $H$ 的生成元数目。假设有 $\mathcal{L}_0$ 满足上述情况，Higgs粒子是一个严格的哥德斯通粒子，质量为零。为了使Higgs粒子获得质量，我们加上一项明显对称破缺项 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ ，则有

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \varepsilon_1 \mathcal{L}_1, \quad (2.1)$$

这里 $\varepsilon_1$ 是耦合常数。此时Higgs粒子变成赝哥德斯通粒子，但一般会得到单圈二次发散的质量

$$\delta m_h^2 \sim \frac{\varepsilon_1^2}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (2.2)$$

所以必须做的更多。假设 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 会破坏一部分整体对称性，但 $\mathcal{L}$ 仍剩下足够的整体对称性使Higgs粒子依然是严格的哥德斯通粒子。这样，我们需要再引进另

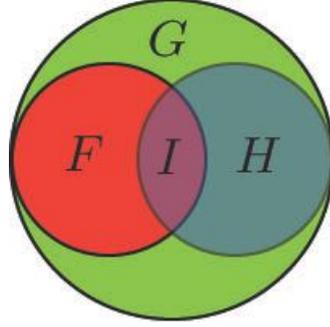


图 2.1: 整体对称性 $G$ 自发破缺到 $H$ 。选 $G$ 的子群 $F$ 为定域规范群,  $F$ 自发破缺到群 $I$ 。  $I = F \cap H$ , 就是标准模型中的电弱规范群。这样没有被吃掉的赝哥德斯通粒子共有 $[\zeta(G) - \zeta(H)] - [\zeta(F) - \zeta(I)]$ , 其中包含轻的Higgs粒子。

外一个明显破缺项 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ ,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \varepsilon_1 \mathcal{L}_1 + \varepsilon_2 \mathcal{L}_2. \quad (2.3)$$

$\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 和 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ 这两项一起才能破坏足够的整体对称性, 使Higgs粒子成为赝哥德斯通粒子, 而二次发散的质量项必须同时含有 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$  [26],

$$\delta m_h^2 \sim \frac{\varepsilon_1^2}{16\pi^2} \frac{\varepsilon_2^2}{16\pi^2} \Lambda^2. \quad (2.4)$$

从(2.4)式可以看出, 具有二次发散贡献的Higgs质量在两圈出现。即当只有 $\varepsilon_1 \mathcal{L}_1$ 或只有 $\varepsilon_2 \mathcal{L}_2$ 时, 理论仍具有足够的整体对称性确保Higgs粒子依然是严格的哥德斯通粒子, 只有当两项同时出现时, 才能破坏掉足够的对称性, 使Higgs粒子变成赝哥德斯通粒子, 避免二次发散的质量项在单圈出现, 这就是所谓的“协同对称破缺”。当然, 我们可以以此类推, 需要更多这样的项一起才能破坏掉足够的整体对称性, 这样Higgs粒子的质量将会压低的更严重。在下一节, 我们将会以最小黑格斯模型为例进一步论述协同对称破缺机制。

## 2.2 最小黑格斯模型

人们可以选择不同的群及破缺方式来实现小Higgs理论的思想, 其大体的思路如图2.1, 一些具体可行的群及破缺方式见表2.1。

根据SM的电弱规范群是如何破缺得到的, 可以把小黑格斯模型分为product group模型[20, 21, 22]和simple group模型[23, 24, 25]。前者一般规范多个 $SU(2) \times$

Global Symmetries	Gauge Symmetries
$SU(5)/SO(5)$	$[SU(2) \otimes U(1)]^2$
$SU(3)^8/SU(3)^4$	$SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$
$SU(6)/SP(6)$	$[SU(2) \otimes U(1)]^2$
$SU(4)^4/SU(3)^4$	$SU(4) \otimes U(1)$
$SO(5)^8/SO(5)^4$	$SO(5) \otimes SU(2) \otimes U(1)$
$[SU(3) \otimes U(1)/SU(2) \otimes U(1)]^2$	$SU(3) \otimes U(1)$

表 2.1: 一些可以实现小Higgs理论思想的群及破缺方式。

$U(1)$ , 由此破缺到电弱规范群, 其中典型的代表是最小黑格斯模型[20], 其相应的群及破缺方式见表2.1第一行; 而后者一般是规范 $SU(N) \times U(1)$ , 由此破缺到电弱规范群, 典型的代表是最简单黑格斯模型[23, 24], 其相应的群及破缺方式见表2.1最后一行。这里我们将重点介绍最小黑格斯模型。

### 2.2.1 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型

最小黑格斯模型建立在 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型基础之上。

$$\mathcal{L} = \frac{f^2}{8} \text{tr}[(\partial_\mu \Sigma)^\dagger (\partial^\mu \Sigma)], \quad (2.5)$$

$\Sigma$ 场在 $SU(5)$ 变换下为

$$\Sigma \rightarrow \Sigma' = V \Sigma V^T. \quad (2.6)$$

(2.5)式具有 $SU(5)$ 的整体对称性。假设 $\Sigma$ 场的真空期望值正比于标度 $f \sim \text{TeV}$ , 选取其形式为

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} & & I_{2 \times 2} \\ & 1 & \\ I_{2 \times 2} & & \end{pmatrix}, \quad (2.7)$$

这里,

$$I_{2 \times 2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

在 $SU(5)$ 变换下,

$$\Sigma_0 \rightarrow \Sigma'_0 = V \Sigma_0 V^T \neq \Sigma_0, \quad (2.9)$$

而在 $SO(5)$ 变换下,

$$\Sigma_0 \rightarrow \Sigma'_0 = \Sigma_0, \quad (2.10)$$

这样整体对称性 $SU(5)$ 自发破缺到它的子群 $SO(5)$ 。未破缺的10个 $SO(5)$ 生成元满足

$$T_a \Sigma_0 + \Sigma_0 T_a^T = 0, \quad (2.11)$$

破缺的14个生成元满足

$$X_a \Sigma_0 - \Sigma_0 X_a^T = 0. \quad (2.12)$$

$SU(5)$ 到 $SO(5)$ 的自发对称破缺会产生14个哥德斯通粒子, 用非线性 $\sigma$ 模型参数化为

$$\Sigma(x) = e^{i\Pi/f} \Sigma_0 e^{i\Pi^T/f} = e^{2i\Pi/f} \Sigma_0, \quad (2.13)$$

其中

$$\Pi(x) = \begin{pmatrix} \chi - \eta/(2\sqrt{5}) & H/\sqrt{2} & \Phi \\ H^\dagger/\sqrt{2} & 4\eta/\sqrt{5} & H^T/\sqrt{2} \\ \Phi^\dagger & H^*/\sqrt{2} & \chi^T - \eta/(2\sqrt{5}) \end{pmatrix}. \quad (2.14)$$

这14个哥德斯通玻色子在 $SM$ 规范群 $SU(2)_L \times U(1)_Y$ 可分为一个实单态 $1_0$  ( $\eta$ ), 一个实三重态 $3_0$  ( $\chi$ ), 一个复二重态 $2_{\pm 1/2}$  ( $H$ ) 和一个复三重态 $3_{\pm 1}$  ( $\Phi$ ):

$$\chi = \begin{pmatrix} -\frac{\omega^0}{2} & -\frac{\omega^+}{\sqrt{2}} \\ -\frac{\omega^-}{\sqrt{2}} & \frac{\omega^0}{2} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} h^+ \\ h^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi = \begin{pmatrix} -i\phi^{++} & -i\frac{\phi^+}{\sqrt{2}} \\ -i\frac{\phi^-}{\sqrt{2}} & \frac{-i\phi^0 + \phi_p^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

下指标代表超荷, 根据量子数, 可以把 $H$ 鉴定为标准模型的Higgs二重态。

### 2.2.2 规范相互作用

我们知道

$$\begin{aligned} SU(5) &\supset SU(3)_i \otimes SU(2)_i \otimes U(1)_i, \quad i = 1, 2, \\ SO(5) &\supset SU(2) \otimes U(1). \end{aligned} \quad (2.16)$$

因此, 我们可以将规范群选为 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ , 而用 $SU(3)_1$ 和 $SU(3)_2$ 作为保护Higgs质量的整体对称性。 $\Sigma$ 场的真空期望值将实现

$$[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2] \rightarrow SU(2)_L \otimes U(1)_Y, \quad (2.17)$$

这里 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ 就是标准模型中的电弱规范群。

由(2.5)式可知, 规范后的标量粒子的运动学项

$$\mathcal{L}_\Sigma = \frac{f^2}{8} \text{tr}[(D_\mu \Sigma)^\dagger (D^\mu \Sigma)]. \quad (2.18)$$

$\Sigma$ 场的协变偏导定义为

$$D_\mu \Sigma = \partial_\mu \Sigma - i \sum_j [g_j W_j^a (Q_j^a \Sigma + \Sigma Q_j^{aT}) + g'_j B_j (Y_j \Sigma + \Sigma Y_j^T)], \quad (2.19)$$

其中 $j = 1, 2$ 。  $g_j$ 、 $g'_j$ 为规范耦合常数,  $W_j$ 和 $B_j$ 分别为 $SU(2)_j$ 和 $U(1)_j$ 对应的规范玻色子,  $Q_j^a$ 和 $Y_j$ 为规范群的生成元。我们选取两个 $SU(2)$ 规范群的生成元为

$$Q_1^a = \begin{pmatrix} \sigma^a/2 & \\ & 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad Q_2^a = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \\ & -\sigma^{a*}/2 \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

两个 $U(1)$ 规范群的生成元为

$$Y_1 = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} I_{2 \times 2} & \\ & -\frac{2}{10} I_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad Y_2 = \begin{pmatrix} \frac{2}{10} I_{3 \times 3} & \\ & -\frac{3}{10} I_{2 \times 2} \end{pmatrix}. \quad (2.21)$$

如果令 $g_1$ 和 $g'_1$ 同时为零, 也就是关掉这两项相互作用, (2.18)式将存在一个 $SU(3)_2$ 的整体对称性, Higgs粒子仍然是严格的哥德斯通粒子; 相反, 如果 $g_2$ 和 $g'_2$ 同时为零, 则存在一个 $SU(3)_1$ 的整体对称性, Higgs粒子仍然是严格的哥德斯通粒子。至少 $g_1$ 和 $g_2$ 或 $g'_1$ 和 $g'_2$ 同时存在, 才能破坏掉足够的整体对称性, 使Higgs粒子获得质量。因此, (2.18)式实现了小Higgs理论协同对称破缺的思想。我们将(2.18)式展开, 核对一下规范玻色子部分对Higgs质量的二次发散贡献是如何抵消的。(2.18)式中含有两个Higgs与两个玻色子的耦合项为

$$\mathcal{L}_{HHVV} = \frac{1}{4} H^\dagger H (g_1 g_2 W_{1\mu}^a W_2^{a\mu} + g'_1 g'_2 B_{1\mu} B_2^\mu). \quad (2.22)$$

我们以 $SU(2)$ 对应的规范玻色子为例, 图2.2给出了对Higgs质量有贡献的单圈费曼图。由于 $W_1$ 和 $W_2$ 混合项的插入, 图2.2只是对数发散。事实上对角耦合如

$$g_1^2 W_{1\mu}^a W_1^{a\mu} H^\dagger H, \quad g_2^2 W_{2\mu}^a W_2^{a\mu} H^\dagger H,$$

会对Higgs质量产生单圈二次发散贡献。但是由于协同对称破缺机制, (2.22)式并不包含这样的耦合[27],  $B_1$ 和 $B_2$ 的情况与此类似。

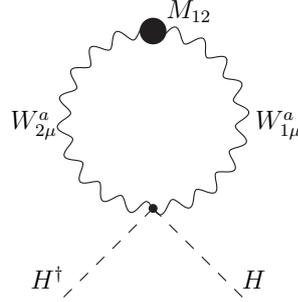


图 2.2: 最小黑格斯模型中 $SU(2)$ 规范玻色子（弱作用本征态）对Higgs质量有贡献的单圈费曼图。

我们也可以进一步理解质量本征态的规范玻色子对Higg质量单圈二次发散贡献的抵消。把自发对称破缺后的 $\Sigma$ 场代入(2.18)式可得到质量项

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_\Sigma(\text{mass}) = & \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} [g_1^2 W_{1\mu}^a W_1^{a\mu} + g_2^2 W_{2\mu}^a W_2^{a\mu} - 2g_1 g_2 W_{1\mu}^a W_2^{a\mu}] \\ & + \frac{1}{2} \frac{f^2}{4} \frac{1}{5} [g_1'^2 B_{1\mu} B_1^\mu + g_2'^2 B_{2\mu} B_2^\mu - 2g_1' g_2' B_{1\mu} B_2^\mu]. \end{aligned} \quad (2.23)$$

定义规范玻色子质量本征态[28]:

$$\begin{aligned} W &= sW_1 + cW_2, & W' &= -cW_1 + sW_2, \\ B &= s'B_1 + c'B_2, & B' &= -c'B_1 + s'B_2, \end{aligned} \quad (2.24)$$

这里两个混合参数为:

$$\begin{aligned} s &= \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, & c &= \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \\ s' &= \frac{g_2'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}}, & c' &= \frac{g_1'}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

将(2.24)和(2.25)式代入(2.23)式,  $W'$ 和 $B'$ 可以得到 $f$ 量级的质量[28],

$$m_{W'} = \frac{f}{2} \sqrt{g_1^2 + g_2^2} = \frac{g}{2sc} f, \quad m_{B'} = \frac{f}{2\sqrt{5}} \sqrt{g_1'^2 + g_2'^2} = \frac{g'}{2\sqrt{5}s'c'} f. \quad (2.26)$$

实际上,  $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 自发破缺到电弱规范群 $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , 产生四个哥德斯通粒子 $\chi$ 和 $\eta$ 。 $W'$ 和 $B'$ “吃掉”这四个哥德斯通粒子而获

得质量。没有质量的 $W$ 和 $Z$ 可以鉴定为标准模型中的规范玻色子，标准模型中的规范耦合常数可以表示为：

$$\begin{aligned} g &= \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = g_1 s = g_2 c, \\ g' &= \frac{g'_1 g'_2}{\sqrt{g_1'^2 + g_2'^2}} = g'_1 s' = g'_2 c'. \end{aligned} \quad (2.27)$$

从(2.18)式可以得到质量本征态的HHVV耦合

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{HHVV}^{mass} &= \frac{g^2}{4} \left[ W_\mu^a W^{a\mu} - \frac{(c^2 - s^2)}{sc} W_\mu^a W'^{a\mu} - W_\mu^{a\prime} W'^{a\mu} \right] H^\dagger H \\ &+ \frac{g'^2}{4} \left[ B_\mu B^\mu - \frac{(c'^2 - s'^2)}{s'c'} B_\mu B'^\mu - B_\mu^{a\prime} B'^{\mu} \right] H^\dagger H. \end{aligned} \quad (2.28)$$

在标准模型中， $WWH^\dagger H$ 形式的四点耦合会对Higgs质量产生单圈二次发散贡献。最小黑格斯模型中的 $W'W'H^\dagger H$ 与 $WWH^\dagger H$ 形式相同，只是耦合常数差个负号，因此恰好抵消了 $WWH^\dagger H$ 耦合对Higgs质量的单圈二次发散贡献，如图2.3。同样，耦合 $B'B'H^\dagger H$ 和 $BBH^\dagger H$ 对Higgs质量的单圈二次发散贡献也彼此抵消[27]。

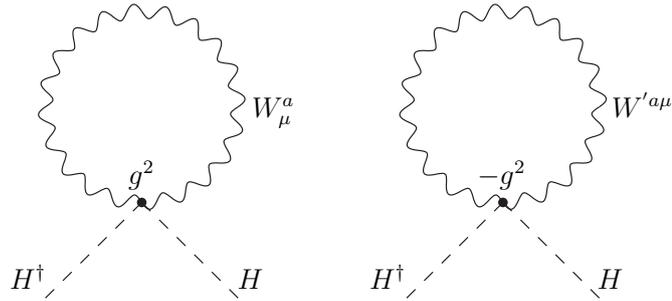


图 2.3: 最小黑格斯模型中 $SU(2)$ 规范玻色子（质量本征态）对Higgs质量有贡献的单圈费曼图。

规范作用和Yukawa相互作用(将在下面的两节中详细论述)破坏了 $SU(5)$ 整体对称性，会在单圈阶或更高阶产生库尔曼-温伯格势[29, 30]，实现电弱对称破缺，导致了轻规范玻色子和重规范玻色子之间的进一步混合，所有的质量项可以写为[28]

$$\mathcal{L}_\Sigma(masses) = \frac{1}{2} W_\mu^{a\prime} W'^{a\mu} [m_{W'}^2 - \frac{1}{4} g^2 v^2] + W_\mu^+ W^{-\mu} [\frac{1}{4} g^2 v^2 (1 - \frac{v^2}{6f^2} + 4 \frac{v'^2}{v^2})]$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} W_\mu^3 W^{3\mu} \left[ \frac{1}{4} g^2 v^2 \left( 1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8 \frac{v'^2}{v^2} \right) \right] \\
& - W_\mu^a W'^{a\mu} \left[ \frac{1}{4} g^2 v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc} \right] + \frac{1}{2} B'_\mu B'^\mu \left[ m_{B'}^2 - \frac{1}{4} g'^2 v^2 \right] \\
& + \frac{1}{2} B_\mu B^\mu \left[ \frac{1}{4} g'^2 v^2 \left( 1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8 \frac{v'^2}{v^2} \right) \right] - B_\mu B'^\mu \left[ \frac{1}{4} g'^2 v^2 \frac{(c'^2 - s'^2)}{2s'c'} \right] \\
& + W_\mu^3 B^\mu \left[ \frac{1}{4} gg' v^2 \left( 1 - \frac{v^2}{6f^2} + 8 \frac{v'^2}{v^2} \right) \right] + W_\mu'^3 B'^\mu \left[ -\frac{1}{8} gg' v^2 \left( \frac{cs'}{sc'} + \frac{sc'}{cs'} \right) \right] \\
& - W_\mu^3 B'^\mu \left[ \frac{1}{4} gg' v^2 \frac{(c'^2 - s'^2)}{2s'c'} \right] - W_\mu'^3 B^\mu \left[ \frac{1}{4} gg' v^2 \frac{(c^2 - s^2)}{2sc} \right]. \quad (2.29)
\end{aligned}$$

上式中的各项，我们都取到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ ， $v$ 是 $H$ 场的真空期望值，来自于 $H = \begin{pmatrix} -i\pi^+ \\ \frac{v+h+i\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$ ， $v'$ 是三重态标量场 $\Phi$ 的真空期望值，我们将在2.2.4节详细介绍这些参量。

### 1. 荷电规范玻色子

荷电规范玻色子最终的质量本征态为 $W_L^\pm$ 和 $W_H^\pm$ ：

$$\begin{aligned}
W_L &= W + \frac{v^2}{2f^2} sc(s^2 - c^2)W', & W_H &= W' - \frac{v^2}{2f^2} sc(s^2 - c^2)W, \\
W_L^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_L^1 \mp iW_L^2), & W_H^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_H^1 \mp iW_H^2). \quad (2.30)
\end{aligned}$$

$W_L^\pm$ 和 $W_H^\pm$ 的质量取到 $\mathcal{O}(v^2/f^2)$ ，表达式为：

$$\begin{aligned}
M_{W_L^\pm}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4} \left\{ 1 - \frac{v^2}{f^2} \left[ \frac{1}{6} + \frac{1}{4} (c^2 - s^2)^2 \right] + 4 \frac{v'^2}{v^2} \right\}, \\
M_{W_H^\pm}^2 &= \frac{f^2 g^2}{4s^2 c^2} - \frac{1}{4} g^2 v^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \left( \frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 \right), \quad (2.31)
\end{aligned}$$

这里 $W_L^\pm$ 可鉴定为标准模型中规范玻色子 $W^\pm$ ，在最小黑格斯模型中其质量得到修正，而 $W_H^\pm$ 是最小黑格斯模型所预言的新的荷电重规范玻色子。

### 2. 中性规范玻色子

四个中性规范玻色子的质量本征态为：

$$\begin{aligned}
A_L &= S_W W^3 + C_W B, \\
Z_L &= C_W W^3 - S_W B + x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} W'^3 + x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} B',
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_H &= B' + x_H \frac{v^2}{f^2} W'^3 - x_Z^{B'} \frac{v^2}{f^2} (C_W W'^3 - S_W B), \\
Z_H &= W'^3 - x_H \frac{v^2}{f^2} B' - x_Z^{W'} \frac{v^2}{f^2} (C_W W'^3 - S_W B),
\end{aligned} \tag{2.32}$$

其中

$$\begin{aligned}
x_H &= \frac{5}{2} g g' \frac{s c s' c' (c^2 s'^2 + s^2 c'^2)}{(5 g^2 s'^2 c'^2 - g'^2 s^2 c^2)}, \\
x_Z^{W'} &= -\frac{1}{2 C_W} s c (c^2 - s^2), \quad x_Z^{B'} = -\frac{5}{2 S_W} s' c' (c'^2 - s'^2), \\
S_W &= \sin \theta_W, \quad C_W = \cos \theta_W,
\end{aligned} \tag{2.33}$$

$\theta_W$  为标准模型中的温伯格角。

质量为：

$$\begin{aligned}
M_{A_L}^2 &= 0, \\
M_{Z_L}^2 &= \frac{g^2 v^2}{4 C_W^2} \left\{ 1 - \frac{v^2}{f^2} \left[ \frac{1}{6} + \frac{1}{4} (c^2 - s^2)^2 + \frac{5}{4} (c'^2 - s'^2)^2 \right] + 8 \frac{v'^2}{v^2} \right\}, \\
M_{A_H}^2 &= \frac{f^2 g'^2}{20 s'^2 c'^2} - \frac{1}{4} g'^2 v^2 + g^2 v^2 \frac{x_H}{4 s^2 c^2} = \frac{g^2 v^2 S_W^2}{4 C_W^2} \left( \frac{f^2}{5 s'^2 c'^2 v^2} - 1 + \frac{x_H C_W^2}{4 s^2 c^2 S_W^2} \right), \\
M_{Z_H}^2 &= \frac{f^2 g^2}{4 s^2 c^2} - \frac{1}{4} g^2 v^2 - g'^2 v^2 \frac{x_H}{4 s'^2 c'^2} = \frac{g^2 v^2}{4 C_W^2} \left( \frac{f^2}{s^2 c^2 v^2} - 1 - \frac{x_H S_W^2}{s'^2 c'^2 C_W^2} \right).
\end{aligned} \tag{2.34}$$

这里  $Z_L$  可以鉴定为标准模型中的规范玻色子  $Z$ ，在最小黑格斯模型中其质量得到修正，而  $Z_H$  是最小黑格斯模型预言的新的中性重规范玻色子。

### 2.2.3 Yukawa 相互作用

在标准模型中，top 夸克对 Higgs 质量的单圈二次发散贡献是最大的。在最小黑格斯模型中，我们依然采用协同对称破缺机制来解决 top 夸克对 Higgs 质量的单圈二次发散问题。为此，我们新引进在  $SU(2)_1$  和  $SU(2)_2$  下都为单态的场  $U_L$  和  $U_R$ 。  $U_L$  与  $u_L, b_L$  一起构成  $SU(3)$  的三重态：

$$Q_L = \begin{pmatrix} q_{3L} \\ U_L \end{pmatrix}, \quad q_{3L} = -\sigma_2 \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}. \tag{2.35}$$

top 夸克部分的 Yukawa 相互作用为 [20, 27]

$$\mathcal{L}_t = -\frac{\lambda_1}{2} f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \bar{Q}_{Li} \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} u_R - \lambda_2 f \bar{U}_L U_R + \text{h.c.}, \tag{2.36}$$

这里  $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $x, y = 4, 5$ 。为了核对Higgs质量单圈二次发散的抵消, 我们保留到Higgs场的二阶。不考虑电弱自发对称破缺, 即取  $H = \begin{pmatrix} h^+ \\ h \end{pmatrix}$ , 由(2.36)式可以得到[27]

$$\mathcal{L}_t = m_T \bar{T}_L T_R + \lambda_t h \bar{t}_L t_R + \lambda_T h \bar{T}_L T_R - \frac{\lambda'_T}{2m_T} h^2 \bar{T}_L T_R + h.c., \quad (2.37)$$

其中质量本征态为

$$\begin{aligned} t_L &= u_L, & t_R &= \frac{\lambda_2 u_R - \lambda_1 U_R}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \\ T_L &= U_L, & T_R &= \frac{\lambda_1 u_R + \lambda_2 U_R}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

top夸克没有质量, 而T夸克获得TeV量级质量, 其质量及相应的耦合常数为:

$$m_T = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f, \quad \lambda_t = \frac{\sqrt{2}\lambda_1\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad \lambda_T = \frac{\sqrt{2}\lambda_1^2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad \lambda'_T = 2\lambda_1^2. \quad (2.39)$$

对Higgs质量有贡献的单圈图有三种, 如图(2.4)所示。这些图的贡献分别为[31]:

$$\begin{aligned} \text{a)} &= -6\lambda_t^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2}, \\ \text{b)} &= -6\lambda_T^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_T^2}, \\ \text{c)} &= +6\lambda'_T \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - M_T^2}, \end{aligned} \quad (2.40)$$

由(2.39)式得到关系式

$$\lambda'_T = \lambda_t^2 + \lambda_T^2. \quad (2.41)$$

由(2.40)和(2.41)式可知来自这三个单圈图的二次发散贡献可以完全抵消掉。(2.41)式不仅在最小黑格斯模型中成立, 在其它小黑格斯模型比如最简单黑格斯模型中也成立, 因此是检验小Higgs理论一个非常重要的关系式[31, 32]。电弱自发对称破缺后, top夸克可以获得质量  $m_t \approx \lambda_t v / \sqrt{2}$ , 同时给出(2.38)式关于  $\frac{v}{f}$  的高阶修正。

我们也可以从(2.36)式直接分析出Higgs质量单圈二次发散贡献的抵消。如果  $\lambda_1 = 0$ , 则Higgs粒子将根本不会出现在top夸克部分; 相反, 如果  $\lambda_2 =$

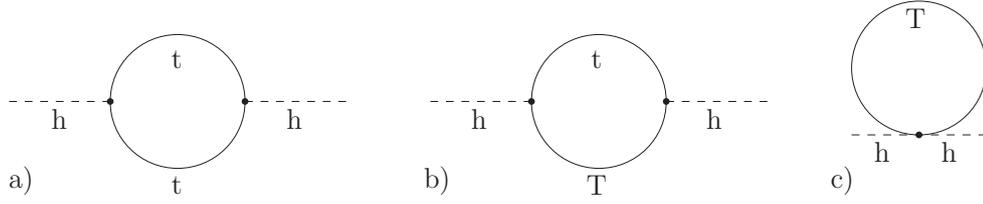


图 2.4: 最小黑格斯模型中top夸克部分对Higgs质量有贡献的单圈图。

0, (2.36)式具有 $SU(3)$ 整体对称性, Higgs粒子将是严格的哥德斯通粒子。这样, 只有当 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 同时存在时, 才能破坏掉足够对称性, 使Higgs粒子获得质量。可见(2.36)式实现了协同对称破缺机制, 解决了Higgs质量的单圈二次发散问题。

前两代上型夸克与标量粒子的相互作用与(2.36)式具有相同形式, 只是并未引入 $U_L$ 和 $U_R$ 。所有的下型夸克也不必引入额外的夸克, 其拉氏量可以写为[28]

$$\mathcal{L}_Y = \frac{1}{2} \lambda_d f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \bar{Q}_{Li} \Sigma_{jx}^* \Sigma_{ky}^* d_R + h.c., \quad (2.42)$$

三代轻子的Yukawa相互作用与此类似。

### 2.2.4 标量势能及电弱对称破缺

规范作用和Yukawa相互作用破坏了 $SU(5)$ 的整体对称性, 会在单圈阶或更高阶产生关于标量场 $\Phi$ 和 $H$ 的库尔曼-温伯格势[29, 30], 并实现电弱自发对称破缺。库尔曼-温伯格势中最重要的项分别来自于规范部分和top夸克部分的单圈二次发散贡献。

规范部分对库尔曼-温伯格势的单圈二次发散贡献为[20, 27]

$$V_g = a(g_1^2 + g_1'^2) f^2 \left| \Phi_{ij} + \frac{i}{4f} (H_i H_j + H_j H_i) \right|^2 + a(g_2^2 + g_2'^2) f^2 \left| \Phi_{ij} - \frac{i}{4f} (H_i H_j + H_j H_i) \right|^2, \quad (2.43)$$

这里 $i, j = 1, 2$ , 并且要对它们求和;  $H_i = \sqrt{2} \Pi_{i3}$ ,  $\Phi_{ij} = \Pi_{i,3+j}$ 。

top夸克对库尔曼-温伯格势的单圈二次发散贡献为[20, 27]

$$V_t = -a' \lambda_1^2 f^2 \left| \Phi_{ij} + \frac{i}{4f} (H_i H_j + H_j H_i) \right|^2. \quad (2.44)$$

(2.43)和(2.44)式中的 $a$ 和 $a'$ 的值依赖于最小黑格斯模型的紫外完整理论<sup>1</sup>。

由于协同对称破缺机制禁止了Higgs质量的单圈二次发散贡献，所以(2.43)和(2.44)式不包含Higgs场的质量项。然而， $\Phi$ 场可以得到二次发散的质量，其正比于标度 $f$ ，

$$M_\Phi^2 = (a(g_1^2 + g_1'^2 + g_2^2 + g_2'^2) - a'\lambda_1^2) f^2. \quad (2.45)$$

这里 $M_\Phi^2$ 必须大于零，否则电弱对称性将会被在 $f$ 标度处的 $\Phi$ 场真空期望值破坏。在低于 $M_\Phi$ 的标度下，可以把 $\Phi$ 场积掉，从而得到Higgs场的四次势能 $\lambda(H^\dagger H)^2$  [27]，

$$\lambda = a \frac{(g_1^2 + g_1'^2 - a'\lambda_1^2/a)(g_2^2 + g_2'^2)}{g_1^2 + g_1'^2 + g_2^2 + g_2'^2 - a'\lambda_1^2/a}. \quad (2.46)$$

在单圈阶，可以产生对数发散的Higgs场质量项<sup>2</sup> [20, 27]。规范玻色子单圈图对Higgs质量的贡献

$$\mu_g^2(H) = \frac{3}{64\pi^2} \left( 3g^2 M_{W_H}^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_{W_H}^2} + g'^2 M_{B_H}^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_{B_H}^2} \right). \quad (2.47)$$

top夸克单圈图的贡献

$$\mu_t^2(H) = -\frac{3\lambda_t^2 M_T^2}{8\pi^2} \log \frac{\Lambda^2}{M_T^2}. \quad (2.48)$$

标量粒子对Higgs质量的对数发散贡献

$$\mu_s^2(H) = \frac{\lambda}{16\pi^2} M_\Phi^2 \log \frac{\Lambda^2}{M_\Phi^2}. \quad (2.49)$$

由于top夸克较大的Yukawa耦合，其对Higgs质量的贡献要大于规范玻色子和标量粒子的贡献，并且其贡献为负值，因此能够实现电弱对称破缺。电弱自发对称破缺后，Higgs场可以表示成

$$H = \begin{pmatrix} -i\pi^+ \\ \frac{v+h+i\pi^0}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

<sup>1</sup>作为一个有效理论，小黑格斯模型的有效标度一般在 $\mathcal{O}(10 \text{ TeV})$ 。对于其紫外完整理论，人们可以引进Technicolor构造一种强耦合的理论，或是引进超对称构造一种可重整的弱耦合的规范理论[20, 33]。对于后者，[34]已经提出了一种现实的模型。

<sup>2</sup>也存在两圈二次发散的Higgs质量项，其精确的数值要依赖于紫外完整理论，量级应在 $\frac{\Lambda^2}{(4\pi)^4} \sim \frac{f^2}{16\pi^2}$ ，与单圈对数发散的贡献比会有 $\log(4\pi)^2 \sim 5$ 的压低。

$v$ 是Higgs场的真空期望值，在电弱标度。 $h$ 就是物理上的Higgs粒子，而 $\pi^\pm$ 和 $\pi^0$ 场将会被 $W_L^\pm$ 和 $Z_L$ 玻色子“吃掉”，使它们获得质量。

此外，库尔曼-温伯格势中也含有 $H^\dagger\Phi H$ 项。当Higgs场获得真空期望值后，此项也会导致 $\Phi$ 场中的电中性分量有一个较小的真空期望值 $v'$  [27]，

$$v' = -\frac{v^2 f}{4M_\phi^2} [a (g_1^2 + g_1'^2 - g_2^2 - g_2'^2) - a' \lambda_1^2]. \quad (2.51)$$



### 第三章 具有T-宇称的最小黑格斯模型：模型-I

最小黑格斯模型通过协同对称破缺机制成功地解决了Higgs粒子质量的单圈二次发散问题。它预言了新的重规范玻色子、T夸克以及标量粒子 $\Phi$ ，来分别抵消标准模型中的规范玻色子、top夸克和Higgs粒子自相互作用所带来的单圈二次发散贡献。这些新的粒子与标准模型中的粒子存在树图的耦合，尤其是新的重规范玻色子与标准模型中费米子对的耦合将使最小黑格斯模型受到电弱精确测量数据的强烈限制，要求标度 $f$ 须在几个TeV以上[35, 36, 37]，这将重新导致对Higgs质量的精细调节[38]。实际上，最小超对称标准模型也曾遭遇电弱精确测量数据的强烈限制。但是，人们通过引进一个分立的对称性R-宇称，禁止引起质子快速衰变以及其它危险的四费米子算符，才免其被实验排除掉。因此，我们也可以采取类似的方法引进一个新的分立对称性T-宇称[39]，来禁止那些会带来强烈限制的算符。此外，现在有很多实验都已证明宇宙中存在我们看不见的暗物质。但是目前的最小黑格斯模型还不能提供一个暗物质的候选者。如果最轻的T-odd粒子是中性的，并且T-宇称守恒<sup>1</sup>，将可以作为一个暗物质的候选者——弱作用的重粒子（WIMP）。

当前具有T-宇称的最小黑格斯模型有两种类型，我们将其称为模型-I (model-I) [41, 42, 43]和模型-II (model-II) [44]。两者的典型区别在于抵消top夸克对Higgs质量二次发散贡献的重T夸克的T-宇称：在model-I中为T-even；而model-II中为T-odd。

最小黑格斯模型是建立在 $SU(5)/SO(5)$ 的非线性 $\sigma$ 模型基础之上。根据(2.11)和(2.12)式，未破缺的生成元和破缺的生成元满足

$$[T^a, T^b] \sim T^c, \quad [T^a, X^b] \sim X^c, \quad [X^a, X^b] \sim T^c. \quad (3.1)$$

对这些生成元做变换：

$$T^a \rightarrow T^a, \quad X^a \rightarrow -X^a \quad (3.2)$$

或 $\tau^a \rightarrow -\Sigma_0(\tau^a)^T\Sigma_0$ ， $\tau^a$ 为任意的生成元，(3.1)式中的关系式不变。 $\Sigma$ 场的真空

<sup>1</sup>[40]指出T-宇称可以被Wess-Zumino项破坏，但这实际上是紫外完整理论的问题，“构造一种T-宇称严格守恒的紫外完整理论并不是很困难”[26]。

期望值可以把规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 生成元分为:

$$\begin{aligned} \text{broken generators} &: \frac{1}{\sqrt{2}}\{Q_1^a - Q_2^a, Y_1 - Y_2\}, \\ \text{unbroken generators} &: \frac{1}{\sqrt{2}}\{Q_1^a + Q_2^a, Y_1 + Y_2\}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

在(3.2)式的变换下,  $Q_1 \leftrightarrow Q_2, Y_1 \leftrightarrow Y_2$ 。这 $SU(5)/SO(5)$ 空间的 $Z_2$ 自同构可以让我们自然地定义T-宇称。这一章, 我们主要介绍model-I。

### 3.1 规范玻色子作用项

我们最希望的是让标准模型中的粒子为T-even, 新的粒子为T-odd, 至少要让新的规范玻色子为T-odd, 以禁止最危险的 $V_H f \bar{f}$ 类型的耦合, 这里 $V_H$ 是重的规范玻色子,  $f$ 是SM中的费米子。考虑到重规范玻色子质量本征态(2.24)式, 我们定义在T-宇称变换下,

$$Q_1 \leftrightarrow Q_2, \quad Y_1 \leftrightarrow Y_2, \quad (3.4)$$

$$A_1 \leftrightarrow A_2, \quad (3.5)$$

$A_1$ 和 $A_2$ 分别是 $SU(2)_1 \otimes U(1)_1$ 和 $SU(2)_2 \otimes U(1)_2$ 对应的规范场。同样, 我们要令标准模型中Higgs场为T-even, 新的标量粒子为T-odd。因此, 定义在T-宇称变换下,

$$\Pi(H, S_{new}) \rightarrow -\Omega \Pi \Omega = \Pi(H, -S_{new}), \quad (3.6)$$

这里 $S_{new}$ 代表新的标量粒子,  $\Omega = \text{diag}(1, 1, -1, 1, 1)$ 。由 $\Pi$ 的T-宇称变换规则可以推出

$$\Sigma \rightarrow \Sigma_0 \Omega \Sigma^\dagger \Omega \Sigma_0 \equiv \tilde{\Sigma}. \quad (3.7)$$

此外, (2.18)式具有T-宇称不变性要求耦合常数

$$g_1 = g_2, \quad g'_1 = g'_2. \quad (3.8)$$

由(2.25)和(2.27)式可得到

$$s = c = s' = c' = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad (3.9)$$

$$g_1 = g_2 = \sqrt{2}g, \quad g'_1 = g'_2 = \sqrt{2}g'. \quad (3.10)$$

可见最小黑格斯模型中标量粒子的运动学项可以自然地施行T-宇称，并且减少了两个自由参数 $s$ 和 $s'$ 。此外，T-宇称也禁止了 $H^\dagger \Phi H$ 形式的作用存在，因此三重态 $\Phi$ 的真空期望值 $v'$ 也将不存在。综上所述，由(2.24)，(2.30)-(2.34)式可以得到重规范玻色子的质量本征态及质量

$$\begin{aligned} Z_H &= \sin \theta_H B' + \cos \theta_H W'^3, & M_{Z_H}^2 &= g^2 f^2 - \frac{g^2 v^2}{4}, \\ A_H &= \cos \theta_H B' - \sin \theta_H W'^3, & M_{A_H}^2 &= \frac{g'^2 f^2}{5} - \frac{g'^2 v^2}{4}, \\ W_H^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W'^1 \mp iW'^2), & M_{W_H}^2 &= g^2 f^2 - \frac{g^2 v^2}{4}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

标准模型中的规范玻色子

$$\begin{aligned} A_L &= S_W W^3 + C_W B, & M_{A_L} &= 0, \\ Z_L &= C_W W^3 - S_W B, & M_{Z_L}^2 &= \frac{1}{4C_W^2} g^2 v^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{v^2}{f^2}\right), \\ W_L^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_L^1 \mp iW_L^2), & M_{W_L}^2 &= \frac{1}{4} g^2 v^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{v^2}{f^2}\right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

其中

$$\begin{aligned} W'^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a - W_2^a), & B' &= \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 - B_2), \\ W^a &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^a + W_2^a), & B &= \frac{1}{\sqrt{2}}(B_1 + B_2), \\ \sin \theta_H &\approx \frac{5gg'}{4(5g^2 - g'^2)} \frac{v^2}{f^2}. \end{aligned} \quad (3.13)$$

从上面规范玻色子质量本征态能够看出重规范玻色子为T-odd，而标准模型中规范玻色子为T-even。因为标准模型中的规范玻色子质量有 $\mathcal{O}(\frac{v^2}{f^2})$ 修正，导致在 $\mathcal{O}(\frac{v^2}{f^2})$ 有<sup>2</sup>

$$v = v_{SM} \left(1 + \frac{1}{12} \frac{v_{SM}^2}{f^2}\right). \quad (3.14)$$

<sup>2</sup>在具有T-宇称的最小黑格斯模型中通过衰变 $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu$ ，在树图阶可以推出关系式 $\frac{g^2}{m_W^2} = 4\sqrt{2}G_F$ ，将(3.12)式中的 $M_W$ 代入，可得到 $v_{SM}^2 = v^2 \left(1 - \frac{1}{6} \frac{v^2}{f^2}\right)$ 。但是注意在不带T-宇称的最小黑格斯模型中，因为重的规范玻色子 $W_H$ 将会对该衰变过程有贡献，因此 $v$ 与 $v_{SM}$ 的关系与此不同，可参考[45]。

这里,  $v_{SM}$  为标准模型中Higgs场的真空期望值。

从具有T-宇称不变的(2.18)式, 也可以推出Higgs粒子与规范玻色子的耦合:

$$\begin{aligned} hW_L W_L &: \frac{i}{2} g^2 v \left(1 - \frac{1}{3} \frac{v^2}{f^2}\right) g^{\mu\nu} & hW_H W_H &: -\frac{i}{2} g^2 v g^{\mu\nu} \\ hZ_L Z_L &: \frac{i}{2} \frac{g^2}{c_W^2} v \left(1 - \frac{1}{3} \frac{v^2}{f^2}\right) g^{\mu\nu} & hZ_H Z_H &: -\frac{i}{2} g^2 v g^{\mu\nu} \\ & & hA_H A_H &: -\frac{i}{2} g'^2 v g^{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

### 3.2 T-odd费米子作用项

在规范玻色子部分, 我们非常自然地施行了T-宇称, 并且使新的规范玻色子和标量粒子为T-odd, 标准模型中的规范玻色子和标量粒子为T-even。然而, 在费米子部分施行T-宇称却是一件比较麻烦的事情。在不带T-宇称的最小黑格斯模型中, 标准模型中的费米子左手场是 $SU(2)_1$ 的二重态,  $SU(2)_2$ 的单态。而在T-宇称变换下,  $SU(2)_1$ 与 $SU(2)_2$ 互换, 因此, 并不能在原有的相互作用中简单地令标准模型中的费米子为T-even。[41]采用了Callan、Coleman、Wess和Zumino (CCWZ) 在60年代所提出的方法[46]来施行费米子部分的T-宇称。此外, 我们必须令标准模型中的费米子在规范群下是线性变换, 否则将会产生危险的四费米子算符, 要求标度 $f$ 在几个TeV以上[42]。具体方法为: 引进两个二重态 $q_1$ 和 $q_2$ , 分别在 $SU(2)_1$ 与 $SU(2)_2$ 下作线性变换,  $q_1$ 和 $q_2$ 可以混合成T-odd本征态和T-even本征态。T-even本征态就是标准模型中的费米子, 而T-odd本征态是预言的新粒子, 我们也需要再引进额外的T-odd场给T-odd粒子 $f$ 标度的质量, 以至在低能标下得到标准模型。这额外引进的T-odd场在规范群变换下应该非线性的, 以避免再引进另外的费米子。

引进的场为

$$\Psi_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ 0 \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ 0 \\ q_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi_R = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \chi_R \\ \tilde{\psi}_R \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

其中

$$q_A = -\sigma_2 \begin{pmatrix} u_{LA} \\ d_{LA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} id_{LA} \\ -iu_{LA} \end{pmatrix}, \quad A = 1, 2, \quad 0_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

$$\psi_R = \begin{pmatrix} iq'_R \\ -iq_R \end{pmatrix}, \quad \tilde{\psi}_R = \begin{pmatrix} id'_R \\ -iu'_R \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

在 $SU(5)$ 变换下，

$$\Psi_1 \rightarrow V^* \Psi_1, \quad \Psi_2 \rightarrow V \Psi_2, \quad \Psi_R \rightarrow U \Psi_R. \quad (3.19)$$

上式中的 $V$ 是 $SU(5)$ 的旋转矩阵。 $\Psi_R$ 在未破缺的 $SO(5)$ 下为线性变换，在 $SU(5)$ 下将为非线性变换， $U$ 是 $SU(5)$ 的非线性表示，具体为 $V$ 和 $\Pi$ 场的函数。为了给出 $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$ 和 $\Psi_R$ 之间的相互作用项，我们引进场 $\xi$ ，

$$\xi = e^{i\Pi/f}, \quad \Sigma = \xi^2 \Sigma_0. \quad (3.20)$$

通过 $\Sigma$ 场在 $SU(5)$ 下的变换规则，可以推出 $\xi$ 在 $SU(5)$ 下的变换

$$\Sigma \rightarrow V \Sigma V^T \Rightarrow \xi \rightarrow U \xi \Sigma_0 V^T \Sigma_0 = V \xi U^\dagger. \quad (3.21)$$

这里我们定义在T-Parity变换下

$$\Psi_1 \rightarrow -\Sigma_0 \Psi_2, \quad \Psi_R \rightarrow -\Psi_R, \quad (3.22)$$

由此式可以得到在T-parity下， $q_1 \rightarrow -q_2$ 。由 $\Pi$ 场T-宇称的变换规则(3.6)式，可以得到 $\xi$ 场在T-宇称变换下为：

$$\xi \rightarrow \Omega \xi^\dagger \Omega. \quad (3.23)$$

这样，我们写出具有T-parity不变的T-odd费米子间的相互作用项[42, 43]

$$\mathcal{L}_\kappa = -\kappa_{ij} f (\bar{\Psi}_2^i \xi + \bar{\Psi}_1^i \Sigma_0 \Omega \xi^\dagger \Omega) \Psi_R^j + h.c., \quad (3.24)$$

这里 $i, j = 1, 2, 3$ 是代指标。在本文中，我们认为 $\kappa_{ij}$ 是对角的，具有一个普适的值 $\kappa$ 。实际上(3.24)式并不具有 $SU(5)$ 的整体对称性<sup>3</sup>，第一项显然具有 $SU(5)$ 整体对称性。然而，因为 $\Omega$ 与 $SU(5)$ 和 $SO(5)$ 并不对易，根据(3.19)和(3.21)式，第二项并不是 $SU(5)$ 不变的，但是可以适当的改变(3.19)或(3.21)式的变换规则，使其具有 $SU(5)$ 的整体对称性。也就是说，(3.24)式中单独每一项都可以具有 $SU(5)$ 的

<sup>3</sup>[43]的说法并不恰当。

整体对称性, 虽然二者一起破坏了 $SU(5)$ 的整体对称性, 但仍然可以保证不会产生Higgs质量的单圈二次发散贡献。

电弱自发对称破缺后, 由(3.24)式可以得到T-odd费米子的质量及与Higgs粒子的相互作用项[47]

$$\mathcal{L}_\kappa \simeq -\sqrt{2}\kappa f \left[ \bar{d}_{L-} d'_{R-} + \frac{1+c_\xi}{2} \bar{u}_{L-} u'_{R-} - \frac{1-c_\xi}{2} \bar{u}_{L-} q_{R-} - \frac{s_\xi}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L-} \chi_R \right] + \text{h.c.} \quad (3.25)$$

其中 $c_\xi (\equiv \cos \frac{v+h}{\sqrt{2}f})$ 和 $s_\xi (\equiv \sin \frac{v+h}{\sqrt{2}f})$ 来源于场 $\xi$ 。T-宇称的本征态

$$u_{L\pm} = (u_{L1} \mp u_{L2})/\sqrt{2}, \quad d_{L\pm} = (d_{L1} \mp d_{L2})/\sqrt{2}, \quad (3.26)$$

“+”代表T-even, “-”代表T-odd。注意到 $\psi_R$ 中的第一项并没有在此式中出现。我们可以引进额外的场给 $\psi_R$ 和 $\chi_R$ 很重的质量<sup>4</sup>, 在唯象学的研究中一般认为它们的效应退耦掉。在本文的研究中我们考虑了它们的效应, 并假设它们的质量均为3.5TeV。

将(3.25)式展开, 我们可以得到质量项:

$$\mathcal{L}_m = \sqrt{2}\kappa f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{\chi}_L & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1+c'_v}{2} & -\frac{s'_v}{\sqrt{2}} & -\frac{1-c'_v}{2} \\ 0 & \frac{m_\chi}{\sqrt{2}\kappa f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_q}{\sqrt{2}\kappa f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ \chi_R \\ q_R \end{pmatrix} + \sqrt{2}\kappa f \bar{d}_{L-} d'_{R-} + \text{h.c.}, \quad (3.27)$$

与Higgs粒子的耦合:

$$\mathcal{L}_h = \sqrt{2}\kappa f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{\chi}_L & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{s'_v}{2\sqrt{2}f} & -\frac{c'_v}{2f} & -\frac{s'_v}{2\sqrt{2}f} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ \chi_R \\ q_R \end{pmatrix} h + \text{h.c.}, \quad (3.28)$$

与hh的耦合<sup>5</sup>:

$$\mathcal{L}_{hh} = \sqrt{2}\kappa f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{\chi}_L & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{c'_v}{8f^2} & \frac{s'_v}{4\sqrt{2}f^2} & -\frac{c'_v}{8f^2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ \chi_R \\ q_R \end{pmatrix} hh + \text{h.c.}, \quad (3.29)$$

<sup>4</sup>一种可能的方法是再引进额外 $SU(2)_3$ 规范群, 令 $\psi_L$ 是该规范群的二重态。这个 $SU(2)_3$ 与 $SU(5)$ 中的 $SU(2)_1$ 和 $SU(2)_2$ 一起破缺到标准模型中的 $SU(2)_L$ 。当对称破缺后,  $\psi$ 通过一个Yukawa类型的相互作用获得Dirac质量。此外, 还有其它的方法, 参见[41]。

<sup>5</sup>小Higgs理论是一种有效理论, 可以存在 $hhf\bar{f}$ 这样的高阶算符。

这里，

$$c'_v = \cos\left(\frac{v}{\sqrt{2}f}\right), \quad s'_v = \sin\left(\frac{v}{\sqrt{2}f}\right). \quad (3.30)$$

$d_{L-}$  与  $d'_{R-}$ 、 $u_{L-}$  与  $u'_{R-}$  分别构成了  $d_-$ 、 $u_-$  的质量项，而T-even的粒子此时并没有获得质量。此外，下型的T-odd费米子  $d_-$  与Higgs粒子并没有相互作用。把(3.27)式中的质量矩阵对角化，就可以得到相应的质量本征态，再由(3.28)和(3.29)式可分别得到T-odd费米子与单Higgs和双Higgs粒子的耦合，这一计算过程相当繁琐，我们在程序中用数值的形式直接计算得到，所以没有给出解析的形式。

此节的方法对于夸克与轻子都是成立的。

### 3.3 Yukawa相互作用

T-odd粒子通过(3.24)式获得了质量，但是T-even粒子依然没有质量。这一节，我们主要介绍赋予T-even粒子质量的Yukawa相互作用。

#### 3.3.1 top夸克Yukawa相互作用

对于top夸克部分，基本上按照不带T-宇称的最小黑格斯模型所介绍的方法，只是加上相应的项使其具有T-宇称不变。为了抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散贡献，需要引进单态  $U_{L_1}$  和  $U_{L_2}$ ，构成

$$Q_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ U_{L_1} \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ U_{L_2} \\ q_2 \end{pmatrix}. \quad (3.31)$$

为了给出新的重夸克质量项，还需要引进额外的单态  $U_{R_1}$  和  $U_{R_2}$ 。这样我们写出具有T-宇称不变的top夸克的Yukawa相互作用项[42, 43]

$$\mathcal{L}_t = -\frac{\lambda_1}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \left[ (\bar{Q}_1)_i \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} - (\bar{Q}_2 \Sigma_0)_i \tilde{\Sigma}_{jx} \tilde{\Sigma}_{ky} \right] u_R - \lambda_2 f (\bar{U}_1 U_{R_1} + \bar{U}_2 U_{R_2}) + \text{h.c.}, \quad (3.32)$$

其中， $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $x, y = 4, 5$ 。在T-宇称变换下

$$Q_1 \rightarrow -\Sigma_0 Q_2, \quad U_{R_1} \rightarrow -U_{R_2}, \quad u_R \rightarrow u_R, \quad (3.33)$$

由此可推出在T-宇称变换下

$$q_1 \rightarrow -q_2, \quad U_{L_1} \rightarrow -U_{L_2}. \quad (3.34)$$

(3.32)式中的第一项和第二项分别具有 $SU(3)_1$ 和 $SU(3)_2$ 的整体对称性, Higgs粒子从第三项和第四项完全退耦掉, 满足协同对称破缺机制。电弱对称自发破缺后, (3.32)式含有的费米子质量项以及与Higgs粒子相互作用项为:

$$\mathcal{L}_t \simeq -\lambda_1 f \left( \frac{s_\Sigma}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L+} u_R + \frac{1+c_\Sigma}{2} \bar{U}_{L+} u_R \right) - \lambda_2 f (\bar{U}_{L+} U_{R+} + \bar{U}_{L-} U_{R-}) + h.c., \quad (3.35)$$

其中,  $c_\Sigma (\equiv \cos \frac{\sqrt{2}(v+h)}{f})$ ,  $s_\Sigma (\equiv \sin \frac{\sqrt{2}(v+h)}{f})$ 来源于 $\Sigma$ 场。T-宇称本征态

$$U_{L\pm} = (U_{L1} \mp U_{L2})/\sqrt{2}, \quad U_{R\pm} = (U_{R1} \mp U_{R2})/\sqrt{2}. \quad (3.36)$$

这里T-odd粒子 $U_-$ 与Higgs粒子并无相互作用, 只有T-even的 $u_+$ 和 $U_+$ 与Higgs粒子有耦合, 并且分别对Higgs质量有单圈二次发散的贡献, 二者之间的抵消与不带T-宇称的最小黑格斯模型中的top夸克部分是一样的, 我们就不再重复了。

将(3.35)式展开可得到质量项:

$$\mathcal{L}_m = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{U}_{L+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\lambda \frac{s_v}{\sqrt{2}} & 0 \\ c_\lambda \frac{1+c_v}{2} & s_\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ U_{R+} \end{pmatrix} + \lambda_2 f \bar{U}_{L-} U_{R-} + h.c., \quad (3.37)$$

与Higgs粒子的耦合项:

$$\mathcal{L}_h = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{U}_{L+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_\lambda \frac{c_v}{f} & 0 \\ -c_\lambda \frac{s_v}{\sqrt{2}f} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ U_{R+} \end{pmatrix} h + h.c., \quad (3.38)$$

与hh的耦合项:

$$\mathcal{L}_{hh} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{U}_{L+} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -c_\lambda \frac{s_v}{\sqrt{2}f^2} & 0 \\ -c_\lambda \frac{c_v}{2f^2} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ U_{R+} \end{pmatrix} hh + h.c., \quad (3.39)$$

这里,

$$\begin{aligned} c_v &= \cos\left(\frac{\sqrt{2}v}{f}\right), & s_v &= \sin\left(\frac{\sqrt{2}v}{f}\right), \\ c_\lambda &= \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, & s_\lambda &= \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}. \end{aligned} \quad (3.40)$$

把(3.37)式中的质量矩阵对角化就可以得到质量本征态: 标准模型中的top夸克和新的T-even的重夸克T。在领头阶, 粒子的质量为[43]

$$m_t = \frac{\lambda_1 \lambda_2 v}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}, \quad m_T = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2} f, \quad m_{U_-} = \lambda_2 f. \quad (3.41)$$

在 $\mathcal{O}(\frac{v^2}{f^2})$ 阶，[47, 48]给出了粒子的质量、粒子之间的混合以及与Higgs耦合的解析形式。我们依然采用数值的形式去处理，并考虑了更高阶的效应。

在表格3.1中，我们列出了费米子场在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下的量子数<sup>6</sup>，以确保(3.32)、(3.42)和(3.45)式是规范不变的。

$q_1$	$(\mathbf{2}, 1/30; \mathbf{1}, 2/15)$	$q_2$	$(\mathbf{1}, 2/15; \mathbf{2}, 1/30)$
$U_{L1}$	$(\mathbf{1}, 8/15; \mathbf{1}, 2/15)$	$U_{L2}$	$(\mathbf{1}, 2/15; \mathbf{1}, 8/15)$
$U_{R1}$	$(\mathbf{1}, 8/15; \mathbf{1}, 2/15)$	$U_{R2}$	$(\mathbf{1}, 2/15; \mathbf{1}, 8/15)$
$u_R$	$(\mathbf{1}, 1/3; \mathbf{1}, 1/3)$	$d_R$	$(\mathbf{1}, -1/6, \mathbf{1}, -1/6)$
$l_1$	$(\mathbf{2}, -1/5; \mathbf{1}, -3/10)$	$l_2$	$(\mathbf{1}, -3/10, \mathbf{1}, -1/5)$
$e_R$	$(\mathbf{1}, -1/2; \mathbf{1}, -1/2)$		

表 3.1: 费米子场在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下的量子数。

### 3.3.2 前两代上型夸克Yukawa相互作用

前两代上型夸克的Yukawa相互作用与top夸克类似，只是不用引入额外的单态 $U_{L_i}$ 和 $U_{R_i}$  ( $i=1, 2$ ) [43]，

$$\mathcal{L}_u = -\frac{\lambda_u}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \left[ (\bar{\Psi}_1)_i \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} - (\bar{\Psi}_2 \Sigma_0)_i \tilde{\Sigma}_{jx} \tilde{\Sigma}_{ky} \right] u_R + \text{h.c.}, \quad (3.42)$$

$\Psi_2$ 和 $\Psi_1$ 如(3.16)式所示。电弱对称自发破缺后，(3.42)式含有如下质量项以及与Higgs粒子的相互作用项

$$\mathcal{L}_u \simeq -\frac{\lambda_u}{\sqrt{2}} f s_\Sigma \bar{u}_{L+} u_R + \text{h.c.}, \quad (3.43)$$

$u_{L+}$ 就是标准模型中前两代上型夸克的左手场 $u_L$ ，保留到 $\mathcal{O}(\frac{v^4}{f^4})$ ，可以得到Higgs粒子与 $u\bar{u}$ 的耦合[47]，

$$\frac{g_{hu\bar{u}}}{g_{hu\bar{u}}^{\text{SM}}} \approx 1 - \frac{3}{4} \frac{v_{SM}^2}{f^2} - \frac{5}{32} \frac{v_{SM}^4}{f^4}, \quad (3.44)$$

其中 $g_{hu\bar{u}}^{\text{SM}}$ 为标准模型中 $hu\bar{u}$ 的耦合常数。

<sup>6</sup>在不带T-宇称的最小黑格斯模型中， $U(1)_1$ 和 $U(1)_2$ 超荷的取值可以存在一个自由参数[28]，而T-宇称将其完全固定下来。

### 3.3.3 下型夸克及轻子Yukawa相互作用

对于下型夸克, 一个可能的Yukawa耦合为[47]:

$$\mathcal{L}_d = i \frac{\lambda_d}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ij} \epsilon_{xyz} \left[ (\bar{\Psi}'_2)_x \Sigma_{iy} \Sigma_{jz} X - (\bar{\Psi}'_1 \Sigma_0)_x \tilde{\Sigma}_{iy} \tilde{\Sigma}_{jz} \tilde{X} \right] d_R + \text{h.c.}, \quad (3.45)$$

其中,  $i, j = 1, 2$ ;  $x, y, z = 3, 4, 5$ ;

$$\Psi'_1 = \begin{pmatrix} -\sigma_2 q_1 \\ 0 \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad \Psi'_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ 0 \\ -\sigma_2 q_2 \end{pmatrix}. \quad (3.46)$$

在T-宇称变换下:

$$\Psi'_2 \rightarrow -\Sigma_0 \Psi'_1, \quad X \rightarrow \tilde{X}, \quad d_R \rightarrow d_R. \quad (3.47)$$

$X$ 应该是 $SU(2)_i$  ( $i = 1, 2$ )的单态, 并且 $U(1)_1$ 和 $U(1)_2$ 的超荷 $(Y_1, Y_2) = (1/10, -1/10)$ , 以保证(3.45)式是规范不变的。电弱对称自发破缺后, (3.45)式含有下型夸克的质量项及与Higgs粒子相互作用项

$$\mathcal{L}_d \simeq \frac{\lambda_d}{2} f s_\Sigma \left( \bar{d}_{L_2} d_R X - \bar{d}_{L_1} d_R \tilde{X} \right) + \text{h.c.} \quad (3.48)$$

关于 $X$ , 有两种可能取值:

- Case A:  $X = (\Sigma_{33})^{-1/4}$ 。可由(3.48)式得到

$$\mathcal{L}_d \simeq -\frac{\lambda_d}{\sqrt{2}} f s_\Sigma (c_\Sigma)^{-1/4} \bar{d}_L d_R + \text{h.c.}, \quad (3.49)$$

$d_L$  ( $\equiv d_{L_+}$ ) 就是SM中下型夸克的左手场。保留到 $\mathcal{O}(\frac{v^4}{f^4})$ , 可以得到 $h\bar{d}d$ 的耦合:

$$\frac{g_{h\bar{d}d}}{g_{h\bar{d}d}^{\text{SM}}} \approx 1 - \frac{1}{4} \frac{v_{SM}^2}{f^2} + \frac{7}{32} \frac{v_{SM}^4}{f^4}. \quad (3.50)$$

- Case B:  $X = (\Sigma_{33}^\dagger)^{1/4}$ 。可由(3.48)式得到

$$\mathcal{L}_d \simeq -\frac{\lambda_d}{\sqrt{2}} f s_\Sigma (c_\Sigma^*)^{1/4} \bar{d}_L d_R + \text{h.c.}, \quad (3.51)$$

保留到 $\mathcal{O}(\frac{v^4}{f^4})$ , 可以得到 $h\bar{d}d$ 的耦合:

$$\frac{g_{h\bar{d}d}}{g_{h\bar{d}d}^{\text{SM}}} \approx 1 - \frac{5}{4} \frac{v_{SM}^2}{f^2} - \frac{17}{32} \frac{v_{SM}^4}{f^4}. \quad (3.52)$$

在上面的式子中， $g_{h\bar{d}d}^{\text{SM}}$ 为标准模型中 $h\bar{d}d$ 的耦合常数。

轻子部分的Yukawa作用与下型夸克完全相同。(3.50)和(3.52)式中的关系也完全适用于轻子与Higgs粒子的耦合。



## 第四章 具有T-宇称的最小黑格斯模型：模型-II

上一章，我们介绍了具有T-宇称的最小黑格斯模型model-I。在model-I中，为了抵消标准模型中的规范玻色子、Higgs自相互作用对Higgs质量单圈二次发散贡献而引入的重规范玻色子、标量粒子在T-宇称下都是T-odd，而抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散贡献所引入的重夸克T却是T-even的。几乎所有的小黑格斯模型都预言了这样一个重的T夸克，通过它可以把小黑格斯模型同其它模型区别出来。如超对称模型中抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散贡献的stop夸克是玻色子，自旋为零，而小黑格斯模型中的重夸克T是费米子。因此，在对撞机上研究T夸克的唯象学是非常重要的。T夸克的质量较重，由于较大的相空间压低，在LHC上成对产生的事例数较少。如果T夸克是T-even的，那么在LHC上的单个产生过程将是最好的探测道[28]。

这一章中，我们将介绍另一种方法来施行top夸克部分的T-宇称，这将会使所有抵消标准模型中Higgs质量单圈二次发散贡献的新粒子都是T-odd的，包括抵消top夸克贡献的重夸克T。这将极大地改变T夸克的唯象学，我们把这个模型称为model-II [44]。model-II和model-I在规范玻色子和标量粒子相互作用的部分是完全相同的，这里不再重复。对于T-odd费米子以及Yukawa相互作用部分，model-II和model-I有所不同，我们将在本章逐一介绍。

### 4.1 T-odd费米子作用项

在T-odd费米子部分，Model-II和model-I大体的思路差不多，其相互作用项为

$$\mathcal{L}_\kappa = -\kappa f (\bar{\Psi}_2 \xi + \bar{\Psi}_1 \Sigma_0 \xi^\dagger) \Psi_R + h.c., \quad (4.1)$$

其中， $\Psi_1$ 、 $\Psi_2$ 和 $\Psi_R$ 及其在SU(5)下的变换规则与model-I相同，参见(3.16)和(3.19)式。定义在T-宇称下的变换

$$\Psi_1 \rightarrow -\Omega \Sigma_0 \Psi_2, \quad \Psi_R \rightarrow -\Omega \Psi_R, \quad \xi \rightarrow \Omega \xi^\dagger \Omega. \quad (4.2)$$

由此变换可以得到在T-parity下， $q_1 \rightarrow -q_2$ ， $\Psi_R$ 中的 $\psi_R$ 和 $\tilde{\psi}_R$ 依然是T-odd，而 $\chi_R$ 是T-even，这与model-I有着明显的区别。(4.1)式在T-宇称变换下是不变的，

并且根据(3.19)式, 将具有 $SU(5)$ 整体对称性, 避免了Higgs质量的单圈二次发散贡献。电弱自发对称破缺后, (4.1)式含有前两代费米子的质量以及与Higgs粒子的相互作用项,

$$\mathcal{L}_\kappa \simeq -\sqrt{2}\kappa f \left[ \bar{d}_{L-} d'_{R-} + \frac{1+c_\xi}{2} \bar{u}_{L-} u'_{R-} - \frac{1-c_\xi}{2} \bar{u}_{L-} q_R + \frac{s_\xi}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L+} \chi_R \right] + h.c., \quad (4.3)$$

这里, T-宇称的本征态 $u_{L\mp}$ 和 $d_{L\mp}$ 的定义与model-I中的(3.26)式相同。此外, 与model-I一样, 我们依然假设 $\psi_R$ 和 $\chi_R$ 有很大质量3.5TeV。值得注意的是, 因为 $\chi_R$ 是T-even的, model-II中的 $u_{L+}$ 会与 $\chi_R$ 有混合, 这一点我们在后面会继续讨论。这里我们暂时只考虑前两代的T-odd粒子。将(4.3)式展开, 可得到T-odd粒子的质量项:

$$\mathcal{L}_m = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}\kappa f(1+c'_v) & -\frac{\sqrt{2}}{2}\kappa f(1-c'_v) \\ 0 & m_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (4.4)$$

与Higgs粒子的耦合项:

$$\mathcal{L}_h = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\kappa s'_v}{2} & -\frac{\kappa s'_v}{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} h + h.c., \quad (4.5)$$

与hh的耦合项:

$$\mathcal{L}_{hh} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\sqrt{2}\kappa c'_v}{8f} & -\frac{\sqrt{2}\kappa c'_v}{8f} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} hh + h.c., \quad (4.6)$$

这里,  $d_{L-}$ 与 $d'_{R-}$ 、 $u_{L-}$ 与 $u'_{R-}$ 分别构成了 $d_-$ 和 $u_-$ 的质量项, 下型的T-odd费米子 $d_-$ 与Higgs粒子没有耦合。

这节的讨论以及相应的公式也适用于轻子。我们只讨论了前两代费米子的质量项以及与Higgs粒子的相互作用项, 对于第三代夸克的情况我们在下节中给出。

## 4.2 Yukawa相互作用

### 4.2.1 top夸克Yukawa相互作用

在top夸克部分, model-I只是在不带T-宇称的最小黑格斯模型的基础上, 直接加上其作T-宇称变换所得到的那一项。这里, 我们采取一种完全不同的方法来实施T-宇称。

为了抵消top夸克对Higgs质量单圈二次发散的贡献，我们要引进规范群单态 $U_{L_1}$ 、 $U_{L_2}$ 、 $U_{R_1}$ 和 $U_{R_2}$ ，top夸克的Yukawa相互作用为

$$\mathcal{L}_t = -\frac{\lambda_1}{2\sqrt{2}}f\epsilon_{ijk}\epsilon_{xy}\left[(\bar{Q}_1)_i\Sigma_{jx}\Sigma_{ky}U_{R_1} - (\bar{Q}_2\Sigma_0\Omega)_i\tilde{\Sigma}_{jx}\tilde{\Sigma}_{ky}U_{R_2}\right] + \text{h.c.}, \quad (4.7)$$

这里 $i, j, k = 1, 2, 3$ ;  $x, y = 4, 5$ ;

$$Q_1 = \begin{pmatrix} q_1 \\ U_{L_1} \\ 0_2 \end{pmatrix}, \quad Q_2 = \begin{pmatrix} 0_2 \\ U_{L_2} \\ q_2 \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

定义在T-宇称下，各场的变换

$$Q_1 \rightarrow -\Omega\Sigma_0Q_2, \quad U_{R_1} \rightarrow U_{R_2}. \quad (4.9)$$

由此式可推出在T-宇称下，

$$q_1 \rightarrow -q_2, \quad U_{L_1} \rightarrow U_{L_2}. \quad (4.10)$$

(4.7)式的第一项具有 $SU(3)_1$ 整体对称性，第二项具有 $SU(3)_2$ 整体对称性，只有当这两项同时存在时Higgs粒子才能获得质量，实现了协同对称破缺机制，从而避免了Higgs粒子的单圈二次发散贡献。

电弱对称自发破缺后，(4.7)式含有如下的费米子质量项以及与Higgs粒子的相互作用项

$$\mathcal{L}_t \simeq -\frac{\lambda_1}{2\sqrt{2}}f\left[\sqrt{2}s_\Sigma(\bar{u}_{L_+}U_{R_+} + \bar{u}_{L_-}U_{R_-}) + (1 + c_\Sigma)(\bar{U}_{L_+}U_{R_+} + \bar{U}_{L_-}U_{R_-})\right] + \text{h.c.}, \quad (4.11)$$

其中，T-宇称的本征态

$$U_{L_\pm} = (U_{L_1} \pm U_{L_2})/\sqrt{2}, \quad U_{R_\pm} = (U_{R_1} \pm U_{R_2})/\sqrt{2}. \quad (4.12)$$

这里， $u_{L_+}$ 与 $U_{R_+}$ 构成 $u_+$ 的质量项， $U_{L_-}$ 与 $U_{R_-}$ 构成 $U_-$ 的质量项。(4.11)式中也存在 $u_+$ 与 $U_+$ 两个T-even粒子的混合，我们可以引进另外的相互作用项来抵消这个混合项[44]，

$$\mathcal{L}'_t = -\frac{\lambda_2}{2\sqrt{2}}f\epsilon_{lmn}\epsilon_{rs}\left[(\bar{Q}_2)_l\Sigma'_{mr}\Sigma'_{ns}U_{R_1} - (\bar{Q}_1\Omega\Sigma_0)_l\tilde{\Sigma}'_{mr}\tilde{\Sigma}'_{ns}U_{R_2}\right] + \text{h.c.}, \quad (4.13)$$

这里  $l, m, n = 3, 4, 5$ ;  $r, s = 1, 2$ ;  $\Sigma' = \Omega \Sigma^\dagger \Omega$ 。在T-宇称变换下,

$$\Sigma' \rightarrow \tilde{\Sigma}' \equiv \Sigma_0 \Sigma \Sigma_0. \quad (4.14)$$

(4.13)式中第一项具有 $SU(3)_2$ 的整体对称性, 第二项具有 $SU(3)_1$ 的整体对称性。同理, 可以实现协同对称破缺机制, 避免Higgs质量的单圈二次发散贡献。电弱自发对称破缺后, (4.13)式含有如下的费米子质量项以及与Higgs粒子的相互作用项,

$$\mathcal{L}'_t \simeq -\frac{\lambda_2}{2\sqrt{2}}f \left[ \sqrt{2}s_\Sigma(-\bar{u}_{L+}U_{R+} + \bar{u}_{L-}U_{R-}) + (1 + c_\Sigma)(\bar{U}_{L+}U_{R+} - \bar{U}_{L-}U_{R-}) \right] + \text{h.c.} \quad (4.15)$$

当 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ 时, (4.11)式与(4.15)式相减, 可以得到更简单的结果,

$$\mathcal{L}_t - \mathcal{L}'_t \simeq -\lambda f \left( s_\Sigma \bar{u}_{L+}U_{R+} + \frac{1 + c_\Sigma}{\sqrt{2}} \bar{U}_{L-}U_{R-} \right) + \text{h.c.} \quad (4.16)$$

(4.16)式只剩下一个轻的T-even粒子 $u_+$  ( $u_{R+} \equiv U_{R+}$ )和一个重的T-odd粒子 $U_-$ 。

我们来考虑Higgs质量的单圈二次发散贡献。当不考虑电弱自发对称破缺时, 即取 $H = \begin{pmatrix} h^+ \\ h \end{pmatrix}$ 时, 由(4.16)式可以得到

$$\mathcal{L}_t = m_{U_-} \bar{U}_{L-}U_{R-} + \lambda_t h \bar{u}_{L+}u_{R+} - \frac{\lambda'_{U_-}}{2m_{U_-}} h^2 \bar{U}_{L-}U_{R-} + \text{h.c.}, \quad (4.17)$$

其中,

$$m_{U_-} = \sqrt{2}\lambda f, \quad \lambda_t = 2\lambda, \quad \lambda'_{U_-} = 4\lambda^2. \quad (4.18)$$

由于T-宇称禁止了 $h\bar{u}_+U_-$ 的耦合, 相当于其耦合常数

$$\lambda_{U_-} = 0. \quad (4.19)$$

因此并不存在类似于图2.4(b)的费曼图, 只有类似于图2.4(a)和2.4(c)的费曼图对Higgs质量有单圈二次发散的贡献。由(4.18)式可知, 三个耦合常数仍然满足(2.41)式中的关系, 所以对Higgs质量的单圈二次发散贡献可以完全抵消掉。

$U_{L_1}$ 和 $U_{L_2}$ 另一个线性混合是T-even的 $U_{L+}$ , 可以通过(4.1)式与 $\chi_R$ 构成质量项。把(4.8)式中的 $Q_1$ 和 $Q_2$ 代人(4.1)式, 电弱对称自发破缺后, 我们可以得到费米子的质量项以及与Higgs粒子的相互作用项,

$$\mathcal{L}_\kappa \simeq -\sqrt{2}\kappa f \left[ \bar{d}_{L-}d'_{R+} + \frac{1 + c_\xi}{2} \bar{u}_{L-}u'_{R+} - \frac{1 - c_\xi}{2} \bar{u}_{L-}q_R \right]$$

$$\left. -\frac{s_\xi}{\sqrt{2}}\bar{U}_{L-}q_R - \frac{s_\xi}{\sqrt{2}}\bar{U}_{L-}u'_R + \frac{s_\xi}{\sqrt{2}}\bar{u}_{L+}\chi_R + c_\xi\bar{U}_{L+}\chi_R \right] + h.c.. \quad (4.20)$$

把(4.16)和(4.20)式展开, 我们可以得到第三代T-even粒子的质量项:

$$\mathcal{L}_m = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda f s_v & \kappa f s'_v \\ 0 & \sqrt{2}\kappa f c'_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ \chi_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (4.21)$$

与Higgs粒子的耦合项:

$$\mathcal{L}_h = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{2}\lambda c_v & \frac{\kappa c'_v}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\kappa s'_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ \chi_R \end{pmatrix} h + h.c., \quad (4.22)$$

与hh的耦合项:

$$\mathcal{L}_{hh} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\lambda s_v}{f} & -\frac{\kappa s'_v}{4f} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}\kappa c'_v}{4f} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{R+} \\ \chi_R \end{pmatrix} hh + h.c., \quad (4.23)$$

这里 $\chi_L \equiv U_L$ 。将(4.21)式中的质量矩阵对角化, 可以得到质量本征态: 标准模型中的top夸克以及新的T-even的重夸克 $\chi$ 。

对于第三代的T-odd费米子, 有质量项:

$$\mathcal{L}_m = \begin{pmatrix} \bar{U}_{L-} & \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\lambda f(1+c_v)}{\sqrt{2}} & -\kappa f s'_v & -\kappa f s'_v \\ 0 & \frac{\sqrt{2}}{2}\kappa f(1+c'_v) & -\frac{\sqrt{2}}{2}\kappa f(1-c'_v) \\ 0 & 0 & m_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{R-} \\ u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} + h.c., \quad (4.24)$$

与Higgs粒子的耦合项:

$$\mathcal{L}_h = \begin{pmatrix} \bar{U}_{L-} & \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\lambda s_v & -\frac{\kappa c'_v}{\sqrt{2}} & -\frac{\kappa c'_v}{\sqrt{2}} \\ 0 & -\frac{\kappa s'_v}{2} & -\frac{\kappa s'_v}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{R-} \\ u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} h + h.c., \quad (4.25)$$

与hh的耦合项:

$$\mathcal{L}_{hh} = \begin{pmatrix} \bar{U}_{L-} & \bar{u}_{L-} & \bar{q}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\lambda c_v}{\sqrt{2}f} & \frac{\kappa s'_v}{4f} & \frac{\kappa s'_v}{4f} \\ 0 & -\frac{\sqrt{2}\kappa c'_v}{8f} & -\frac{\sqrt{2}\kappa c'_v}{8f} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{R-} \\ u_{R-} \\ q_R \end{pmatrix} hh + h.c.. \quad (4.26)$$

在表格4.1中, 我们列出了费米子场在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下的量子数, 以确保(4.7)、(4.13)、(4.27)和(4.34)式是规范不变的。

$q_1$	$(\mathbf{2}, 1/30; \mathbf{1}, 2/15)$	$q_2$	$(\mathbf{1}, 2/15; \mathbf{2}, 1/30)$
$U_{L_1}$	$(\mathbf{1}, 8/15; \mathbf{1}, 2/15)$	$U_{L_2}$	$(\mathbf{1}, 2/15; \mathbf{1}, 8/15)$
$U_{R_1}$	$(\mathbf{1}, 1/3; \mathbf{1}, 1/3)$	$U_{R_2}$	$(\mathbf{1}, 1/3; \mathbf{1}, 1/3)$
$u_R$	$(\mathbf{1}, 1/3; \mathbf{1}, 1/3)$	$d_R$	$(\mathbf{1}, -1/6, \mathbf{1}, -1/6)$
$l_1$	$(\mathbf{2}, -1/5; \mathbf{1}, -3/10)$	$l_2$	$(\mathbf{1}, -3/10, \mathbf{1}, -1/5)$
$e_R$	$(\mathbf{1}, -1/2; \mathbf{1}, -1/2)$		

表 4.1: 费米子场在规范群 $[SU(2)_1 \otimes U(1)_1] \otimes [SU(2)_2 \otimes U(1)_2]$ 下的量子数。

#### 4.2.2 前两代上型夸克Yukawa相互作用

前两代上型夸克的Yukawa相互作用项不用引入额外的单态 $U_{L_i}$ 和 $U_{R_i}$  ( $i = 1, 2$ ), 其形式与model-I类似:

$$\mathcal{L}_u = -\frac{\lambda_u}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ijk} \epsilon_{xy} \left[ (\bar{\Psi}_1)_i \Sigma_{jx} \Sigma_{ky} - (\bar{\Psi}_2 \Sigma_0 \Omega)_i \tilde{\Sigma}_{jx} \tilde{\Sigma}_{ky} \right] u_R + \text{h.c.} \quad (4.27)$$

定义在T-宇称变换下,

$$\Psi_1 \rightarrow -\Omega \Sigma_0 \Psi_2, \quad u_R \rightarrow u_R. \quad (4.28)$$

电弱对称自发破缺后, (4.27)式含有如下质量项以及与Higgs粒子相互作用项,

$$\mathcal{L}_u \simeq -\frac{\lambda_u}{\sqrt{2}} f s_\Sigma \bar{u}_{L+} u_R + \text{h.c.} \quad (4.29)$$

此外, (4.3)式含有 $u_{L+}$ 与 $\chi_R$ 的混合项

$$\frac{s_\xi}{\sqrt{2}} \bar{u}_{L+} \chi_R + \text{h.c.} \quad (4.30)$$

将(4.29)式和(4.30)式展开, 可以得到前两代T-even粒子的质量项:

$$\mathcal{L}_m = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\lambda_u f s_v}{\sqrt{2}} & \kappa f s'_v \\ 0 & m_\chi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ \chi_R \end{pmatrix} + \text{h.c.}, \quad (4.31)$$

与Higgs粒子的耦合项:

$$\mathcal{L}_h = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_u c_v & \frac{\kappa c'_v}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ \chi_R \end{pmatrix} h + \text{h.c.}, \quad (4.32)$$

与hh的耦合项：

$$\mathcal{L}_{hh} = \begin{pmatrix} \bar{u}_{L+} & \bar{\chi}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{\lambda_u s_v}{\sqrt{2}f} & -\frac{\kappa s'_v}{4f} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_R \\ \chi_R \end{pmatrix} hh + h.c.. \quad (4.33)$$

将(4.31)式中的质量矩阵对角化，可以得到质量本征态：标准模型中的u (c) 夸克以及新的T-even重夸克 $\chi$ 。

### 4.2.3 下型夸克及轻子Yukawa相互作用

下型夸克的Yukawa相互作用与model-I中的形式类似：

$$\mathcal{L}_d = i \frac{\lambda_d}{2\sqrt{2}} f \epsilon_{ij} \epsilon_{xyz} \left[ (\bar{\Psi}'_2)_x \Sigma_{iy} \Sigma_{jz} X - (\bar{\Psi}'_1 \Omega \Sigma_0)_x \tilde{\Sigma}_{iy} \tilde{\Sigma}_{jz} \tilde{X} \right] d_R + h.c., \quad (4.34)$$

其中 $i, j = 1, 2$ ;  $x, y, z = 3, 4, 5$ 。定义在T-宇称变换下，

$$\Psi'_2 \rightarrow -\Sigma_0 \Omega \Psi'_1, \quad X \rightarrow \tilde{X}, \quad d_R \rightarrow d_R. \quad (4.35)$$

电弱自发对称破缺后，(4.34)式含有下型夸克的质量项以及Higgs粒子的相互作用项：

$$\mathcal{L}_d \simeq \frac{\lambda_d}{2} f_{s\Sigma} \left( \bar{d}_{L_2} d_R X - \bar{d}_{L_1} d_R \tilde{X} \right) + h.c., \quad (4.36)$$

X的取值与model-I相同，仍有Case A和Case B两种可能，最后得到的 $h\bar{d}d$ 耦合与model-I中的结论相同，可参见(3.49)-(3.52)式。轻子部分的Yukawa相互作用与下型夸克完全相同。(3.50)式和(3.52)式中的关系也完全适用于model-II中轻子与Higgs粒子的耦合。



## 第五章 黑格斯粒子的衰变

实验上我们所观测到的都是Higgs粒子的衰变产物，所以研究Higgs粒子的各种衰变道能够直接指导我们如何在LHC上寻找Higgs粒子。在标准模型中，根据Higgs粒子的质量范围，可观测的衰变道分别是 $h \rightarrow WW, ZZ, \gamma\gamma, \tau\bar{\tau}, b\bar{b}$ 。这一章，我们主要研究在具有T-宇称的最小黑格斯模型中Higgs粒子的衰变，共分为四种情况：

- I-A代表model-I中的Case A
- I-B代表model-I中的Case B
- II-A代表model-II中的Case A
- II-B代表model-II中的Case B

其中I-A与I-B（II-A与II-B）的区别只在于下型夸克及轻子与Higgs粒子的耦合选取不同。我们这里对SM、I-A、I-B、II-A和II-B中Higgs粒子的衰变做一个对比性研究。

### 5.1 对各种衰变道的简要分析

为了从物理上更清晰地理解Higgs粒子的衰变情况，我们在这一小节将对Higgs粒子各种衰变道的衰变宽度进行一些解析的描述。

#### 5.1.1 新的衰变道 $h \rightarrow A_H A_H$

$A_H$ 是具有T-宇称的最小黑格斯模型中最轻的T-odd粒子，可作为暗物质的候选者[43]。由(3.11)式可知，当标度 $f = 500\text{GeV}$ 时， $A_H$ 的质量约为65GeV，比标准模型中的W和Z规范玻色子还要轻，并且其与Higgs粒子的耦合正比于 $g'^2$ 。因此在适当的参数空间内， $A_H$ 有可能成为Higgs粒子主要的衰变产物<sup>1</sup>。因为 $A_H$ 是稳定的T-odd粒子，

$$h \rightarrow A_H^* A_H^*, \quad h \rightarrow A_H A_H^*, \quad (5.1)$$

<sup>1</sup>[49]研究了I-A中 $h \rightarrow A_H A_H$ 衰变道，得到了此结论。

$\kappa = r = 1$	$f = 500 \text{ GeV}$	$f = 700 \text{ GeV}$	$f = 1000 \text{ GeV}$
$R_{hVV}$ (model-I)	0.938	0.969	0.985
(model-II)	0.938	0.969	0.985
$R_{h\bar{u}u}$ (model-I)	0.809	0.905	0.954
(model-II)	0.807	0.903	0.951
$R_{h\bar{t}t}$ (model-I)	0.877	0.938	0.970
(model-II)	0.730	0.868	0.935
$R_{h\bar{f}f}$ (Case A)	0.952	0.972	0.986
(Case B)	0.666	0.837	0.922

表 5.1: 在model-I、model-II、Case A和Case B中, Higgs粒子与标准模型粒子的耦合。  $R_{hXX} = \frac{R_{hXX}^{LH}}{R_{hXX}^{SM}}$ , 这里LH代表相应的四种情况, X代表V、u、t、f。  $V=W、Z$ ;  $u=c、u$ ;  $f=b、s、d、\tau、\mu、e$ 。

这种虚产生的衰变道并不存在, 唯一的衰变道只能是  $h \rightarrow A_H A_H$ 。  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变宽度在树图阶为

$$\Gamma(h \rightarrow A_H A_H) = \frac{g_{hA_H A_H}^2 m_h^3}{128\pi m_{A_H}^4} \sqrt{1 - \beta_{A_H}} \left( 1 - \beta_{A_H} + \frac{3}{4}\beta_{A_H}^2 \right), \quad (5.2)$$

这里  $\beta_{A_H} = 4m_{A_H}^2/m_h^2$ ,  $g_{hA_H A_H}$  是  $hA_H A_H$  的耦合常数。因为  $A_H$  的质量正比于标度  $f$ , 而  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变宽度又被  $A_H$  质量的四次方压低, 所以随着标度  $f$  的增加,  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变宽度将迅速降低。

### 5.1.2 领头阶为树图的标准模型衰变道

衰变道  $h \rightarrow u\bar{u}$ 、 $h \rightarrow c\bar{c}$ 、 $h \rightarrow f\bar{f}$  ( $f = b, s, d, \tau, \mu, e$ )、 $h \rightarrow t\bar{t}$  和  $h \rightarrow VV$  ( $V = W, Z$ ) 在树图阶就存在, model-I和model-II对标准模型预言值的修正主要来自于相应耦合的修改:

$$\begin{aligned} \Gamma(h \rightarrow u\bar{u}, c\bar{c})_{LH} &= \Gamma(h \rightarrow u\bar{u}, c\bar{c})_{SM} \left( \frac{g_{hu\bar{u}}}{g_{hu\bar{u}}^{SM}} \right)^2, \\ \Gamma(h \rightarrow f\bar{f})_{LH} &= \Gamma(h \rightarrow f\bar{f})_{SM} \left( \frac{g_{h\bar{d}d}}{g_{h\bar{d}d}^{SM}} \right)^2, \\ \Gamma(h \rightarrow t\bar{t})_{LH} &= \Gamma(h \rightarrow t\bar{t})_{SM} \left( \frac{g_{ht\bar{t}}}{g_{ht\bar{t}}^{SM}} \right)^2, \end{aligned}$$

$$\Gamma(h \rightarrow VV)_{LH} = \Gamma(h \rightarrow VV)_{SM} \left( \frac{g_{hVV}}{g_{hVV}^{SM}} \right)^2. \quad (5.3)$$

表格5.1给出了在model-I、model-II、Case A和Case B中，Higgs粒子与标准模型粒子的耦合与相应的标准模型预言值的比值<sup>2</sup>。因为在model-I和model-II中，Higgs粒子与标准模型粒子的耦合都被压低，所以上面所有的衰变宽度都会被压低。表格5.1显示在model-I和model-II中，Higgs粒子与上型夸克的耦合几乎相同，与下型夸克以及W、Z规范玻色子的耦合完全相同，所以在这两个模型中这些道的衰变宽度都差不多。而model-II中top夸克的Yukawa耦合明显比model-I的预言值小，所以 $h \rightarrow t\bar{t}$ 的衰变宽度在model-II中压低更严重。下型夸克及轻子与Higgs粒子的耦合分为Case A和Case B两种，因为Case B中的耦合比Case A压低严重，所以前者的衰变宽度比后者压低更严重。

### 5.1.3 $h \rightarrow gg$

在标准模型中，衰变道 $h \rightarrow gg$ 的贡献主要来自于top夸克圈图。model-I和model-II中，除了top夸克圈图外，新的T-even和T-odd的重夸克也会对 $h \rightarrow gg$ 有新的贡献。此外，由于top夸克的Yukawa耦合被修改，也会对标准模型的预言值产生修正。model-I对 $h \rightarrow gg$ 有贡献的作用项为

$$\mathcal{L}_{qua}^I = -\frac{m_t}{v} y_t \bar{t} t h - \frac{m_T}{v} y_T \bar{T} T h + \sum_{i=1}^3 -\frac{m_{u^i}}{v} y_{u^i} \bar{u}^i u^i h - \frac{m_{q^i}}{v} y_{q^i} \bar{q}^i q^i h - \frac{m_{\chi^i}}{v} y_{\chi^i} \bar{\chi}^i \chi^i h, \quad (5.4)$$

model-II中的作用项为

$$\mathcal{L}_{qua}^{II} = -\frac{m_t}{v} y_t' \bar{t} t h - \frac{m_{U^-}}{v} y_{U^-}' \bar{U}^- U^- h + \sum_{i=1}^3 -\frac{m_{u^i}}{v} y_{u^i}' \bar{u}^i u^i h - \frac{m_{q^i}}{v} y_{q^i}' \bar{q}^i q^i h - \frac{m_{\chi^i}}{v} y_{\chi^i}' \bar{\chi}^i \chi^i h, \quad (5.5)$$

这里所有的粒子都是质量本征态。根据[45]， $h \rightarrow gg$ 的衰变宽度具有一般的公式，

$$\Gamma(h \rightarrow gg) = \frac{\alpha_s^2 m_h^3}{32\pi^3 v^2} \left| \sum_i -\frac{1}{2} y_i F_{1/2}(\tau_i) \right|^2 = \frac{\sqrt{2} G_F \alpha_s^2 m_h^3 y_{G_F}^2}{32\pi^3} \left| \sum_i -\frac{1}{2} y_i F_{1/2}(\tau_i) \right|^2. \quad (5.6)$$

这里对(5.6)式作一些解释：

<sup>2</sup> $h\bar{t}t$ 和model-II中的 $h\bar{u}u$ 的耦合都需要将质量混合矩阵对角化得到，我们都是在程序中用数值的形式解决的，所以没能提供解析的表达式。但为了说明问题的方便，我们在这里给出数值结果。

$y_t$	$y_T$	$y_{u_-^1} + y_{u_-^2} + y_{u_-^3}$	$y_{q^1} + y_{q^2} + y_{q^3}$	$y_{\chi^1} + y_{\chi^2} + y_{\chi^3}$	$y_I$
0.947	-0.036	-0.104	0.008	0	0.815
$y'_t$	$y'_{U_-}$	$y'_{u_-^1} + y'_{u_-^2} + y'_{u_-^3}$	$y'_{q^1} + y'_{q^2} + y'_{q^3}$	$y'_{\chi^1} + y'_{\chi^2} + y'_{\chi^3}$	$y_{II}$
0.876	-0.169	-0.057	0.001	-0.026	0.625

表 5.2:  $f = 700$  GeV, (5.4)式中 $y$ 和(5.5)式中 $y'$ 的各种值。

(1)  $i$ 要取遍所有的费米圈。这里的 $y_i$ 是泛指,并不是特指(5.4)式中的 $y$ 。 $y_i$ 来自费米子 $f_i$ 与Higgs粒子的耦合 $-\frac{m_{f_i}}{v}y_i\bar{f}_if_ih$ ,  $\tau_i = \frac{4m_{f_i}^2}{m_h^2}$ 。

(2)  $F_{1/2}(\tau) = -2\tau[1 + (1 - \tau)f(\tau)]$ , 其中[50]

$$f(\tau) = \begin{cases} [\sin^{-1}(1/\sqrt{\tau})]^2, & \tau \geq 1 \\ -\frac{1}{4}[\ln(\eta_+/\eta_-) - i\pi]^2, & \tau < 1 \end{cases} \quad (5.7)$$

这里 $\eta_{\pm} = 1 \pm \sqrt{1 - \tau}$ 。

(3)  $y_{G_F}$ 来自于model-I和model-II中Higgs场的真空期望值 $v$ 与费米常数 $G_F$ 的关系式

$$\frac{1}{v^2} = \sqrt{2}G_F y_{G_F}^2, \quad y_{G_F}^2 = 1 + \frac{1}{6} \frac{v^2}{f^2}. \quad (5.8)$$

把(5.4)式中每个费米子的贡献都代入(5.6)式,就可得到model-I中 $h \rightarrow gg$ 道的衰变宽度;同理, model-II中 $h \rightarrow gg$ 的衰变宽度也可以由(5.5)和(5.6)式得到。

当 $\tau \gg 1$ ,可以得到

$$F_{1/2}(\tau) \rightarrow -\frac{4}{3}. \quad (5.9)$$

也就是说当费米子的质量远大于 $\frac{m_h}{2}$ 时,  $h \rightarrow gg$ 的衰变宽度与费米子的质量无关。这样,我们可以粗略估计一下model-I和model-II中 $h \rightarrow gg$ 的衰变宽度,

$$\frac{\Gamma_I(h \rightarrow gg)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow gg)} \approx y_{G_F}^2 y_I^2, \quad (5.10)$$

$$\frac{\Gamma_{II}(h \rightarrow gg)}{\Gamma_{SM}(h \rightarrow gg)} \approx y_{G_F}^2 y_{II}^2, \quad (5.11)$$

这里 $\Gamma_I(h \rightarrow gg)$ 和 $\Gamma_{II}(h \rightarrow gg)$ 分别代表model-I和model-II中 $h \rightarrow gg$ 的衰变宽度。 $y_I$ 表示对(5.4)式中所有的 $y$ 求和,  $y_{II}$ 表示对(5.5)式中的 $y'$ 求和。在表

格(5.2)中, 我们给出了  $f = 700\text{GeV}$  时,  $y$  和  $y'$  的各种值。可见在 model-I 和 model-II 中,  $h \rightarrow gg$  的衰变宽度与标准模型预言值相比均被压低, 而且在 model-II 中压低更严重。

#### 5.1.4 $h \rightarrow \gamma\gamma$

在标准模型中, 衰变道  $h \rightarrow \gamma\gamma$  的贡献主要来自于 top 夸克圈图和 W 玻色子圈图。在 model-I 和 model-II 中, 新的带电费米子、玻色子  $W_H$ 、标量粒子  $\phi^+$  和  $\phi^{++}$  会对其有新的贡献。由(3.25)和(4.3)式可知, 新的带电轻子与 Higgs 粒子不存在耦合, 所以不会对  $h \rightarrow \gamma\gamma$  有贡献。

model-I 中对  $h \rightarrow \gamma\gamma$  有贡献的作用项为

$$\mathcal{L}_{qua}^I + 2\frac{m_{W_L}^2}{v}y_{W_L}W_L^+W_L^-h + 2\frac{m_{W_H}^2}{v}y_{W_H}W_H^+W_H^-h - 2\frac{m_{\Phi}^2}{v}y_{\phi^+}\phi^+\phi^-h - 2\frac{m_{\Phi}^2}{v}y_{\phi^{++}}\phi^{++}\phi^{--}h, \quad (5.12)$$

model-II 中对  $h \rightarrow \gamma\gamma$  有贡献的作用项为

$$\mathcal{L}_{qua}^{II} + 2\frac{m_{W_L}^2}{v}y_{W_L}W_L^+W_L^-h + 2\frac{m_{W_H}^2}{v}y_{W_H}W_H^+W_H^-h - 2\frac{m_{\Phi}^2}{v}y_{\phi^+}\phi^+\phi^-h - 2\frac{m_{\Phi}^2}{v}y_{\phi^{++}}\phi^{++}\phi^{--}h. \quad (5.13)$$

由(5.12)和(5.13)式可知, model-I 和 model-II 中的规范玻色子和标量粒子对衰变道  $h \rightarrow \gamma\gamma$  的贡献是完全相同的, 差别只在于费米子的贡献。从(3.15)式, 可以得到<sup>3</sup>

$$\begin{aligned} y_{W_L} &= 1 - \frac{1}{6}\frac{v^2}{f^2}, & y_{W_H} &= -\frac{1}{4}\frac{v^2}{f^2}, \\ y_{\phi^+} &= -\frac{1}{3}\frac{v^2}{f^2}, & y_{\phi^{++}} &= \frac{v^2}{f^2}\mathcal{O}\left(\frac{1}{16\pi^2}\right). \end{aligned} \quad (5.14)$$

标量粒子  $\phi^{++}$  带两个电荷,  $Q^2 = 4$ 。由(5.15)式可能会认为  $\phi^{++}$  粒子对衰变道  $h \rightarrow \gamma\gamma$  有较大的贡献, 但是与  $\phi^+$  粒子相比,  $\phi^{++}$  与 Higgs 粒子的耦合被  $\frac{1}{16\pi^2}$  压低, 因此可以忽略掉它的贡献。

根据[45],  $h \rightarrow \gamma\gamma$  的衰变宽度具有一般的公式,

$$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{\alpha^2 m_h^3}{256\pi^3 v^2} \left| \sum_i y_i N_{ci} Q_i^2 F_i \right|^2 = \frac{\sqrt{2}G_F \alpha^2 m_h^3 y_{GF}^2}{256\pi^3} \left| \sum_i y_i N_{ci} Q_i^2 F_i \right|^2, \quad (5.15)$$

<sup>3</sup>标量粒子的耦合参考[45]。

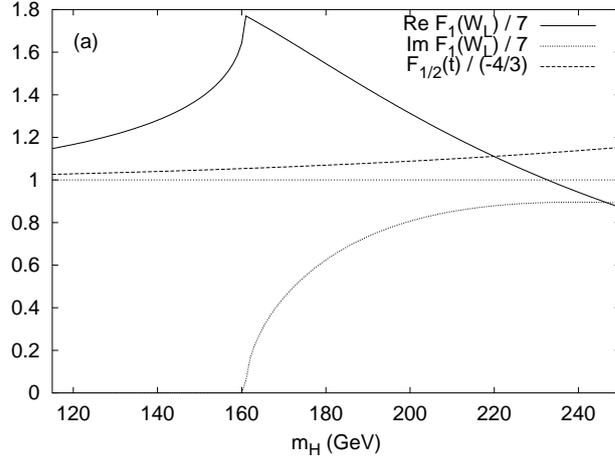


图 5.1:  $F_1(\tau_{W_L})$ 和 $F_{\frac{1}{2}}(\tau_t)$ 随Higgs粒子质量变化的曲线[45]。

这里 $N_{ci}$ 和 $Q_i$ 分别是粒子 $i$ 的颜色因子和电荷。 $i$ 要取遍所有的粒子圈图，包括费米子、矢量玻色子以及标量粒子。根据粒子种类的不同， $F_i$ 的形式分别为[50]

$$F_1(\tau) = 2+3\tau+3\tau(2-\tau)f(\tau), \quad F_{1/2}(\tau) = -2\tau[1+(1-\tau)f(\tau)], \quad F_0(\tau) = \tau[1-\tau f(\tau)], \quad (5.16)$$

上式中的下指标代表自旋。这里 $F_{1/2}(\tau)$ 以及 $f(\tau)$ 与(5.7)式相同。当 $\tau \gg 1$ ，即圈图内粒子的质量远大于 $\frac{m_h}{2}$ 时，可以得到

$$F_1(\tau) \rightarrow 7, \quad F_{1/2}(\tau) \rightarrow -4/3, \quad F_0(\tau) \rightarrow -1/3. \quad (5.17)$$

在model-I和model-II中，对 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 有贡献的新粒子一般都比较重。当Higgs粒子的质量较大时，标准模型中top夸克和 $W_L$ 玻色子的质量有可能小于 $\frac{m_h}{2}$ ，也就是 $\tau < 1$ 时，根据(5.7)式，会出现虚部。图(5.1)给出了 $W_L$ 和top夸克的圈图函数 $F_1(\tau_{W_L})$ 和 $F_{\frac{1}{2}}(\tau_t)$ 随Higgs粒子质量变化的曲线，包括 $\tau_{W_L} < 1$ 的区间。

从(5.17)式和图(5.1)可以看出，矢量玻色子的贡献是最主要的，费米子的贡献次之，标量粒子的贡献最小，并且费米子的贡献与玻色子的贡献存在抵消。在model-I和model-II中， $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变宽度来自于玻色子的贡献是相同的。由表(5.2)知，model-I中费米子的贡献比model-II要大，因此model-I中玻色子与费米子的抵消更严重， $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变宽度比model-II的预言值要小。

partial decay width	model – I	model – II	CaseA	CaseB
$\Gamma(h \rightarrow u\bar{u}, c\bar{c})$		$\approx$		$=$
$\Gamma(h \rightarrow f\bar{f})$		$=$		$<$
$\Gamma(h \rightarrow VV)$		$=$		$=$
$\Gamma(h \rightarrow t\bar{t})$		$>$		$=$
$\Gamma(h \rightarrow \gamma\gamma)$		$<$		$=$
$\Gamma(h \rightarrow gg)$		$>$		$=$
$\Gamma(h \rightarrow A_H A_H)$		$=$		$=$

表 5.3: model-I和model-II、Case A和Case B中Higgs粒子各个衰变道衰变宽度的大小比较。 $f$ 代表 $b$ 、 $s$ 、 $d$ 、 $\tau$ 、 $\mu$ 、 $e$ ； $V$ 代表 $W$ 、 $Z$ 。

### 5.1.5 $h \rightarrow Z\gamma$

$h \rightarrow Z\gamma$ 是一个稀有衰变过程。在标准模型中，其衰变分支比最多不超过千分之三，并且不是寻找Higgs粒子的重要衰变道，我们对此不作重点研究。[51]表明标准模型中 $W_L$ 玻色子圈图的贡献远大于top夸克圈图的贡献，并且新的费米子与新的玻色子的贡献存在抵消[47]，因此对于model-I和model-II中 $h \rightarrow Z\gamma$ 的衰变宽度，我们可以近似得到

$$\Gamma(h \rightarrow Z\gamma)_{LH} = \Gamma(h \rightarrow Z\gamma)_{SM} \left( \frac{g_{hVV}}{g_{hVV}^{SM}} \right)^2. \quad (5.18)$$

(5.18)式只是定性地描述model-I和model-II中 $h \rightarrow Z\gamma$ 的衰变宽度，更精确的结果需要详细的计算。

最后，我们做一个总结。表5.3比较了model-I和model-II、Case A和Case B中各个道的衰变宽度大小，为我们下文的讨论打下基础。

## 5.2 结果与讨论

上一节我们只是定性地分析了model-I和model-II中Higgs粒子的各主要衰变道。这一节我们考虑了较大的QCD和电弱修正，应用专门的程序Hdecay [52]进行更精确的计算，并对I-A、I-B、II-A和II-B中Higgs粒子的衰变做更详细的讨论。[47]研究了I-B中Higgs粒子的标准模型衰变道，对I-A的标准模型衰变道也作了简单的分析；[49]研究了I-A中 $h \rightarrow A_H A_H$ 衰变道。

在我们的计算过程中，除了标准模型的输入参数，还涉及到一些新的自由参数。

- 标准模型的输入参数值取自[53]。
- T-odd费米子与Higgs粒子的耦合 $\kappa$ 。上一节我们已经论述了只要粒子的质量远大于 $\frac{m_h}{2}$ ， $h \rightarrow gg$ 和 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变宽度对粒子的质量并不敏感。因此，我们这里取 $\kappa = 1$ 。
- $f$ 是小Higgs理论的典型标度。当 $f$ 较大时，小Higgs理论对标准模型过程的修正效应应该退耦掉。此外，Higgs粒子的衰变和产生对其质量是非常敏感的。因此，本文我们重点考察这两个参数对结果的影响。根据[44, 54, 55]的限制，我们选取 $500 \text{ GeV} \leq f \leq 1000 \text{ GeV}$ ， $100 \text{ GeV} \leq m_h \leq 500 \text{ GeV}$ 。
- top夸克部分的耦合常数 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 。这两个参数可以用top夸克的质量和 $r$ 来代替，

$$r = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}. \quad (5.19)$$

如(4.16)式所示，当 $r = 1$ 时，model-II中top夸克部分可以得到简单的形式。精确电弱测量数据也倾向于model-I和model-II中的 $r$ 在1附近[44, 54, 55]。因此，在研究Higgs粒子的产生和衰变过程中，我们简单选取 $r = 1$ 。

在图5.2中，我们给出了标准模型中Higgs粒子的主要衰变分支比（BR）随质量的变化。图5.3和5.4分别给出了 $f = 500 \text{ GeV}$ 和 $f = 1000 \text{ GeV}$ 时，model-I和model-II中Higgs粒子的主要衰变分支比。对于I-A、I-B、II-A和II-B四种情况，从图5.3我们能够得到如下结论：

- 当 $m_h > 130 \text{ GeV}$ ，衰变道 $h \rightarrow A_H A_H$ 开启。在 $130 \text{ GeV} < m_h < 150 \text{ GeV}$ 范围内，Higgs粒子将主要衰变到暗物质， $h \rightarrow A_H A_H$ 道的衰变分支比大于70%。随着Higgs质量的增加， $BR(h \rightarrow A_H A_H)$ 将明显降低，当Higgs质量接近160GeV左右时， $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比与 $h \rightarrow WW$ 差不多。当Higgs质量大于300GeV时， $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比将低于10%。

解释：在 $130 \text{ GeV} < m_h < 150 \text{ GeV}$ 区间，Higgs粒子可以衰变到两个在壳的 $A_H$ ，并且其与Higgs粒子的耦合正比于 $g^2$ 。而 $h \rightarrow b\bar{b}$ 衰变道被 $b$ 夸克的Yukawa耦合压低，并且此区间内Higgs粒子不能衰变到两个在壳的W玻

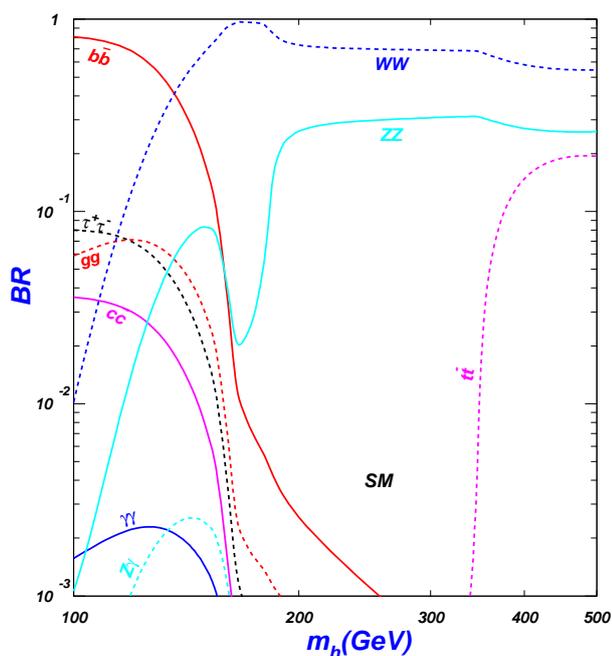


图 5.2: 标准模型中Higgs粒子的主要衰变分支比随质量的变化。

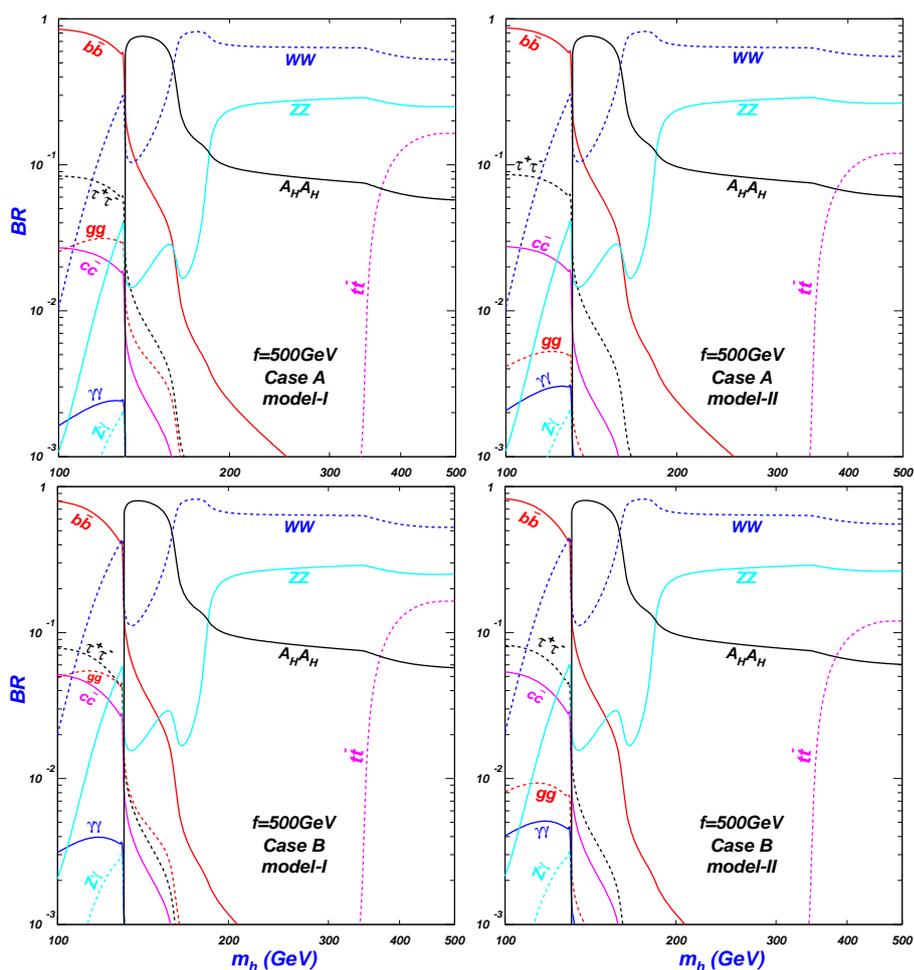


图 5.3:  $f = 500\text{GeV}$ , model-I和model-II中Higgs粒子的主要衰变分支比随质量的变化。

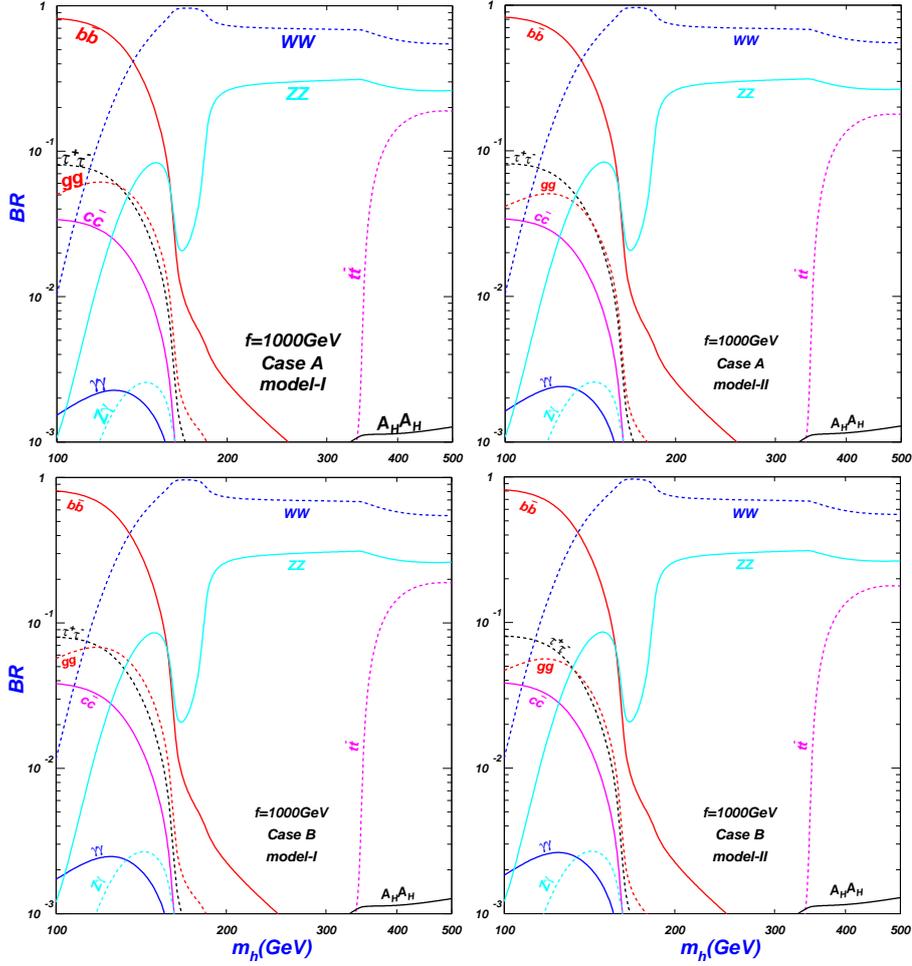


图 5.4: 同图(5.3),  $f = 1000\text{GeV}$

色子, 所以  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变宽度在此区间内是最大的。而随着 Higgs 质量增加, 接近  $2m_W$ 、 $2m_Z$ 、 $2m_t$  时,  $h \rightarrow WW$ 、 $h \rightarrow ZZ$  和  $h \rightarrow tt$  的衰变宽度都分别明显变大,  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变分支比相应变小。

- $h \rightarrow gg$  和  $h \rightarrow \gamma\gamma$  的衰变分支比均有明显不同, 尤其是  $h \rightarrow gg$ 。我们接下来将会给出这些衰变分支比与标准模型预言值的偏离, 再做更详细的讨论。

从图 5.4 我们可以看到当  $f = 1000\text{GeV}$  时,  $h \rightarrow A_H A_H$  的衰变分支比变得非常小, 不到千分之二。这是因为随着  $f$  的增加,  $A_H$  的质量迅速变大,  $h \rightarrow$

$A_H A_H$ 的衰变宽度被 $\frac{1}{m_{A_H}^4}$ —严重压低。比较图5.3、5.4以及标准模型中Higgs粒子的衰变分支比图5.2, 我们可以看出随着标度 $f$ 的增加, Higgs粒子的各个衰变分支比都更接近于标准模型的预言值, 小黑格斯模型的效应逐渐退耦掉。

与标准模型中Higgs粒子的衰变相比, model-I和model-II一个重要的区别就是 $h \rightarrow A_H A_H$ 这个“不可见”的新衰变道, 在图5.5中我们更加详细地给出了model-I和model-II中 $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比, 我们可以看到:

- Case B与Case A相比, 前者 $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比后者要大一些, 如Case B中的 $BR(h \rightarrow A_H A_H)$ 最大可以超过80%, 而Case A至多达到76%。这主要是因为Case B中 $h \rightarrow b\bar{b}$ 的衰变宽度比Case A的预言值要小。而model-I和model-II相比,  $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比基本相同。
- $h \rightarrow A_H A_H$ 衰变道只在较小的参数空间内是主要的。例如只要 $f > 540\text{GeV}$ 或者 $m_h > 160\text{GeV}$ 其衰变分支比都在50%以下。

人们对“不可见”的Higgs衰变道已有所研究。在LEP2上, 假设 $e^+e^- \rightarrow Zh$ 过程有标准模型的散射截面, 并且Higgs粒子全部衰变到“不可见”物质, 则要求Higgs的质量大于114.4GeV [56]。在model-I和model-II中, 其相应的信号

$$S = S_{SM} \frac{\sigma_{LH} BR_{LH}}{\sigma_{SM} BR_{SM}} \quad (5.20)$$

其中 $S_{SM}$ 为SM中的信号,  $\sigma_{SM}$ 和 $BR_{SM}$ 为SM中的散射截面及“不可见”衰变道的分支比, 这里 $BR_{SM} = 1$ 。  $\sigma_{LH}$ 和 $BR_{LH}$ 分别是model-I或model-II中的散射截面及 $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比。在model-I和model-II中, 如果 $f$ 最低为500GeV, 只有 $m_h > 130\text{GeV}$ 时, “不可见”的衰变道 $h \rightarrow A_H A_H$ 才能开启, 并且其衰变分支比至多为80%。此外, 由于 $hVV$ 耦合的压低, 导致 $\frac{\sigma_{LH}}{\sigma_{SM}} < 1$ 。因此model-I和model-II中Higgs粒子的 $h \rightarrow A_H A_H$ “不可见”衰变道并不会与LEP2的实验矛盾。在LHC上寻找一个主要衰变到“不可见”物质的Higgs粒子要比在轻子对撞机上更有难度。[57]指出如果LHC上 $q\bar{q} \rightarrow Zh$ 过程有SM的散射截面, 且“不可见”道的衰变分支比为100%, 在 $114\text{GeV} \leq m_h \leq 140\text{GeV}$ 范围内, 积分亮度达到 $10\text{fb}^{-1}$ 就会有 $5\sigma$ 的发现。如果仍然只考虑SM的背景, 在model-I和model-II中要达到同样的significance, 由(5.20)式可知所需要的亮度应为

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 R^{-2}, \quad (5.21)$$

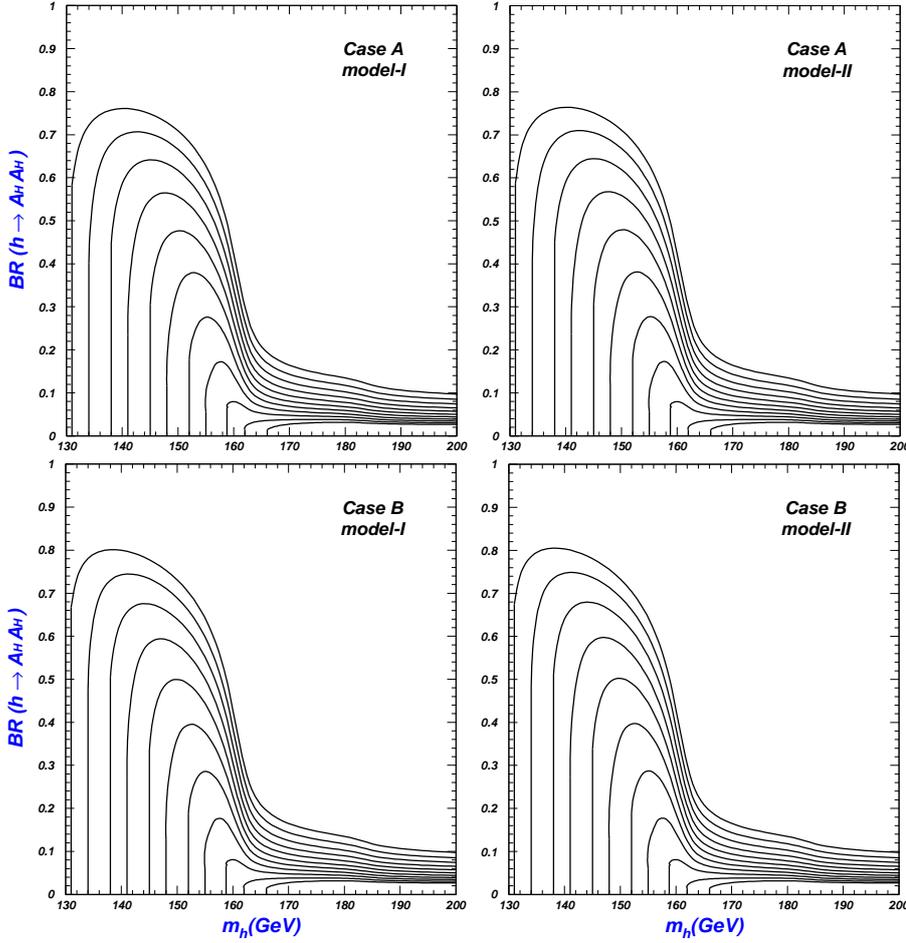


图 5.5: model-I和model-II中 $h \rightarrow A_H A_H$ 的衰变分支比随Higgs质量的变化。最上面的线为 $f = 500$  GeV, 依次增加10GeV, 直到最底部的线为600GeV。

这里 $R = \frac{\sigma_{LH}}{\sigma_{SM}} \frac{BR_{LH}}{BR_{SM}}$ 。因此根据(5.21)式, 如果model-I和model-II中 $f = 500$  GeV, 要想在LHC上通过 $q\bar{q} \rightarrow Zh$ 过程有 $5\sigma$ 的发现, 需要LHC的亮度高于 $20 fb^{-1}$ 。随着Higgs质量的增加,  $q\bar{q} \rightarrow Zh$ 过程的散射截面迅速降低, 当Higgs质量大于160GeV时, 更有效的探测道是 $qq \rightarrow hqq$  [58], 典型的信号是具有较高能量, 并且速度有较大差别的两个jets, 同时伴有大量的能量丢失。[59]指出结合上述两个道的共同分析, 能够相对减少对模型的依赖而确定出几乎全部衰变到“不可见”物质的Higgs粒子的质量。但是, 在model-I和model-II中, Higgs质量大于160GeV时,  $BR(h \rightarrow A_H A_H)$ 迅速降低。因此, 通过 $qq \rightarrow hqq$ 过程来探测衰变到暗物质的Higgs粒子需要LHC有更高的亮度。

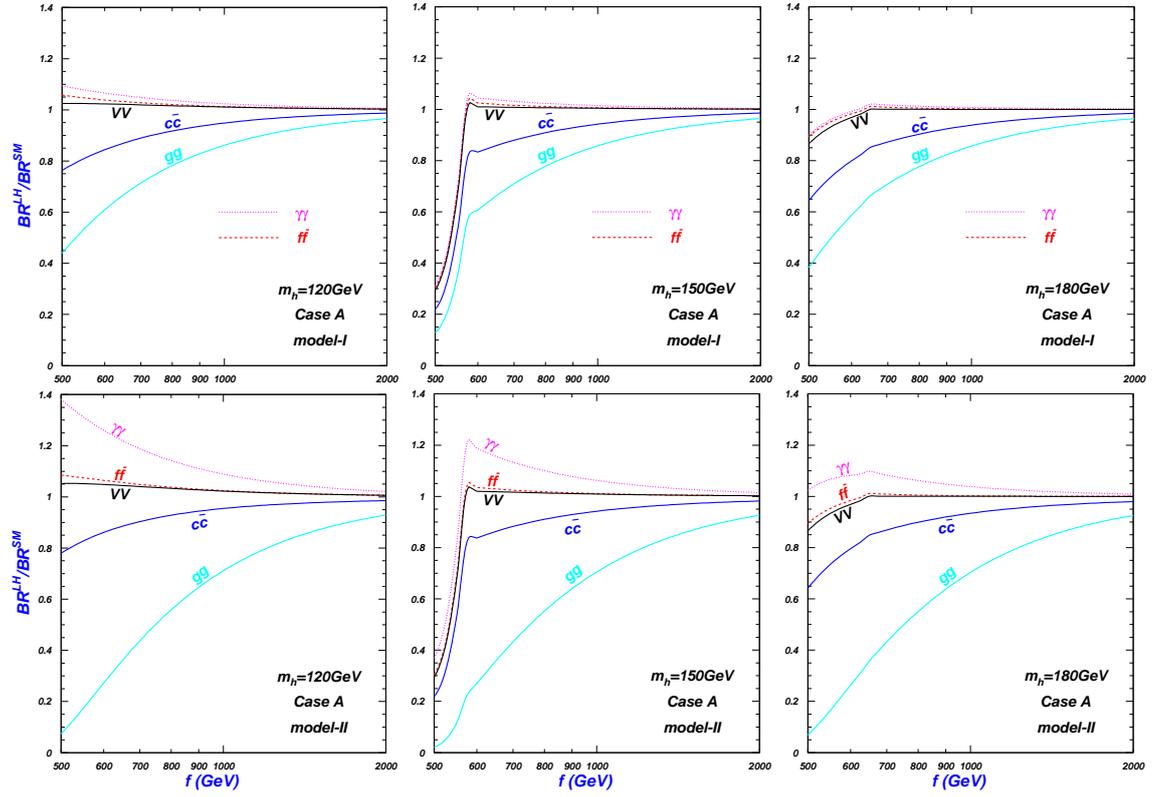


图 5.6:  $f = 500$  GeV, model-I和model-II中Higgs粒子的衰变分支比与SM预言值的比值。 $BR^{SM}$ 代表SM的衰变分支比,  $BR^{LH}$ 代表model-I或model-II的预言值。

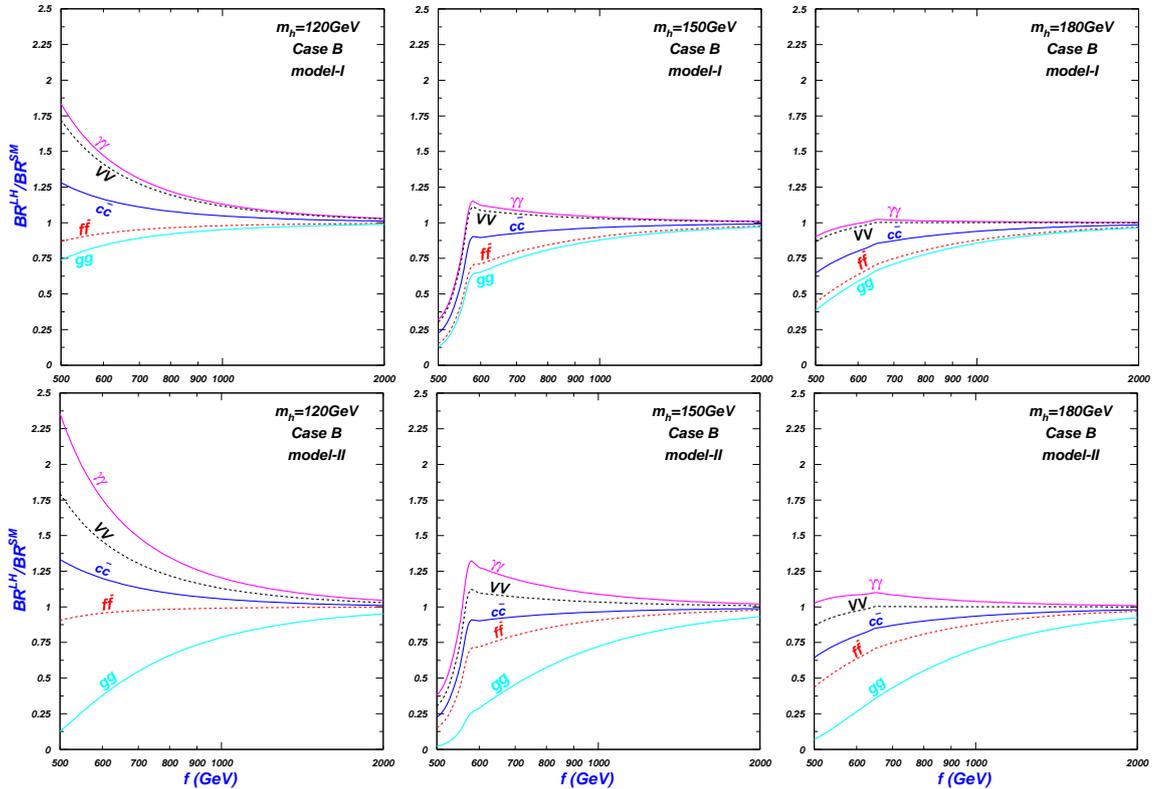


图 5.7: 同图(5.6), 只是Case B。

为了与标准模型中Higgs粒子的衰变作更清晰地比较,在图5.6和5.7中,我们给出了model-I和model-II中Higgs粒子的衰变分支比与相应的标准模型预言值的比值。这些衰变道是 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $h \rightarrow VV$ 、 $h \rightarrow gg$ 、 $h \rightarrow f\bar{f}$ 和 $h \rightarrow c\bar{c}$ ,其中 $h \rightarrow c\bar{c}$ 的结论也完全适用于 $h \rightarrow u\bar{u}$ 。从图5.6和5.7我们可以得到如下结论:

(1) 对于I-A、I-B、II-A、II-B

- 与标准模型预言值的偏离对破缺标度 $f$ 非常敏感。当 $f$ 较小时,各个衰变分支比偏离标准模型的预言值较大,随着 $f$ 的增加,其偏离程度变小,当 $f = 2 \text{ TeV}$ 时,基本上回归到标准模型的预言值。
- 与标准模型预言值的偏离对Higgs质量范围也较敏感。如 $m_h = 120 \text{ GeV}$ 、 $150 \text{ GeV}$ 和 $180 \text{ GeV}$ 时,各个衰变分支比与标准模型预言值偏离的程度随标度 $f$ 的变化有明显不同。尤其是 $m_h = 150 \text{ GeV}$ ,在 $f = 500 \text{ GeV}$ 附近,I-A、I-B、II-A、II-B中各个衰变分支比急剧变小。

解释:  $m_h = 150 \text{ GeV}$ 时,在 $f = 500 \text{ GeV}$ 附近的参数空间内,Higgs粒子总的衰变宽度主要被 $\Gamma(h \rightarrow A_H A_H)$ 主宰,而在此参数范围内标准模型Higgs粒子总的衰变宽度由 $\Gamma(h \rightarrow b\bar{b})$ 和 $\Gamma(h \rightarrow WW^*)$ 主宰。因此前者总的衰变宽度比标准模型要大出很多,导致在此参数空间内model-I和model-II中所有标准模型衰变道的衰变分支比都急剧变小。

(2) 比较model-I和model-II

- 在相同的Case A或Case B情况下, $h \rightarrow c\bar{c}$ 、 $h \rightarrow f\bar{f}$ 和 $h \rightarrow VV$ 在model-I和model-II中的衰变分支比分别近似相等。
- 在相同的Case A或Case B情况下, $h \rightarrow \gamma\gamma$ 和 $h \rightarrow gg$ 在model-I和model-II中的衰变分支比均有明显区别。尤其是 $h \rightarrow gg$ ,model-II的预言值压低更严重。

解释: 从表5.3我们可以看出,model-I和model-II中的 $h \rightarrow b\bar{b}$ 、 $h \rightarrow A_H A_H$ 和 $h \rightarrow VV$ 的衰变宽度分别相等。Higgs粒子的总衰变宽度在不同的Higgs质量范围内分别被这三个道主宰,所以可以近似认为model-I和model-II中Higgs粒子的总衰变宽度相同。从表5.3所显示的model-I和model-II中各个衰变道的衰变宽度的大小关系,可以估计出上述的结论。 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 道

最主要的贡献来自于玻色子，model-I和model-II中玻色子部分的贡献是相同的，所以 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变分支比在两个模型中的区别没有 $h \rightarrow gg$ 明显。

### (3) 比较Case A和Case B

- 在相同的model-I或model-II情况下，Case B中 $h \rightarrow f\bar{f}$ 的衰变分支比比Case A中的预言值明显要小，此结论在整个Higgs质量范围内均成立。
- 在相同的model-I或model-II情况下，当Higgs粒子质量很小时，如 $m_h = 120$  GeV，除了 $h \rightarrow f\bar{f}$ 道，Case B中所有的衰变分支比都比Case A中相应的预言值要大很多。

解释：Case B中 $h \rightarrow f\bar{f}$ 的衰变宽度明显小于Case A的预言值，而其它所有衰变道的衰变宽度都相等。所以第一个结论自然可以得到。当 $m_h = 120$  GeV，Higgs粒子总的衰变宽度由 $\Gamma(h \rightarrow b\bar{b})$ 主宰，所以Case B中Higgs粒子的总衰变宽度比Case A要小，因此第二个结论也是显然的。

通过上面的讨论，我们可以发现I-A、I-B、II-A和II-B中Higgs粒子的衰变与SM相比都会有明显的不同。尤其令我们印象深刻的是，在适当的参数空间内，Higgs粒子将主要衰变到暗物质。此外，在I-A、I-B、II-A和II-B中，Higgs粒子的衰变也都会存在一些典型的区别。



## 第六章 黑格斯粒子的产生及观测信号

LHC主要的任务之一就是寻找Higgs粒子。除了标准模型，还有一些新物理模型如小Higgs、超对称等也预言了Higgs粒子的存在。在不同的模型中，Higgs粒子的性质包括产生和衰变都会有明显地不同，因此相对敏感的探测道也会有所不同。同样，假设人们在LHC上发现了一个Higgs粒子，也需要进一步鉴定它是哪个模型所预言的Higgs粒子。这就需要人们对各种可能的新的物理模型中Higgs粒子的性质进行详细地比较研究。这一章，我们主要讨论具有T-宇称的最小黑格斯模型中Higgs粒子在LHC上的主要产生道，并基于这些产生道分析了各种可观测的信号。我们依然要对I-A、I-B、II-A、II-B和SM做比较研究。Model-I和model-II中新的“不可见”衰变道 $h \rightarrow A_H A_H$ 只是在 $f < 540$  GeV的较小参数空间内是主要的，上一章我们已经对通过这个道去寻找Higgs粒子进行了分析，这里不再重复。第一节我们首先介绍标准模型中Higgs粒子在LHC上主要的产生道及相应可行的观测信号。

### 6.1 标准模型中Higgs粒子在LHC上的产生道及可行的观测信号

在标准模型中，人们对LHC上Higgs的产生道及可行的观测信号与背景做了大量的研究。标准模型中Higgs粒子在LHC上主要的产生过程有：gluon gluon fusion过程（GF） $gg \rightarrow h$ 、weak boson fusion过程（WBF） $qq \rightarrow hqq$ 、伴随弱作用玻色子产生过程 $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$ 、伴随top夸克对产生过程 $gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t}$ 、伴随b夸克对产生过程 $gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b}$ 。图6.1给出了各主要产生过程的散射截面，联系到标准模型中Higgs粒子的衰变，见图5.2，将会对在LHC上寻找标准模型中的Higgs粒子具有极强地指导性。

#### 1. $gg \rightarrow h$

$gg \rightarrow h$ 过程主要来自于top夸克圈图的贡献。在LHC上，由于较大的胶子分布函数和top夸克Yukawa耦合，在整个Higgs质量的取值范围内， $gg \rightarrow h$ 过程都是LHC上最主要的产生过程。当Higgs质量小于140GeV时，尽管 $h \rightarrow b\bar{b}$ 是主要的衰变道，但是由于较大的QCD背景，并不能通过这个道来寻找Higgs粒子。接下来具有较大衰变分支比的应是 $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ 。如果Higgs粒子具有较大的

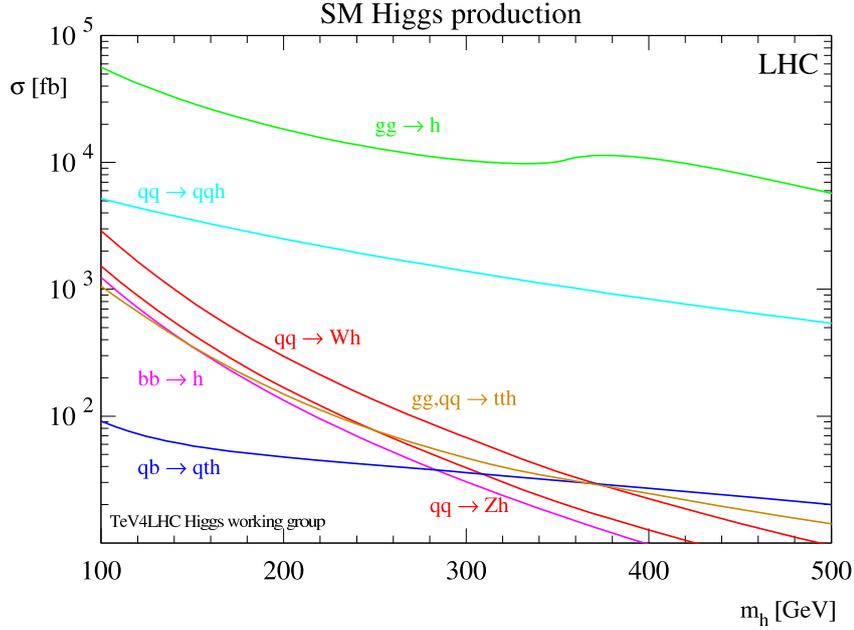


图 6.1: 标准模型中Higgs粒子在LHC上主要产生过程的散射截面[60]。

横动量，可以导致 $\tau$ 的衰变产物几乎是共线的，这样可以近似地重建出 $\tau\bar{\tau}$ 的不变质量[61]。对于 $gg \rightarrow h$ 过程，具有较大横动量的Higgs粒子的事例数是非常少的，所以 $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ 也将遭受到较大的背景。尽管 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的衰变分支比是非常小的，例如 $m_h = 120$  GeV时， $Br(h \rightarrow \gamma\gamma) \approx 0.2\%$ ，但是研究表明，对于 $114 \text{ GeV} < m_h < 140 \text{ GeV}$ ， $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ 提供了一个非常敏感的Higgs粒子探测道。当积分亮度为 $100 \text{ fb}^{-1}$  ( $10 \text{ fb}^{-1}$ )， $\sigma(pp \rightarrow (gg \rightarrow h)X)$ 与 $BR(h \rightarrow \gamma\gamma)$ 的乘积在ATLAS和CMS上能够精确测量到10% (30%) [62, 63]。

当 $2m_W < m_h < 2m_Z$ 时， $h \rightarrow W^+W^-$ 衰变分支比可以超过95%， $h \rightarrow W^+W^- \rightarrow l\nu l\nu$  ( $l = e^\pm$ 或者 $\mu^\pm$ )将会提供一个敏感的探测道[64]。最主要的背景来自于LHC上 $W^+W^-$ 和 $t\bar{t}$ 的产生过程。由于丢失的中微子能量，并不能直接重建出Higgs粒子的质量，但是根据带电轻子的角度关联能够压低背景 $W^+W^-$  [65]。由top夸克衰变产生的 $b$  jets多具有较大的横动量，cut掉这些事例也可以有效地压低背景 $t\bar{t}$ 。

当Higgs的质量大于130GeV时 (不包括 $2m_W \sim 2m_Z$ )， $h \rightarrow ZZ^{(*)} \rightarrow 4l$  ( $4e$ ,  $4\mu$ 或者 $2e2\mu$ )是最佳的探测道[64]，这里要求至少一个Z玻色子是在壳的。这个道比 $h \rightarrow W^+W^-$ 要更容易观测，因为轻子的不变质量可以直接重建

出来, 主要的背景  $pp \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$  能够有效的被压低。

### 2. $qq \rightarrow hqq$

$qq \rightarrow hqq$  过程主要是通过两个价夸克各自产生出一个  $W$  或  $Z$  玻色子, 再由这两个  $W$  或两个  $Z$  fusion 到一个 Higgs 粒子。在各种产生过程中, WBF 过程的散射截面仅次于  $gg \rightarrow h$  过程, 所以有必要进行仔细研究。除了  $h \rightarrow W^+W^- \rightarrow l\nu l\nu$  和  $h \rightarrow ZZ \rightarrow 4l$  这两个主要的探测道, 当 Higgs 的质量小于 150 GeV 时,  $h \rightarrow \tau\tau$  将是一个重要的探测道 [61, 66]。这是因为并不像  $gg \rightarrow h$  过程, WBF 过程产生的 Higgs 粒子多具有  $\mathcal{O}(100 \text{ GeV})$  的横动量, 人们可以近似地重建出  $\tau\tau$  的不变质量。

### 3. $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$

$qq \rightarrow Wh, Zh$  过程为在 Tevatron 上寻找低于 130 GeV 的 Higgs 粒子提供了一个很好的探测道。玻色子衰变到轻子能够排除较大的 QCD 背景, 因此可以通过  $h \rightarrow b\bar{b}$  来寻找 Higgs 粒子。但是在 LHC 上, 通过衰变道  $h \rightarrow b\bar{b}$  [67, 68]、 $h \rightarrow \gamma\gamma$  [68, 69] 和  $h \rightarrow WW$  [70] 来寻找 Higgs 粒子并不乐观。

### 4. $gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t}$

$ht\bar{t}$  产生过程是非常重要的, 通过它可以直接测量 top 夸克的 Yukawa 耦合 [71]。最初的研究认为在较低的 Higgs 质量范围内,  $b\bar{b}b\bar{b}l\nu jj$  是寻找 Higgs 粒子的重要信号 [72]。但是, 经过对背景和探测器模拟更详细的研究, 发现很难通过这个道寻找 Higgs 粒子 [73]。

### 5. $gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b}$

在标准模型中, 由于  $pp \rightarrow hb\bar{b}$  过程被  $b$  夸克的 Yukawa 耦合  $\frac{m_b}{v}$  压低, 几乎不可能通过这个道来寻找 Higgs 粒子。

## 6.2 对各种产生道的简要分析

这一节, 我们将对 model-I 和 model-II 中 Higgs 粒子在 LHC 上的各种产生过程进行一些解析的描述, 让我们对 Higgs 粒子的产生特点有定性的了解。

### 1. $gg \rightarrow h$

$gg \rightarrow h$ 产生过程与 $h \rightarrow gg$ 衰变过程有紧密的关联,

$$\begin{aligned}\sigma(pp \rightarrow (gg \rightarrow h)X) &= \hat{\sigma}(gg \rightarrow h)\tau_0 \int_{\tau_0}^1 \frac{dx}{x} f_g(x, \mu_F^2) f_g\left(\frac{\tau_0}{x}, \mu_F^2\right), \\ \hat{\sigma}(gg \rightarrow h) &= \Gamma(h \rightarrow gg) \frac{\pi^2}{8m_h^3},\end{aligned}\quad (6.1)$$

这里 $\tau_0 = \frac{m_h^2}{s}$ ,  $s$ 为LHC的质心能量平方。用CTEQ6L [74]产生胶子分布函数 $f_g$ , 因子化标度 $\mu_F = m_h$ 。由(6.1)式可知model-I和model-II对 $gg \rightarrow h$ 产生过程的修正效应完全体现在 $\Gamma(h \rightarrow gg)$ 。上一章我们已经对model-I和model-II中的 $\Gamma(h \rightarrow gg)$ 做了详细的论述, 从中可以推断出model-I和model-II中的 $\sigma(gg \rightarrow h)$ 与标准模型的预言值相比有明显的压低, 尤其是model-II压低更严重。这里,

$$\sigma(gg \rightarrow h) \equiv \sigma(pp \rightarrow (gg \rightarrow h)X). \quad (6.2)$$

在本文的后面, 如不作特殊说明, 我们都有此约定。同样, 对于其它的产生过程也采用类似的约定。

## 2. 其它的产生道

Cross Section	model - I	model - II	CaseA	CaseB
$\sigma(gg \rightarrow h)$		>		=
$\sigma(qq \rightarrow hqq)$		=		=
$\sigma(q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh)$		=		=
$\sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t})$		>		=
$\sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b})$		=		>

表 6.1: 比较model-I和model-II、Case A和Case B中Higgs粒子各个产生道散射截面的大小。

$qq \rightarrow hqq$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$ 、 $pp \rightarrow ht\bar{t}$ 和 $pp \rightarrow hb\bar{b}$ 产生过程的领头阶都是树图, model-I和model-II对这些产生过程的修正主要来自于被修改的相关耦合:

$$\begin{aligned}\sigma(qq \rightarrow hqq)_{LH} &= \sigma(qq \rightarrow hqq)_{SM} \left( \frac{g_{hVV}}{g_{hVV}^{SM}} \right)^2, \\ \sigma(q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh)_{LH} &= \sigma(q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh)_{SM} \left( \frac{g_{hVV}}{g_{hVV}^{SM}} \right)^2,\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t})_{LH} &= \sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t})_{SM} \left( \frac{g_{ht\bar{t}}}{g_{ht\bar{t}}^{SM}} \right)^2, \\
\sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b})_{LH} &= \sigma(gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b})_{SM} \left( \frac{g_{hb\bar{b}}}{g_{hb\bar{b}}^{SM}} \right)^2.
\end{aligned} \tag{6.3}$$

从(6.3)式, 我们可以看出具有T-宇称的最小黑格斯模型对 $qq \rightarrow hqq$ 和 $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$ 这两个产生过程的修正是相同的。因为在model-I和model-II中, Higgs粒子与SM粒子的耦合都被压低, 所以上面所有的产生过程都会被压低。此外, model-I和model-II中Higgs粒子与下型夸克以及W、Z规范玻色子的耦合完全相同, 所以在这两个模型中 $qq \rightarrow hqq$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Wh, Zh$ 和 $gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b}$ 产生过程的散射截面相同。而model-II中top夸克的Yukawa耦合明显比model-I的值要小, 所以 $gg, q\bar{q} \rightarrow ht\bar{t}$ 产生过程的散射截面在model-II中压低更严重。Case B中的耦合 $hb\bar{b}$ 比Case A压低严重, 所以前者 $gg, q\bar{q} \rightarrow hb\bar{b}$ 的散射截面要比后者压低更严重。

最后, 我们做了一个总结。在表6.1中, 比较了model-I和model-II、Case A和Case B中各个产生道散射截面的大小, 为我们下文的讨论打下一个基础。

### 6.3 结果与讨论

实验上我们观测到的都是Higgs粒子的衰变产物, 所以这节我们将结合Higgs粒子的衰变研究Higgs粒子的各个产生道及可行的观测信号。在model-I中, Higgs粒子的一些产生道及观测信号已经被[47]研究过了。

#### 6.3.1 $gg \rightarrow h$

$gg \rightarrow h$ 过程一般被认为是Higgs粒子在LHC上最主要的产生道。在相应的质量范围内, 可能的探测道分别是 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 和 $h \rightarrow VV$ 。我们先定义

$$\begin{aligned}
R(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma) &\equiv \sigma(gg \rightarrow h) \times Br(h \rightarrow \gamma\gamma), \\
R(gg \rightarrow h \rightarrow VV) &\equiv \sigma(gg \rightarrow h) \times Br(h \rightarrow VV), \\
R(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f}) &\equiv \sigma(gg \rightarrow h) \times Br(h \rightarrow f\bar{f}).
\end{aligned} \tag{6.4}$$

其次再定义 $R^{SM}$ 表示相应的 $R$ 是标准模型的预言值;  $R^{LH}$ 表示具有T-宇称的最小黑格斯模型的预言值, 有四种情况: I-A、I-B、II-A和II-B。

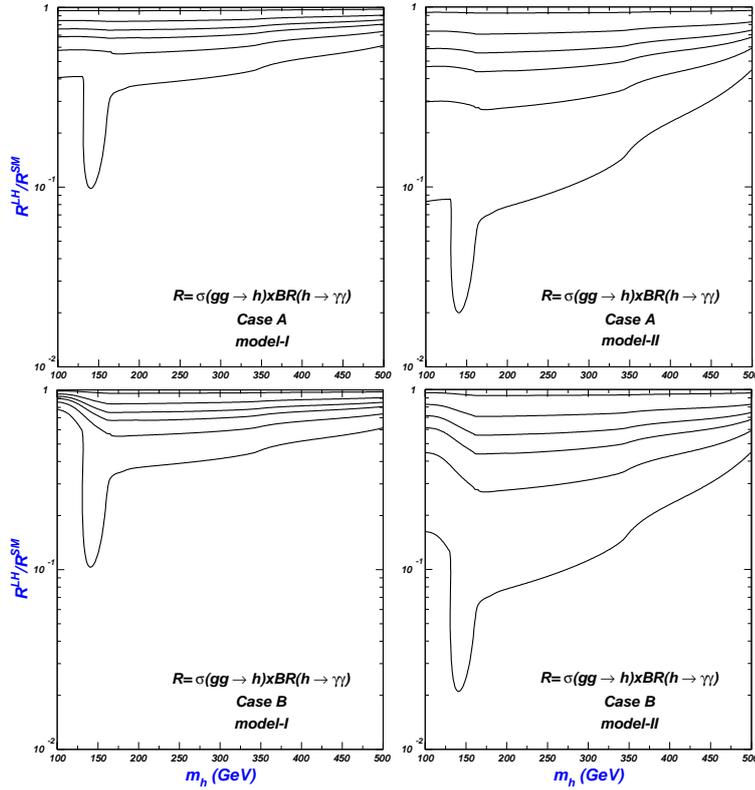


图 6.2:  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}$  随 Higgs 质量的变化。从下往上,  $f$  分别为 500 GeV、600 GeV、700 GeV、800 GeV、1 TeV、2 TeV。

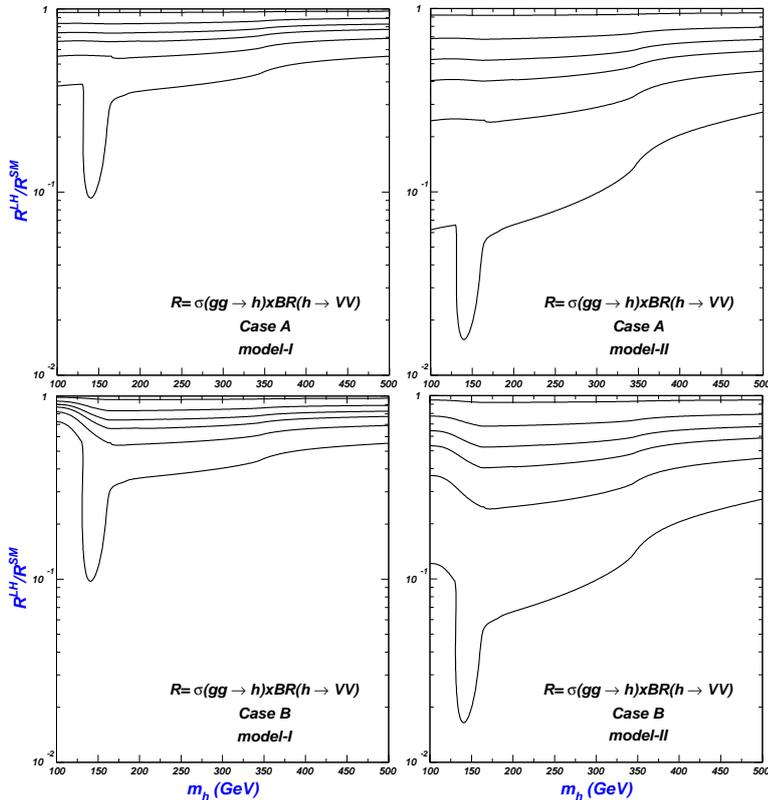


图 6.3: 同图 6.2, 只是  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}$ 。

在图6.2和6.3中，我们分别给出了 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}$ 和 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}$ 随Higgs质量的变化曲线。从图6.2和6.3我们可以得到如下结论：

- 对于I-A、I-B、II-A和II-B

$gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ 和 $gg \rightarrow h \rightarrow VV$ 过程的事例数与SM的预言值相比有明显地减少，其偏离的程度对参数 $f$ 敏感， $f$ 越大偏离越小，当 $f = 2$  TeV时，基本上与SM的预言值相同。

- 比较model-I和model-II

model-II中的 $R(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $R(gg \rightarrow h \rightarrow VV)$ 明显小于model-I中的预言值。如 $f = 500$  GeV， $m_h = 140$  GeV附近，model-I的预言值约为SM的10%，而model-II约为1%。尽管model-II和model-I中 $Br(h \rightarrow VV)$ 相当，甚至model-II中的 $Br(h \rightarrow \gamma\gamma)$ 比model-I的预言值还要大，但是由于model-II中的 $\sigma(gg \rightarrow h)$ 远小于model-I的预言值，导致 $R(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $R(gg \rightarrow h \rightarrow VV)$ 要明显小于model-I的预言值。

- 比较Case A和Case B

当Higgs质量较小时，Case B中的 $R(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $R(gg \rightarrow h \rightarrow VV)$ 要明显大于Case A中的预言值，主要原因是Case B中的 $Br(h \rightarrow \gamma\gamma)$ 和 $Br(h \rightarrow VV)$ 比Case A的预言值要大。

尽管在LHC上很难通过 $gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f}$ 过程发现Higgs粒子，但是为了让大家能够对 $gg \rightarrow h$ 产生道有更全面的了解，我们在图6.4中给出了 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}$ 随Higgs质量的变化曲线。从图6.4我们可以看出I-A、I-B、II-A和II-B中的 $R(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})$ 与SM的预言值相比都有明显地减少，尤其是Case B中的 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}$ 比 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)}$ 和 $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow VV)}$ 还要小很多。

综上所述，在model-I和model-II中通过 $gg \rightarrow h$ 过程寻找Higgs粒子并没有SM乐观。但是另一方面，当Higgs粒子质量较低时， $R(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ 可以在实验上精确测量。例如当亮度为 $100 \text{ fb}^{-1}$  ( $10 \text{ fb}^{-1}$ )时，可精确测量到10% (30%)。图6.2显示在较大的参数空间内，I-A、I-B、II-A和II-B对 $R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma)$ 的修正都可以大于30%，甚至在一些参数空间内I-A、I-B、II-A和II-B彼此之间都会有超过10%的区别，因此在LHC上能够通过 $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ 过程区分出I-A、I-B、II-A、II-B以及SM。

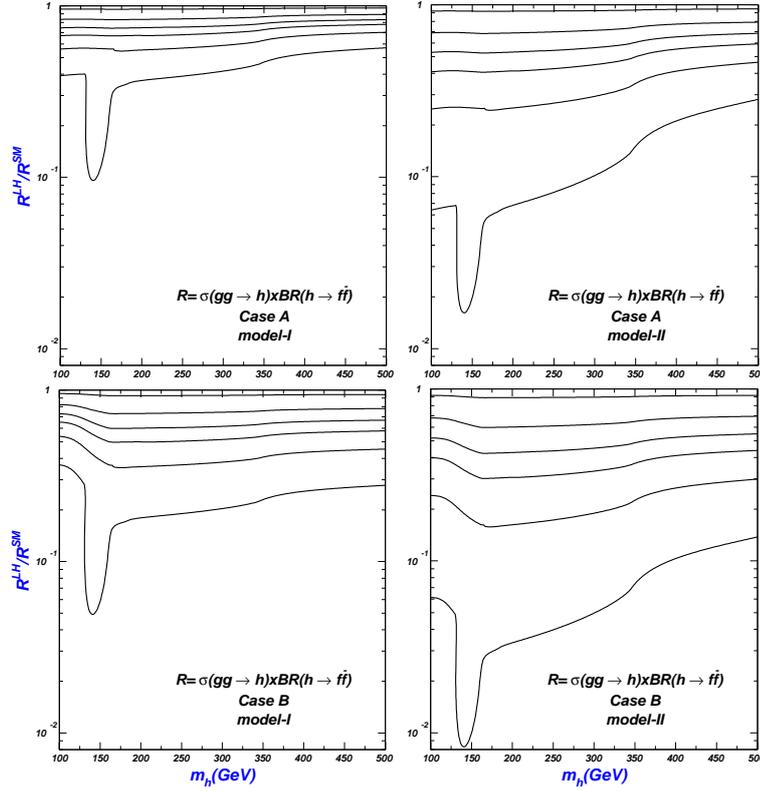


图 6.4: 同图6.2, 只是  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}{R^{SM}(gg \rightarrow h \rightarrow f\bar{f})}$ 。

### 6.3.2 $qq \rightarrow qqh$

除了  $gg \rightarrow h$ ,  $qq \rightarrow qqh$  也是寻找Higgs粒子一个重要的产生过程。在相应的质量范围内, 可能的观测道分别是  $h \rightarrow \gamma\gamma$ 、 $h \rightarrow VV$  和  $h \rightarrow \tau\tau$ 。同样, 我们先定义

$$\begin{aligned}
 R(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma) &\equiv \sigma(qq \rightarrow qqh) \times Br(h \rightarrow \gamma\gamma), \\
 R(qqh \rightarrow qqVV) &\equiv \sigma(qq \rightarrow qqh) \times Br(h \rightarrow VV), \\
 R(qqh \rightarrow qqf\bar{f}) &\equiv \sigma(qq \rightarrow qqh) \times Br(h \rightarrow f\bar{f}).
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

在图6.5、6.6和6.7中, 我们分别给出了  $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma)}{R^{SM}(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma)}$ 、 $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qqVV)}{R^{SM}(qqh \rightarrow qqVV)}$  和  $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qqf\bar{f})}{R^{SM}(qqh \rightarrow qqf\bar{f})}$  随Higgs质量的变化曲线。从图6.5、6.6和6.7我们可以得到如下结论:

- $qqh \rightarrow qq\gamma\gamma$

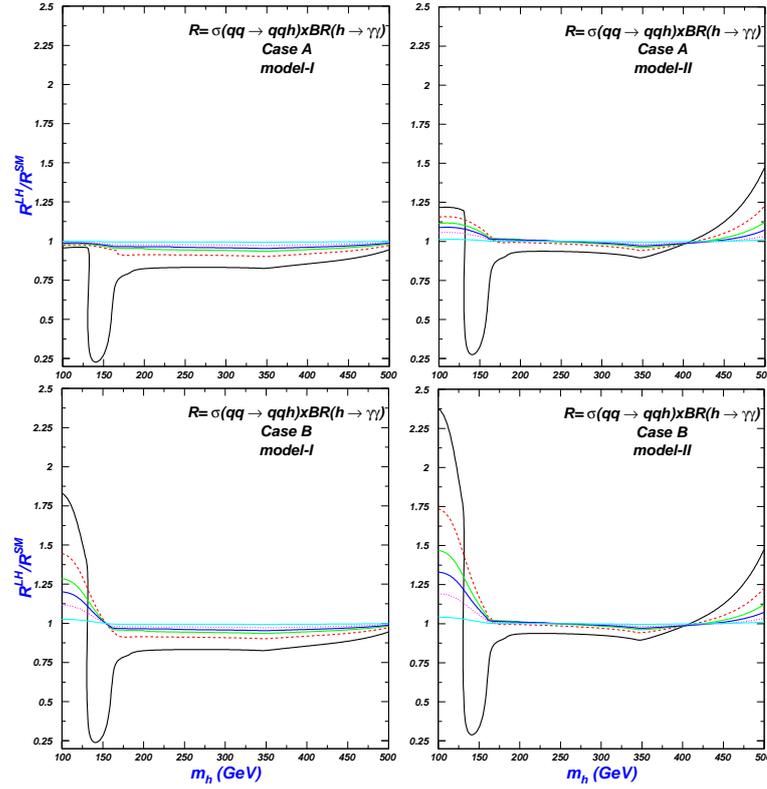


图 6.5:  $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma)}{R^{SM}(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma)}$  随 Higgs 质量的变化。I-A: 从下往上  $f$  分别为 500 GeV、600 GeV、700 GeV、800 GeV、1 TeV、2 TeV (以  $m_h = 300$  GeV 对应的值为准); I-B、II-A、II-B: 从上往下,  $f$  分别为 500 GeV、600 GeV、700 GeV、800 GeV、1 TeV、2 TeV (以  $m_h = 100$  GeV 对应的值为准)。

与  $R^{SM}(qqh \rightarrow qq\gamma\gamma)$  相比, I-A 的预言值在所选取的整个参数空间内都被压低。I-B、II-A、II-B 的预言值在 Higgs 质量较小的参数空间内可以得到提高, 并且 Case B 的预言值比 Case A 要大。此外, model-II 的预言值一般要明显大于 model-I。

- $qqh \rightarrow qqVV$

与  $R^{SM}(qqh \rightarrow qqVV)$  相比, I-A、II-A 的预言值在所选取的整个参数空间内均被压低。I-B、II-B 的预言值在 Higgs 质量较小的参数空间内可以得到提高, 因此 Case B 的预言值要大于 Case A。此外, model-II 的预言值

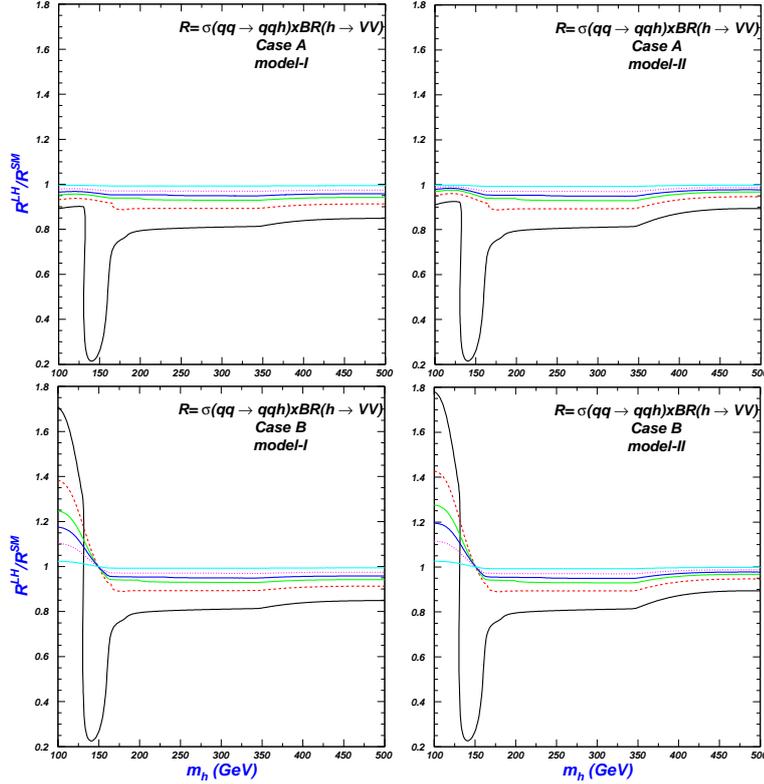


图 6.6:  $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qqVV)}{R^{SM}(qqh \rightarrow qqVV)}$  随Higgs质量的变化。从下往上,  $f$  分别为500GeV、600GeV、700GeV、800GeV、1TeV、2TeV (以  $m_h = 250$  GeV 对应的值为准)。

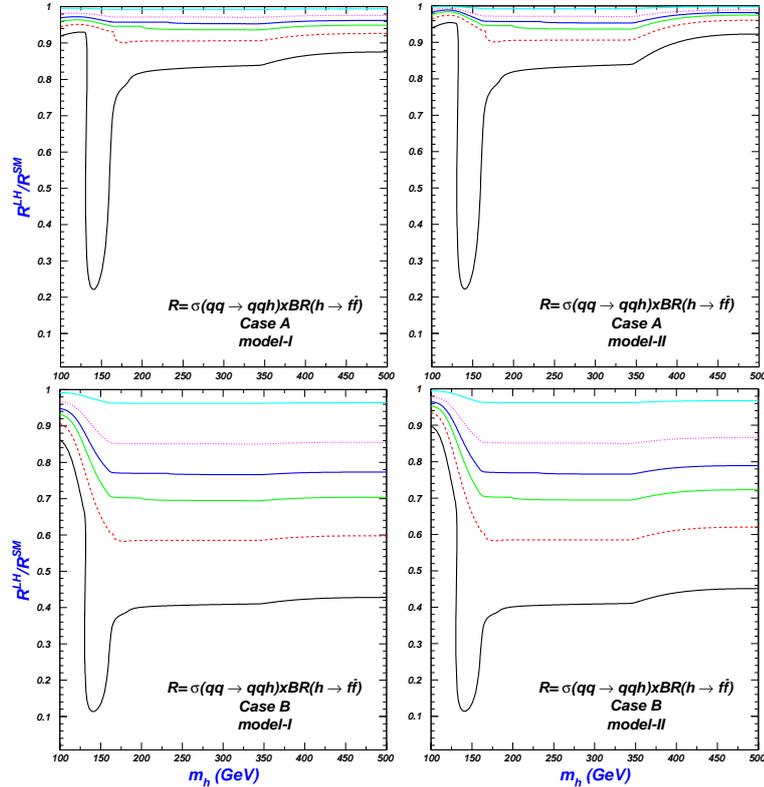


图 6.7:  $\frac{R^{LH}(qqh \rightarrow qqf\bar{f})}{R^{SM}(qqh \rightarrow qqf\bar{f})}$  随Higgs质量的变化。从下往上,  $f$  分别为500GeV、600GeV、700GeV、800GeV、1TeV、2TeV。

与model-I差不多。

- $qqh \rightarrow qqf\bar{f}$

与 $R^{SM}(qqh \rightarrow qqf\bar{f})$ 相比, 在所选取的整个参数空间内, I-A、I-B、II-A和II-B的预言值均被明显压低。Case B的预言值比Case A压低更严重, 最多分别可接近SM预言值的10%和20%; model-I的预言值和model-II相当。图6.7对 $f=b, s, d, \tau, \mu, e$ 都是适用的, 但对于寻找Higgs粒子而言, 只有 $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ 是有意义的。

对于I-A、I-B、II-A、II-B这四种情况,  $qq \rightarrow qqh$ 产生过程的散射截面是相同的, 它们之间的区别完全取决于Higgs粒子的衰变。因此根据我们上一章的讨论很容易得到上述结论。此外, I-A、I-B、II-A和II-B对SM中 $qq \rightarrow hqq$ 和 $q\bar{q} \rightarrow Vh$ 这两个产生过程的修正是相同的, 所以图6.5、6.6和6.7对于 $q\bar{q} \rightarrow Vh \rightarrow V\gamma\gamma$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Vh \rightarrow VVV$ 和 $q\bar{q} \rightarrow Vh \rightarrow Vff\bar{f}$ 依然成立。

### 6.3.3 $pp \rightarrow ht\bar{t}$

在SM中, 通过LHC上 $ht\bar{t}$ 的产生过程寻找Higgs粒子是比较有挑战性的。这里, 我们考察在model-I和model-II中,  $pp \rightarrow ht\bar{t}$ 产生过程能否给我们带来一些乐观的结果。

同样, 我们先定义

$$\begin{aligned} R(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma) &\equiv \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}h) \times Br(h \rightarrow \gamma\gamma), \\ R(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV) &\equiv \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}h) \times Br(h \rightarrow VV), \\ R(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f}) &\equiv \sigma(pp \rightarrow t\bar{t}h) \times Br(h \rightarrow f\bar{f}). \end{aligned} \quad (6.6)$$

在model-I和model-II中, top夸克依然几乎全部衰变到 $Wb$ , 而 $W$ 和 $Z$ 的各种衰变分支比与SM的预言值也几乎一致。因此对于最终的可观察信号(不包括稀有衰变), model-I或model-II与SM预言值的比值依然可以用 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}$ 、 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}$ 和 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}$ 相应地表示。

在图6.8、6.9和6.10中, 我们分别给出了 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}$ 、 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}$ 和 $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}$ 随Higgs质量的变化曲线。从图6.8、图6.9和6.10我们可以得到如下结论:

- $t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma$ 和 $t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV$

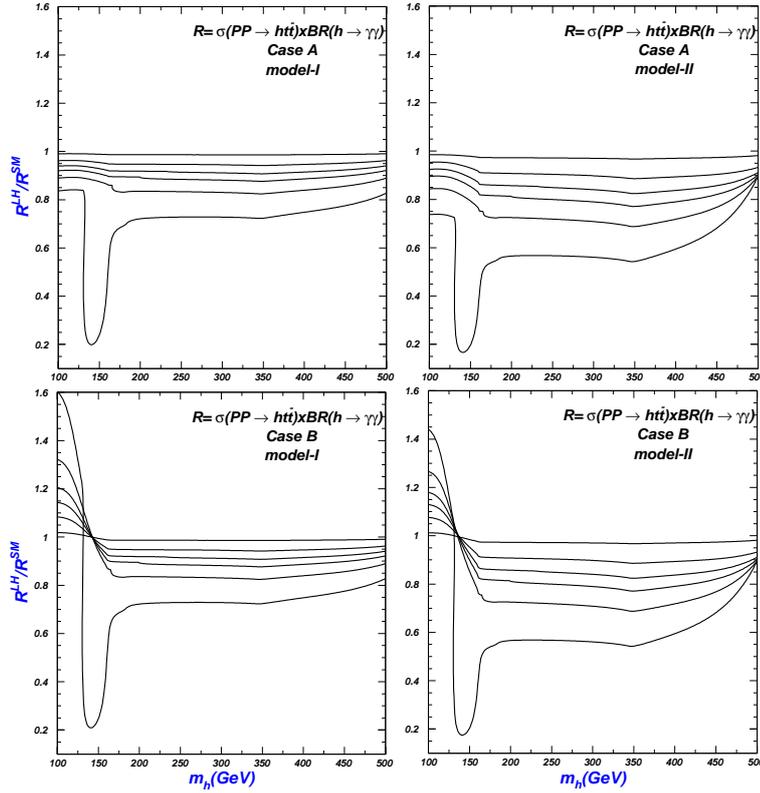


图 6.8:  $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)}$  随Higgs质量的变化。从下往上  $f$  分别为 500 GeV、600 GeV、700 GeV、800 GeV、1 TeV、2 TeV (以  $m_h = 200$  GeV 对应的值为准)。

与  $R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}\gamma\gamma)$  ( $R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)$ ) 相比, I-A 和 II-A 的预言值在所选取的整个参数空间内都被压低。I-B、II-B 在 Higgs 质量较小的参数空间内可以得到提高, 因此 Case B 的预言值比 Case A 要大。此外, model-I 的预言值大于 model-II。

- $t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f}$

与  $R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})$  相比, 在所选取的整个参数空间内, I-A、I-B、II-A 和 II-B 的预言值均被明显压低。Case B 比 Case A, model-II 比 model-I 分别压低地更严重。因此, 通过  $h \rightarrow b\bar{b}$  道寻找 Higgs 粒子比 SM 还要困难。

与 SM 的预言值相比, model-I 和 model-II 中  $pp \rightarrow t\bar{t}h$  产生过程的散射截面均被压低, model-II 压低更为严重, 再考虑到上一章对 Higgs 粒子衰变的讨论, 很容

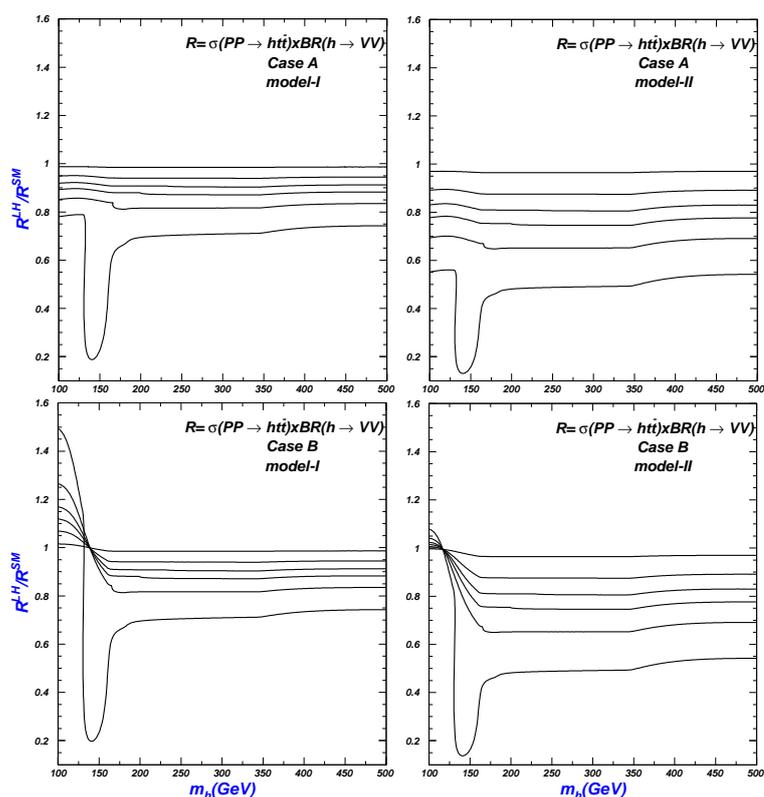


图 6.9: 同图6.8, 只是  $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}VV)}$ 。

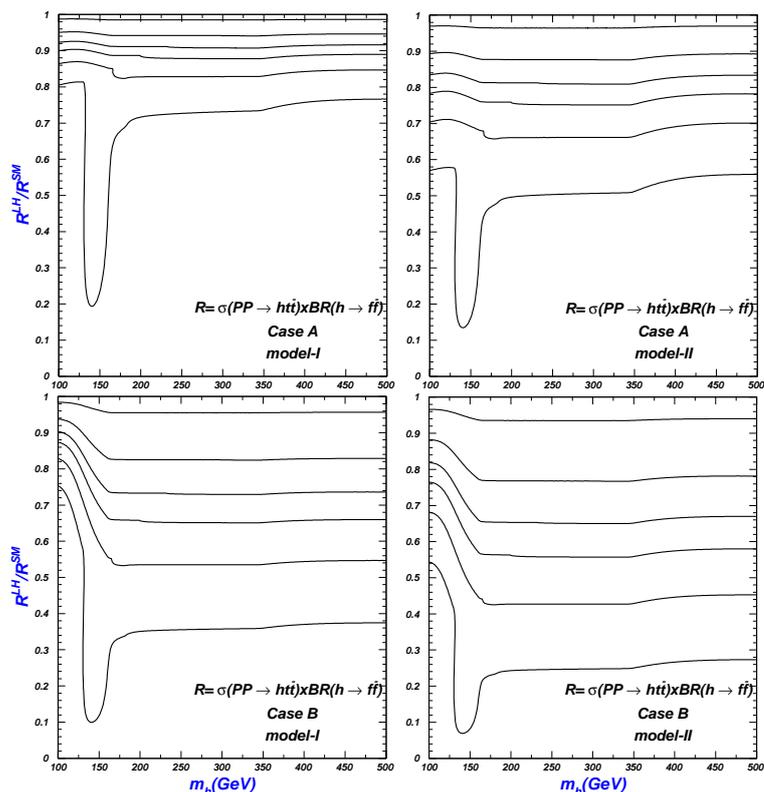


图 6.10: 同图6.8, 只是  $\frac{R^{LH}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}{R^{SM}(t\bar{t}h \rightarrow t\bar{t}f\bar{f})}$ 。

易得到上述结论。

## 6.4 小结

这里，我们取了两个典型的Higgs质量 $m_h = 120$  GeV和 $m_h = 180$  GeV，在表6.2和6.3中给出了各种产生道的 $\frac{R^{LH}}{R^{SM}}$ 。根据这两个表格，我们能够对SM、I-A、I-B、II-A和II-B的预言值以及Higgs粒子的各种产生道之间进行清晰地对比，可以印证上述几节的结论，这里不再重复。最后，我们为在LHC上如何寻找I-A、I-B、II-A、II-B预言的Higgs粒子提出一些有价值的建议：

- $gg \rightarrow h$ 过程的各种信号压低严重，通过此过程寻找Higgs粒子并不像SM那样的乐观。但是另一方面，如果Higgs粒子的质量很轻，可以用 $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ 较敏感地区分SM、I-A、I-B、II-A和II-B中的Higgs粒子。
- $qq \rightarrow qqh$ 过程的各种信号相对而言压低并不严重，因此人们对其应该更加重视。尤其是 $qq \rightarrow qqh \rightarrow qq\gamma\gamma$ 道，在I-B、II-A、II-B中的信号得到提高。例如，II-B中的信号最高可以为SM的2倍，在LHC上很有希望被探测到。
- 对于 $pp \rightarrow t\bar{t}h$ 过程， $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的信号在I-B和II-B可以得到提高，值得进一步结合背景及探测器进行更详细的研究。而其它的信号基本被压低，寻找Higgs粒子比在SM中还要困难。
- $h \rightarrow \gamma\gamma$ 是寻找Higgs粒子的重要衰变道。由 $qq \rightarrow qqh$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Vh$ 、 $pp \rightarrow t\bar{t}h$ 以及 $pp \rightarrow b\bar{b}h$ 过程产生的Higgs粒子衰变到 $\gamma\gamma$ ，其相应的信号在某些模型中都可以分别得到提高。而 $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ 、 $h \rightarrow b\bar{b}$ 衰变道在I-A、I-B、II-A和II-B中都会更严重压低。
- 尽管在表6.2和6.3中没有显示，但是在一些参数空间，如 $130 \text{ GeV} < m_h < 150 \text{ GeV}$ ， $f < 530 \text{ GeV}$ ，Higgs粒子将会主要衰变到暗物质。这种情况下，通过 $q\bar{q} \rightarrow Zh$ 过程寻找Higgs粒子是较敏感的。

$m_h = 120 \text{ GeV}$	$h \rightarrow \gamma\gamma$	$h \rightarrow \tau\bar{\tau}$	$h \rightarrow b\bar{b}$	$h \rightarrow VV$
$gg \rightarrow h$ (I-A)	0.41, 0.69, 0.85	0.40, 0.68, 0.84	0.40, 0.68, 0.84	0.39, 0.67, 0.84
(II-A)	0.09, 0.47, 0.74	0.07, 0.41, 0.69	0.07, 0.41, 0.69	0.07, 0.41, 0.69
(I-B)	0.69, 0.86, 0.93	0.33, 0.63, 0.81	0.33, 0.63, 0.81	0.65, 0.84, 0.92
(II-B)	0.15, 0.59, 0.81	0.06, 0.38, 0.67	0.06, 0.38, 0.67	0.11, 0.52, 0.76
$qq \rightarrow qqh$ (I-A)	0.96, 0.98, 0.99	0.93, 0.96, 0.98	0.93, 0.96, 0.98	0.90, 0.96, 0.98
(II-A)	1.21, 1.12, 1.06	0.95, 0.98, 0.99	0.95, 0.98, 0.99	0.93, 0.98, 0.99
(I-B)	1.61, 1.23, 1.10	0.76, 0.89, 0.95	0.76, 0.89, 0.95	1.51, 1.19, 1.08
(II-B)	2.07, 1.40, 1.17	0.80, 0.92, 0.96	0.80, 0.92, 0.96	1.58, 1.23, 1.10
$q\bar{q} \rightarrow Vh$ (I-A)	0.96, 0.98, 0.99	0.93, 0.96, 0.98	0.93, 0.96, 0.98	0.90, 0.96, 0.98
(II-A)	1.21, 1.12, 1.06	0.95, 0.98, 0.99	0.95, 0.98, 0.99	0.93, 0.98, 0.99
(I-B)	1.61, 1.23, 1.10	0.76, 0.89, 0.95	0.76, 0.89, 0.95	1.51, 1.19, 1.08
(II-B)	2.07, 1.40, 1.17	0.80, 0.92, 0.96	0.80, 0.92, 0.96	1.58, 1.23, 1.10
$pp \rightarrow t\bar{t}h$ (I-A)	0.84, 0.92, 0.96	0.81, 0.90, 0.95	0.81, 0.90, 0.95	0.79, 0.90, 0.95
(II-A)	0.74, 0.89, 0.95	0.58, 0.79, 0.90	0.58, 0.79, 0.90	0.56, 0.78, 0.90
(I-B)	1.41, 1.15, 1.06	0.67, 0.84, 0.92	0.67, 0.84, 0.92	1.32, 1.12, 1.05
(II-B)	1.26, 1.12, 1.05	0.48, 0.73, 0.87	0.48, 0.73, 0.87	0.96, 0.98, 0.99
$pp \rightarrow b\bar{b}h$ (I-A)	0.99, 0.99, 0.99	0.96, 0.97, 0.98	0.96, 0.97, 0.98	0.93, 0.96, 0.98
(II-A)	1.25, 1.12, 1.06	0.98, 0.99, 0.99	0.98, 0.99, 0.99	0.95, 0.98, 0.99
(I-B)	0.81, 0.92, 0.96	0.38, 0.67, 0.83	0.38, 0.67, 0.83	0.76, 0.89, 0.95
(II-B)	1.04, 1.04, 1.02	0.40, 0.68, 0.84	0.40, 0.68, 0.84	0.80, 0.91, 0.96

表 6.2:  $f=500\text{GeV}$ 、 $700\text{GeV}$ 、 $1000\text{GeV}$ , 各种产生道的  $\frac{R^{LH}}{R^{SM}}$ 。

$m_h = 180 \text{ GeV}$	$gg \rightarrow h$	$qq \rightarrow qqh$	$q\bar{q} \rightarrow Vh$	$pp \rightarrow t\bar{t}h$	$pp \rightarrow b\bar{b}h$
$h \rightarrow VV$ (I-A)	0.34, 0.67, 0.83	0.76, 0.94, 0.97	0.76, 0.94, 0.97	0.67, 0.88, 0.94	0.79, 0.95, 0.97
(II-A)	0.06, 0.41, 0.68	0.76, 0.94, 0.97	0.76, 0.94, 0.97	0.46, 0.75, 0.88	0.79, 0.95, 0.97
(I-B)	0.34, 0.67, 0.83	0.76, 0.94, 0.97	0.76, 0.94, 0.97	0.67, 0.88, 0.94	0.38, 0.70, 0.85
(II-B)	0.06, 0.41, 0.68	0.76, 0.94, 0.97	0.76, 0.94, 0.97	0.46, 0.75, 0.88	0.38, 0.70, 0.85

表 6.3: 同表格6.2, 只是 $m_h = 180 \text{ GeV}$ 。



## 第七章 双黑格斯产生及观测信号

如果人们在LHC上发现了Higgs粒子,将会极大地鼓舞粒子物理学家。但任务还远远没有结束,为了揭开质量起源之谜,人们还要进一步研究Higgs粒子的性质。除了测量Higgs粒子与规范玻色子、费米子的耦合,更要搞清楚Higgs的势能,这就要求测量出Higgs粒子自身的三次耦合 $g_{hhh}$ 及四次耦合 $g_{hhhh}$ 。对于标准模型而言,在亮度为 $200 \text{ fb}^{-1}$ 的LHC上,各种规范玻色子、费米子与Higgs粒子的耦合可精确测量到 $10 - 30\%$  [75]。Higgs三次耦合 $g_{hhh}$ 在LHC上可以通过hh产生过程测量,但是误差比较大。如假设LHC亮度为 $300 \text{ fb}^{-1}$ ,Higgs质量在 $170 \text{ GeV}$ 附近, $g_{hhh}$ 的测量精度可达到 $-60\%$ 或 $200\%$  [76]。Higgs四次耦合 $g_{hhhh}$ 在LHC上要通过hhh产生过程测量,一般在强子对撞机上hhh产生过程的散射截面要比hh的散射截面小一个量级[77],因此在LHC上测量耦合 $g_{hhhh}$ 更加困难,需要其具有更高的质心能量和亮度。

在LHC上双Higgs产生机制有: gluon-gluon fusion过程 $gg \rightarrow hh$ 、 $b\bar{b}$ 湮灭过程 $b\bar{b} \rightarrow hh$ 、weak boson fusion过程 $qq \rightarrow qqhh$ 、伴随 $W$ 或 $Z$ 玻色子产生过程 $qq \rightarrow Vhh$ 以及伴随top夸克对产生过程 $gg, q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}hh$ 。标准模型中 $qq \rightarrow qqhh$ 、 $qq \rightarrow Vhh$ 和 $gg, q\bar{q} \rightarrow t\bar{t}hh$ 过程的散射截面比 $gg \rightarrow hh$ 过程要小10到30倍[78]。而 $b\bar{b} \rightarrow hh$ 过程由于 $b$ 夸克分布函数和Yukawa耦合的压低,与 $gg \rightarrow hh$ 过程相比可以忽略掉。所以这一章我们主要研究model-I和model-II中 $gg \rightarrow hh$ 产生过程,考察其信号与SM相比能否得到较大提高,是否具备在LHC上探测的可行性。

### 7.1 $gg \rightarrow hh$ 过程的散射截面

在图7.1中,我们给出了model-I和model-II中 $gg \rightarrow hh$ 过程的主要费曼图。SM对 $gg \rightarrow hh$ 过程的主要贡献来自于top夸克圈图,如图7.1(a)、(c)、(d),并且来自于三角图和箱图的贡献存在严重的抵消。model-I和model-II对SM过程的修正主要来自于三个贡献:

- 被修改的top夸克耦合
- 由高阶算符 $h\bar{t}t$ 导致的新费曼图7.1(b)

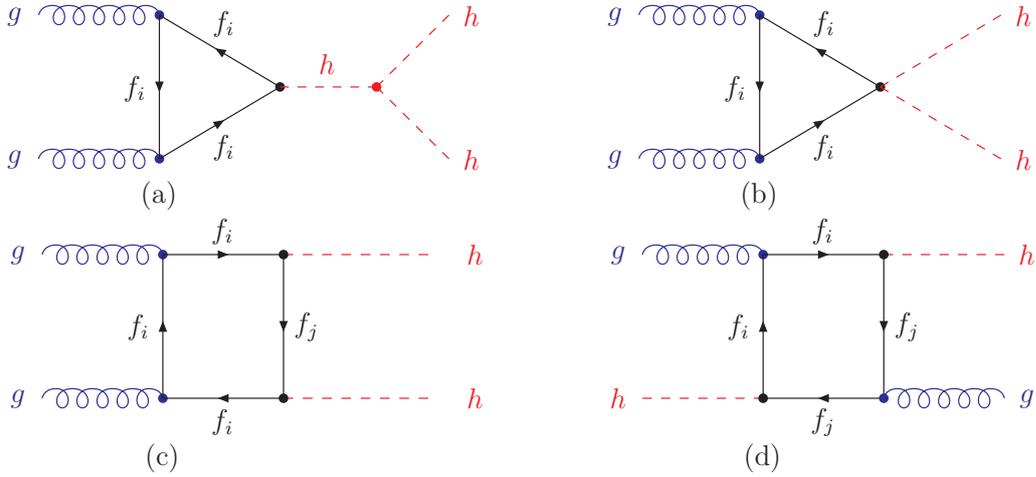


图 7.1: model-I和mode-II中 $gg \rightarrow hh$ 过程的主要费曼图。由交换两个胶子或两个Higgs粒子得到的费曼图并没有显示。model-I中 $f_i$ 、 $f_j$ 有两种取法: (1)  $f_1 = t$ 、 $f_2 = T$ ; (2)  $f_1 = u_-$ 、 $f_2 = \chi$ 、 $f_3 = q$  (共有三代)。model-II中 $f_i$ 、 $f_j$ 有三种取法: (1)  $f_1 = u$ 、 $f_2 = \chi$  (共有三代); (2)  $f_1 = u_-$ 、 $f_2 = U_-$ 、 $f_3 = q$ ; (3)  $f_1 = u_-$ 、 $f_2 = q$  (共有两代)。以上粒子均为质量本征态。

- 新的夸克圈图

在LHC上总的散射截面为,

$$\sigma(pp \rightarrow (gg \rightarrow hh)X) = \int_{\tau_0}^1 dx \int_{\tau_0}^1 d\tau \frac{f_g(x, \mu_F^2) f_g(\frac{\tau}{x}, \mu_F^2)}{x} \hat{\sigma}(gg \rightarrow hh), \quad (7.1)$$

这里 $\tau_0 = \frac{4m_h^2}{s}$ , 因子化标度 $\mu_F = 2m_h$ , 重整化标度 $\mu_R$ 同样也选取为 $2m_h$ 。我们采取两圈跑动的强相互作用耦合 $\alpha_s$ 。图7.1中的圈图计算可以分解为一些标量的圈图函数[79], 并用LOOPTOOLS计算[80]。为了方便, 我们定义

$$\sigma(gg \rightarrow hh) \equiv \sigma(pp \rightarrow (gg \rightarrow hh)X). \quad (7.2)$$

在model-I中,  $gg \rightarrow hh$ 过程的散射截面已经被[81]研究过了, 但是他们并没有考虑T-odd粒子的贡献。在图7.2中, 我们比较了含有T-odd粒子和不含T-odd粒子的散射截面。从图7.2, 我们可以得到如下结论:

- 与SM预言值相比, model-I中的散射截面明显提高, 并且对标度 $f$ 敏感, 随着 $f$ 的增加迅速降低。如 $f = 500 \text{ GeV}$  (2TeV) 时, 总的散射截面

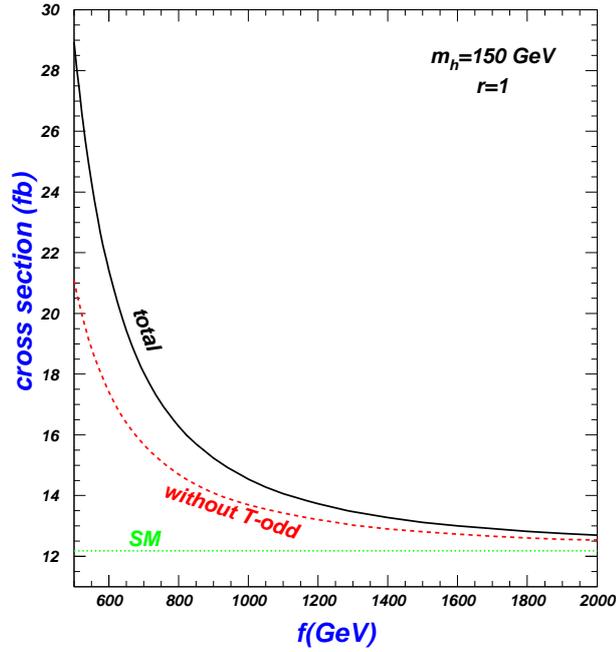


图 7.2: 在model-I中, 当 $m_h = 150$  GeV时, LHC上 $pp \rightarrow (gg \rightarrow hh)X$ 过程的散射截面随标度 $f$ 的变化, 分为含有T-odd粒子和不含T-odd粒子两种情况。

为29fb (12.5fb)。

- T-odd粒子的贡献是非常重要的, 不可以忽略掉。如 $f = 500$  GeV时, 总的散射截面和不含T-odd粒子的散射截面分别为29fb和21fb。

在图7.3中, 我们选取Higgs粒子的质量为自由参量, 比较了SM、model-I和model-II中的散射截面。从图7.3, 我们可以得到如下结论:

- model-I和model-II都可以极大地提高SM的散射截面, 尤其是model-II偏离更大。而在上一章中, 我们的研究表明所有单Higgs粒子产生过程的散射截面与SM预言值相比都被压低。我们可以从这样一个角度去理解: 与SM预言值相比, model-I和model-II中 $gg \rightarrow h$ 过程的散射截面被压低, 表明 $hgg$ 的有效顶角被压低。因此, 图7.1(a)中的贡献也会被压低, 导致它与箱图之间的抵消程度变小了, 这样就使得hh产生过程的散射截面增加了。
- 随着Higgs质量的增加, SM、model-I和model-II中的散射截面均明显降低,

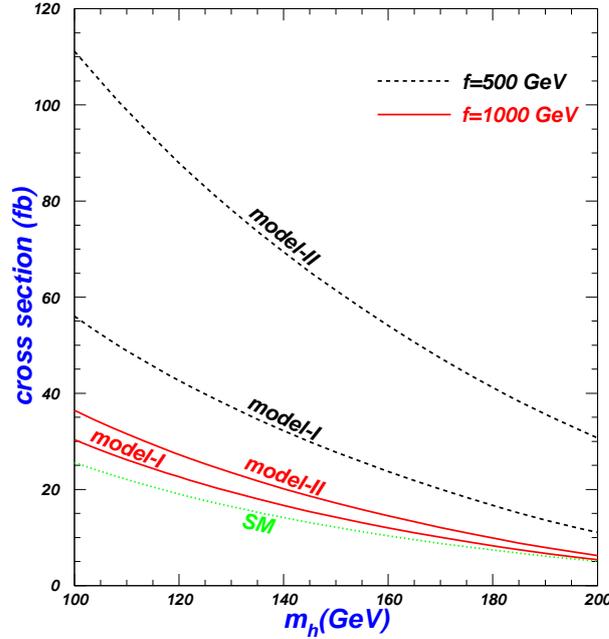


图 7.3: 在LHC上, SM、model-I和model-II中 $pp \rightarrow (gg \rightarrow hh)X$ 过程的散射截面随 $m_h$ 的变化。

这主要是来自于相空间的压低。

## 7.2 各种可能的观测信号

假设我们在LHC上找到了一个轻的Higgs粒子, 其质量低于140 GeV, 那么最强的信号应该是 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ , 也就是每个Higgs粒子都衰变到 $b\bar{b}$ , 但遗憾的是在强子对撞机上此信号将遭受到极大的QCD背景[82]。如果其中一个Higgs粒子衰变到 $\tau\bar{\tau}$ , 其衰变分支会小一个量级, 但可以避免严重的QCD背景。对于 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ , 主要的背景是其它过程的 $b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 产生以及 $t\bar{t} \rightarrow W^+W^-b\bar{b} \rightarrow \tau^+\nu_\tau\tau^-\bar{\nu}_\tau b\bar{b}$  [82]。此外, 在标准模型中, 稀有衰变信号 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 也有被讨论[83], 主要的不可约背景是QCD产生的 $b\bar{b}\gamma\gamma$ 、 $h(\rightarrow \gamma\gamma)b\bar{b}$ 和 $h(\rightarrow b\bar{b})\gamma\gamma$ ; 可约背景包括轻的jets误判为 $b$  jets, 以及把jets误判为光子。尽管与 $b\bar{b}b\bar{b}$ 和 $b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 相比, 信号 $b\bar{b}\gamma\gamma$ 会极大地减少, 但[83]的研究表明在标准模型中此探测道相对而言还是有前景的。

如果Higgs质量在150 GeV~200 GeV之间, 最主要的探测道当然是 $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ , 其中最多的事例数是末态 $W^+W^-W^+W^-$ 。如果所有的W都衰变到强子, 由QCD产生的multi-jet背景是非常严重的。信号 $\ell^\pm\nu + 6jets$  (只有一个W衰变到轻子) 和 $\ell^\pm\nu\ell'^\mp\nu + 4jets$  (一对 $W^+W^-$ 衰变到轻子) 也将分别遭受到很大的背景 $W + \text{multi-jet}$ 和 $W^+W^- + \text{multi-jet}$ 。如果所有的W都衰变到轻子, 信号 $4\ell + 4\nu$  将会被 $BR(W \rightarrow \ell\nu)$  ( $\ell=e, \mu$ ) 四次方压低,  $0.216^4 = 0.0022$ 。这样基于 $gg \rightarrow hh \rightarrow W^+W^-W^+W^-$ 过程, 剩下可能的信号只有4个jets+2个同电荷的轻子( $jj\ell^\pm\nu$ )( $jj\ell'^\pm\nu$ ), 或者三个W衰变到轻子而一个衰变到强子( $jj\ell^\pm\nu$ )( $\ell'^\pm\nu\ell''^\mp\nu$ )。由于后者比前者多了一个W衰变到轻子, 所以其信号要小于前者, 二者主要的背景都包括 $W^\pm W^+W^-jj$ 和 $t\bar{t}W^\pm$  [76]。在标准模型中, 基于 $gg \rightarrow hh \rightarrow (W^+W^-)(ZZ)$ , [84]也研究了其它可观测的信号。当Higgs质量大于200GeV时,  $gg \rightarrow hh$ 产生过程的散射截面太小, 很难在LHC上进行有意义的研究。

优化各种cuts以及应用**b**-tagging, 能够有效地提高信噪比。但是, 在LHC上寻找标准模型的hh产生事例以及较准确地测量耦合 $g_{hhh}$ 并不乐观, 一般要求对撞机的亮度达到 $600 \text{ fb}^{-1}$ 甚至更高, 质心能量在 $\sim 10^2 \text{ TeV}$ 量级。

与SM相比, model-I和model-II极大地提高了LHC上 $gg \rightarrow hh$ 的散射截面, 为我们在LHC上寻找hh产生事例或精确测量耦合 $g_{hhh}$ 带来了希望。与SM对比, 我们在model-I和model-II中分析了如下信号:

- $gg \rightarrow hh \rightarrow f_1\bar{f}_1f_2\bar{f}_2, f_1(f_2) = b, s, d, \tau, \mu, e$
- $gg \rightarrow hh \rightarrow f\bar{f}\gamma\gamma, f = b, s, d, \tau, \mu, e$
- $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV, V = W, Z$

这里, 我们定义

$$R(gg \rightarrow hh \rightarrow ABCD) \equiv \sigma(gg \rightarrow hh) \times BR(hh \rightarrow ABCD), \quad (7.3)$$

$$BR(hh \rightarrow ABCD) \equiv \begin{cases} Br(h \rightarrow AB) \times Br(h \rightarrow CD), & AB = CD \\ Br(h \rightarrow AB) \times Br(h \rightarrow CD) \times 2, & AB \neq CD. \end{cases} \quad (7.4)$$

根据上面的分析, 当Higgs质量小于140 GeV时, 有可能的探测道是 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 和 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ , 从图7.4和7.5可以看出:

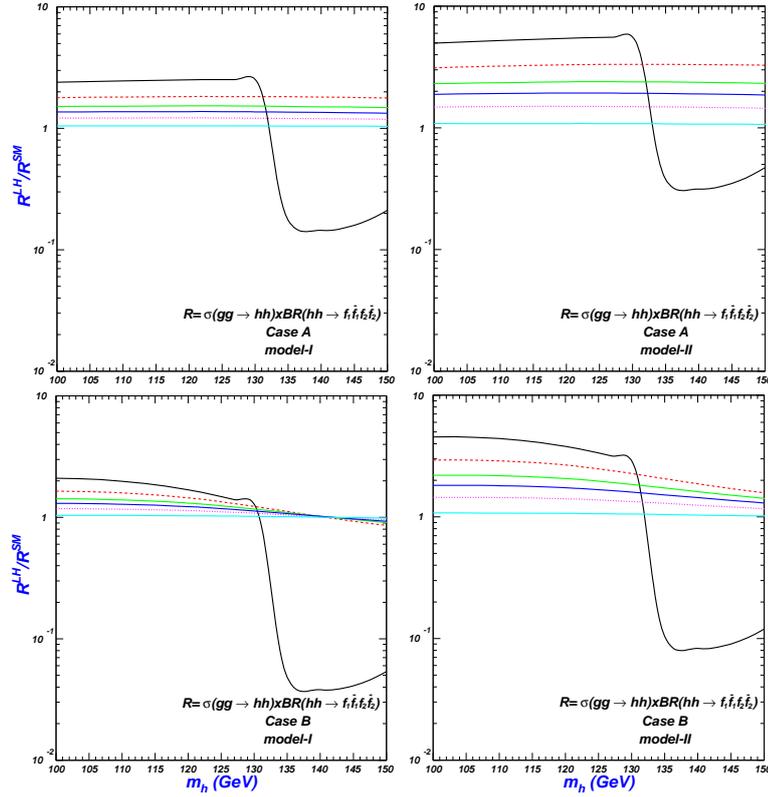


图 7.4:  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow hh \rightarrow f_1 \bar{f}_1 f_2 \bar{f}_2)}{R^{SM}(gg \rightarrow hh \rightarrow f_1 \bar{f}_1 f_2 \bar{f}_2)}$  随Higgs质量的变化曲线。从上往下,  $f$  分别为500GeV、600GeV、700GeV、800GeV、1TeV、2TeV (以 $m_h = 100$  GeV对应的值为准)。

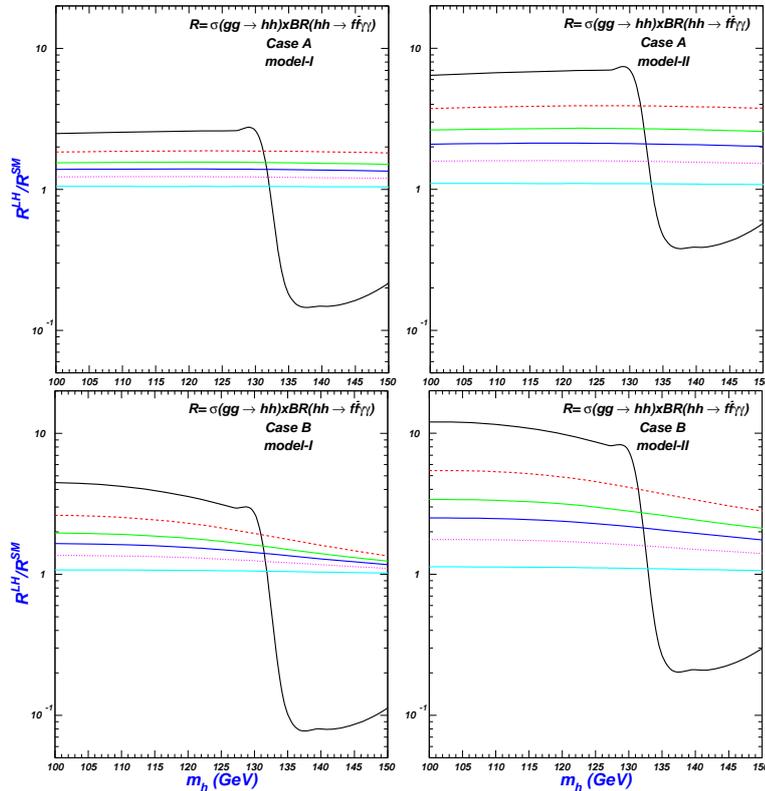


图 7.5: 同图7.4, 只是  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow hh \rightarrow f \bar{f} \gamma \gamma)}{R^{SM}(gg \rightarrow hh \rightarrow f \bar{f} \gamma \gamma)}$ 。

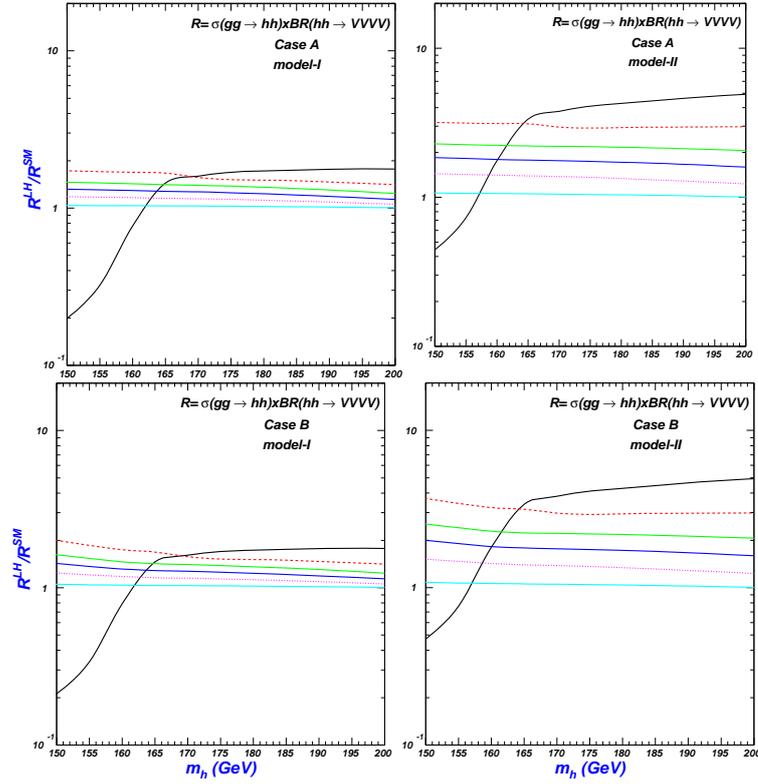


图 7.6:  $\frac{R^{LH}(gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV)}{R^{SM}(gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV)}$  随 Higgs 质量的变化曲线。从上往下,  $f$  分别为 500 GeV、600 GeV、700 GeV、800 GeV、1 TeV、2 TeV (以  $m_h = 200$  GeV 对应的值为准)。

- $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$  ( $f_1 = f_2 = b$ )、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$  ( $f_1 = b, f_2 = \tau$ ), 见图 7.4

与 SM 的预言值相比, 除了  $f = 500$  GeV,  $130 \text{ GeV} < m_h < 150 \text{ GeV}$ , I-A、II-A 和 II-B 中的信号在所选取的参数空间内都明显提高。当  $m_h < 130$  GeV 时, I-B 的预言值也明显提高。model-I 和 model-II 中的预言值最高可分别为 SM 的 2 倍和 5 倍。

- $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$  ( $f = b$ ), 见图 7.5

与 SM 的预言值相比, 除了  $f = 500$  GeV,  $130 \text{ GeV} < m_h < 150 \text{ GeV}$ , I-A、I-B、II-A 和 II-B 的信号在所选取的参数空间内都明显提高。与信号  $f_1\bar{f}_1f_2\bar{f}_2$  相比,  $f\bar{f}\gamma\gamma$  在 I-B 和 II-B 中提高的幅度更大。如在 II-B 中, 甚至可

以提高一个量级,因此在LHC上通过 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 探测II-B中的hh产生事例是很有希望的。

当Higgs质量大于150 GeV时,最有可能的探测道是 $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ ,从图7.6可以看出:与SM的预言值相比,除了 $f = 500$  GeV, Higgs质量较轻的参数空间, I-A、I-B、II-A和II-B的预言值在所选取的参数空间内都明显提高, model-I和model-II的预言值最高可分别为SM的2倍和5倍。

上面讨论了一些可能的探测道如 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 和 $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ ,我们发现在适当的参数空间内, I-A、I-B、II-A和II-B中的信号都可以明显地大于SM的预言值,尤其是II-B中的信号 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 甚至可以提高一个量级,在LHC上很有希望被探测到。总之,这些产生道值得人们结合背景及探测器进行更详细地蒙特卡罗模拟研究,这也是十分必要的。当然,这样的工作超出了本文的讨论,将会在以后的工作中进一步研究。

## 第八章 总结

小黑格斯模型是当前比较流行的新物理模型之一。它应用协同对称破缺机制，成功地将黑格斯粒子构造成赝哥德斯通粒子，避免了黑格斯质量的单圈二次发散问题。在众多小黑格斯模型中，最小黑格斯模型最经济地实现了小黑格斯理论的思想。为了缓解电弱精确测量数据的限制，一个被称为T-宇称的分立对称性被引进来，同时也使该理论能够提供一个暗物质的候选者。因此，具有T-宇称的最小黑格斯模型是当前人们最为感兴趣的一种小黑格斯模型。

此外，LHC即将正式运行，粒子物理学进入了LHC时代。LHC最重要的历史使命之一就是寻找神秘的“上帝粒子”——黑格斯玻色子。因此，关于黑格斯粒子的研究是当前理论和实验物理学家最关心的课题之一。本文正是切合了这样的背景，详细地探讨了具有T-宇称的最小黑格斯模型中黑格斯玻色子的物理唯象。

在本文的第一章我们简要介绍了标准模型中的黑格斯粒子，包括黑格斯机制、Yukawa耦合、当前实验和理论对黑格斯质量的限制以及精细调节问题。第二章我们首先介绍了小黑格斯理论的基本思想，接着论述了最小黑格斯模型是如何按照这个思想去引进规范和Yukawa相互作用。在第三章和第四章，我们介绍了如何在最小黑格斯模型中引进T-宇称。根据抵消顶夸克对黑格斯质量单圈二次发散贡献而引进的重夸克的T-宇称，最小黑格斯模型分为两种类型：模型-I和模型-II。模型-I中该重夸克为T-even；而模型-II为T-odd。再根据下型夸克及轻子与黑格斯粒子的耦合，模型-I和模型-II又各自可分为Case A和Case B。因此，我们又进一步定义了I-A、I-B、II-A 和II-B 分别代表这四种情况。

接下来的三章我们对标准模型和小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B进行了对比性的研究，在第五章我们讨论了黑格斯粒子衰变，分析了衰变分支比可以大于0.1%的重要衰变道。首先我们发现在适当的参数空间内，小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中的黑格斯粒子将主要衰变到暗物质 $h \rightarrow A_H A_H$ 。我们也指出了这些参数空间，并且通过对比发现Case B中的 $BR(h \rightarrow A_H A_H)$ 要大于Case A的预言值。其次，小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中的衰变分支比都能明显偏离标准模型的预言值，尤其是 $BR(h \rightarrow gg)$ 和 $BR(h \rightarrow \gamma\gamma)$ ，并且在小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中，黑格斯粒子的衰变也都会存在一些典型

的区别。

在第六章,我们讨论了黑格斯粒子的主要产生道以及相应的观测信号,包括 $gg \rightarrow h$ 、 $qq \rightarrow qqh$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Wh$ 、 $Zh$ 、 $pp \rightarrow t\bar{t}h$  和  $pp \rightarrow b\bar{b}h$ 。我们发现:(1)与标准模型的预言值相比,在小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中基于 $gg \rightarrow h$ 过程的各种信号都会被严重压低,通过此过程寻找黑格斯粒子并不像标准模型那样乐观。但是另一方面,如果黑格斯粒子的质量很轻,可以用 $gg \rightarrow h \rightarrow \gamma\gamma$ 道较敏感地区分标准模型、I-A、I-B、II-A和II-B中的黑格斯粒子。(2) $qq \rightarrow qqh$ 过程的各种信号相对而言压低并不严重,因此人们对其应该更加重视。尤其是 $qq \rightarrow qqh \rightarrow qq\gamma\gamma$ 道,在I-B、II-A、II-B中的信号能够得到提高。(3)对于 $pp \rightarrow t\bar{t}h$ 过程, $h \rightarrow \gamma\gamma$ 的信号在I-B和II-B中可以得到提高,值得进一步结合背景及探测器进行更详细的研究。其它的信号基本被压低,寻找黑格斯粒子比在标准模型中还要困难。通过上面的讨论,我们换个角度可以发现衰变道 $h \rightarrow \gamma\gamma$ 对于寻找小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中的黑格斯粒子是非常重要的。由 $qq \rightarrow qqh$ 、 $q\bar{q} \rightarrow Wh$ 、 $Zh$ 、 $pp \rightarrow t\bar{t}h$ 以及 $pp \rightarrow b\bar{b}h$ 过程产生的黑格斯衰变到 $\gamma\gamma$ ,其相应的信号在某些模型中都可以分别得到提高。而 $h \rightarrow \tau\bar{\tau}$ 、 $h \rightarrow b\bar{b}$ 衰变道在小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中都会更严重压低。另外,当黑格斯粒子主要衰变到暗物质时,通过 $q\bar{q} \rightarrow Zh$ 过程寻找黑格斯粒子是比较敏感的。

在第七章,我们讨论了LHC上双黑格斯的主要产生道 $gg \rightarrow hh$ 以及相应可能的观测信号,包括 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\tau\bar{\tau}$ 、 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 和 $gg \rightarrow hh \rightarrow VVVV$ 。首先我们指出T-odd粒子对 $gg \rightarrow hh$ 过程的贡献是相当重要的,以前的研究者忽略了此部分的贡献。其次,我们发现在适当的参数空间内,小黑格斯模型I-A、I-B、II-A和II-B中基于 $gg \rightarrow hh$ 过程的各种信号都可以明显地大于标准模型的预言值,尤其是II-B中的信号 $gg \rightarrow hh \rightarrow b\bar{b}\gamma\gamma$ 甚至可以提高一个量级。因此,在LHC上探测这些模型的双黑格斯产生事例及较精确测量黑格斯粒子的自相互作用是有希望的。。

本文的研究结果对在LHC上寻找小黑格斯模型I-A、I-B、II-A、II-B中的黑格斯粒子,并测量黑格斯粒子的三次耦合以及检验标准模型、I-A、I-B、II-A、II-B中的黑格斯粒子具有参考价值。

## 参考文献

- [1] S. L. Glashaw, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961); S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967); A. Salam, in Elementary Particle Theory, (Nobel Symp. No.8) edited by N. Svartholm (Almqvist and Wicksell, Stockholm, 1968), P367.
- [2] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **12**, 132 (1964); P. W. Higgs, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966); F. Englert, R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964); G. S. Guralnik, C. R. Hagen, T. W. B. Kibble, Phys. Rev. Lett. **13**, 585 (1964).
- [3] 戴元本, 相互作用规范理论, 科学出版社; 杨茂志, 粒子物理学基础, 内部讲义; Peskin, Quantum Field Theory, 世界图书出版公司。
- [4] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi, T. Maskkawa, Prog. Theory. Phys. **49**, 652 (1973).
- [5] B. W. Lee, C. Quigg, H. B. Thacker, Phys. Rev. Lett. **38**, 883 (1977); Phys. Rev. D **16**, 1519 (1977).
- [6] K. Riesselmann, hep-ph/9711456.
- [7] G. Altarelli, G. Isidori, Phys. Lett. B **337**, 141 (1994).
- [8] J. A. Casas, J. R. Espinosa, M. Quir'os, Phys. Lett. B **342**, 171 (1995); Phys. Lett. B **382**, 374 (1996).
- [9] R. K. Ellis, W. J. Stirling, B. R. Webber, QCD and Collider Physics, Cambridge University Press.
- [10] ALEPH, DELPHI, L3, and OPAL Collaboration, Phys. Lett. B **565**, 61 - 75 (2003).
- [11] Tevatron New Phenomena, Higgs working group, arXiv:0903.4001.

- [12] The LEP Electroweak Working Group, see <http://lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG/>.
- [13] M. Schmaltz, D. Tucker-Smith, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **55**, 229-270 (2005).
- [14] M. F. Sohnius, *Phys. Rept.* **128**, 39 (1985).
- [15] S. Weinberg, *Phys. Rev. D* **13**, 974 (1976); *Phys. Rev. D* **19**, 1277 (1979); E. Farhi, L. Susskind, *Phys. Rept.* **74**, 277 (1981).
- [16] L. Randall, R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3370 (1999).
- [17] D. B. Kaplan, H. Georgi, *Phys. Lett. B* **136**, 183 (1984); D. B. Kaplan, H. Georgi, S. Dimopoulos, *Phys. Lett. B* **136**, 187 (1984); H. Georgi, D. B. Kaplan, *Phys. Lett. B* **145**, 216 (1984).
- [18] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, H. Georgi, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4757- 4761 (2001).
- [19] K. Lane, Talk given at 31st International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2002), Amsterdam, The Netherlands, 24-31 Jul 2002. Amsterdam 2002, ICHEP 731-734
- [20] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen , E. Katz, A. E. Nelson, *JHEP* 0207, 034(2002).
- [21] N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen , H. Georgi, *Phys. Lett. B* **513**, 232 (2001); I. Low, W. Skiba, D. Smith, *Phys. Rev. D* **66**, 072001 (2002); N. Arkani-Hamed, A. G. Cohen, T. Gregoire, J. G. Wacker, *JHEP* **0208**, 020 (2002).
- [22] S. Chang, *JHEP* **0312**, 057 2003; S. Chang, J. G. Wacker, *Phys. Rev. D* **69**, 035002 (2004).
- [23] D. Kaplan, M. Schmaltz, *JHEP* **0310**, 039 (2003).
- [24] M. Schmaltz, *JHEP* **0408**, 056 (2004).

- 
- [25] W. Skiba, J. Terning, Phys. Rev. D **68**, 075001 (2003).
- [26] H. C. Cheng, arXiv:0710.3407.
- [27] M. Perelstein Prog. Part. Nucl. Nucl. Phys**58**, 247-291 (2007).
- [28] T. Han, H. E. Logan, B. McElrath, L. T. Wang, Phys. Rev. D **67**, 095004 (2003).
- [29] S. Coleman, E. Weinberg, Phys. Rev. D **7**, 1888 (1973); R. Jackiw, Phys. Rev. D **9**, 1686 (1974).
- [30] J. Iliopoulos, C. Itzykson, A. Martin, Rev. Mod. Phys. 47, 165 (1975); Les Houches School 1976:0115; S.Y. Lee, A.M. Sciaccaluga, Nucl. Phys. B96, 435(1975).
- [31] M. Perelstein, M. E. Peskin, A. Pierce, Phys. Rev. D **69**, 075002 (2004).
- [32] T. Han, H. E. Logan, L. T. Wang, JHEP **0601**, 099 (2006).
- [33] E. Katz, J. y. Lee, A. E. Nelson, D. G. E. Walker, JHEP **0510**, 088 (2005).
- [34] C. Csaki, J. Heinonen, M. Perelstein, C. Spethmann, arXiv:0804.0622.
- [35] C.Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade, J. Terning, Phys. Rev. D **67**, 115002 (2003); J. L. Hewett, F. J. Petriello, T. G. Rizzo, JHEP **0310**, 062 (2003).
- [36] C. Csaki, J. Hubisz, G. D. Kribs, P. Meade, J. Terning, Phys. Rev. D **68**, 035009 (2003).
- [37] M. C. Chen, S. Dawson, Phys. Rev. D **70**, 015003 (2004); M. C. Chen et al., Mod. Phys. Lett. A **21**, 621 (2006); W. Kilian, J. Reuter, Phys. Rev. D **70**, 015004 (2004).
- [38] G. Marandella, C. Schappacher and A. Strumia, Phys. Rev. D **72**, 035041 (2005).
- [39] H. C. Cheng and I. Low, JHEP **0309**, 051 (2003).

- [40] C. T. Hill, R. J. Hill, Phys. Rev. D **76**, 115014 (2007).
- [41] H. C. Cheng and I. Low, JHEP **0408**, 061 (2004).
- [42] I. Low, JHEP **0410**, 067 (2004).
- [43] J. Hubisz, P. Meade, Phys. Rev. D **71**, 035016 (2005).
- [44] H. C. Cheng, I. Low and L. T. Wang, Phys. Rev. D **74**, 055001 (2006).
- [45] T. Han, H. E. Logan, B. Mcelrath, L. T. Wang, Phys. Lett. B **563**, 191 (2003).
- [46] S. R. Coleman, J. Wess and B. Zumino, Phys. Rev. **177**, 2239 (1969); C. G. Callan, S. R. Coleman, J. Wess and B. Zumino, Phys. Rev. **177**, 2247 (1969).
- [47] C. R. Chen, K. Tobe, C. P. Yuan, Phys. Lett. B **640**, 263 (2006).
- [48] M. Blanke et al., JHEP **0701**, 066 (2007).
- [49] R. S. Hundi, B. Mukhopadhyaya, A. Nyffeler, Phys. Lett. B **649**, 280 (2007).
- [50] J. F. Gunion, H. E. Haber, G. L. Kane, S. Dawson, The Higgs Hunter's Guide, Addison-Wesley, 1990.
- [51] See for instance: M. Spira, Fortsch. Phys. **46**, 203 (1998).
- [52] A. Djouadi, J. Kalinowski, M. Spira, Computl. Phys. Commun. **108**, 56 (2006).
- [53] W. M. Yao et al., Particle Data Group, J. Phys. G **33**, 1 (2006).
- [54] J. Hubisz, P. Meade, A. Noble and M. Perelstein, JHEP **01**, 135 (2006).
- [55] Q. H. Cao, C. S. Li, C. P. Yuan, Phys. Lett. B **668**, 24-27 (2008).
- [56] ALEPH, DELPHI, L3, and OPAL Collaboration, LEP working group for Higgs boson searches, hep-ex/0107032.

- 
- [57] S. H. Zhu, Eur. Phys. Jour. C **47**, 833 (2006).
- [58] O. J. P. Eboli and D. Zeppenfeld, Phys. Lett. B **495**, 147 (2000).
- [59] H. Davoudiasl, T. Han, H. E. Logan, Phys. Rev. D **71**, 115007 (2005).
- [60] T. Hahn, S. Heinemeyer, F. Maltoni, G. Weiglein, S. Willenbrock, hep-ph/0607308.
- [61] S. Asai et al., Eur. Phys. Jour. C **32S2**, 19-54 (2004).
- [62] D. Zeppenfeld *et al.*, Phys. Rev. D **62**, 013009 (2000).
- [63] K. Hsieh, C. P. Yuan, Phys. Rev. D **78**, 053006 (2008).
- [64] R. Goncalo, arXiv:0811.3778.
- [65] M. Dittmar and H. K. Dreiner, Phys. Rev. D **55**, 167 - 172, (1997).
- [66] G. Azuelos et al., "Search for the standard model Higgs boson using vector boson fusion at the LHC", Workshop on Physics at TeV Colliders, Les Houches, France, 21 May-1 Jun 2001.
- [67] ATLAS detector and physics performance. Technical design report. Vol. 2, CERN-LHCC-99-15.
- [68] V. Drollinger, T. Muller, D. Denegri, hep-ph/0201249.
- [69] M. Dubinin, V. A. Ilyin, V. I. Savrin, 12th International Workshop on High-Energy Physics and Quantum Field Theory (QFTHEP 97), Samara, Russia, 4-10 Sep 1997.
- [70] V. Cavasinni, D. Costanzo, ATL-PHYS-2000-013.
- [71] M. Duhrssen et al., Phys. Rev. D **70**, 113009 (2004); A. Belyaev, L. Reina, JHEP **08**, 041 (2002).
- [72] J. Cammin, M. Schumacher, ATL-PHYS-2003-024; V. Drollinger, T. Muller, D. Denegri, hep-ph/0111312.

- [73] CMS Physics, Technical Design Report, Vol. II Physics Performance [report CERN/LHCC 2006-021].
- [74] J. Pumplin et al., JHEP **0602**, 032 (2006).
- [75] D. Zeppenfeld, in Proc. of the APS/DPF/DPB Summer Study on the Future of Particle Physics (Snowmass 2001); R. Davidson and C. Quigg, hep-ph/0203123; F. Piccinini, hep-ph/0209377; A. Belyaev and L. Reina, JHEP **0208**, 041 (2002).
- [76] U. Baur, T. Plehn, D. L. Rainwater, Phys. Rev. Lett. **89**, 151801 (2002); Phys. Rev. D **67**, 033003 (2003).
- [77] D. A. Dicus, C. Kao, S. S. Willenbrock, Phys. Lett. B **203**, 457 (1988); E. W. Glover, J. J. van der Bij, Nucl. Phys. B **309**, 282 (1988); T. Plehn, M. Spira, P. M. Zerwas, Nucl. Phys. B **479**, 46 (1996), [Erratum-ibid. B 531, 655 (1998)].
- [78] F. Gianotti et al., hep-ph/0204087; A. Djouadi, W. Kilian, M. M. Uhlleitner and P. M. Zerwas, Eur. Phys. Jour. C **10**, 45 (1999).
- [79] G. 't Hooft and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. B **153**, 365 (1979).
- [80] T. Hahn and M. Perez-Victoria, Computl. Phys. Commun. **118**, 153 (1999); T. Hahn, Nucl. Phys. Proc. Suppl. **135**, 333 (2004).
- [81] C. O. Dib, R. Rosenfeld, A. Zerwekh, JHEP **0605**, 074 (2006).
- [82] U. Baur, T. Plehn, D. L. Rainwater, Phys. Rev. D **68**, 033001 (2003).
- [83] U. Baur, T. Plehn, D. L. Rainwater, Phys. Rev. D **69**, 053004 (2004).
- [84] A. Blondel, A. Clark, F. Mazzucato, ATL-PHYS-2002-029; T. Sjostrand et al., Computl. Phys. Commun. **135**, 238 (2001).

## 发表文章目录

- 1 . “ Top quark FCNC decays and productions at LHC in littlest Higgs model with T-parity” ,  
**Xiao-Fang Han, Lei Wang, and Jin Min Yang,**  
arXiv: 0903.5491.
- 2 . “ Higgs boson decays and production via gluon fusion at LHC in littlest Higgs models with T-parity ” ,  
**Lei Wang, and Jin Min Yang,**  
published in **Phys. Rev. D 79 (2009) 055013.**
- 3 . “ Higgs and Z-boson FCNC decays correlated with B-meson decays in littlest Higgs model with T-parity ” ,  
**Xiao-Fang Han, Lei Wang, and Jin Min Yang,**  
published in **Phys. Rev. D 78 (2008) 075017.**
- 4 . “ Higgs boson productions at LHC as a probe of different littlest Higgs models with T-parity ” ,  
**Lei Wang, and Jin Min Yang,**  
published in **Phys. Rev. D 77 (2008) 015020.**
- 5 . “ Higgs-pair production in littlest Higgs model with T-parity ” ,  
**Lei Wang, Wenyu Wang, Jin Min Yang, and Huajun Zhang,**  
published in **Phys. Rev. D 76 (2007) 017702.**
- 6 . “ Production of  $ht\bar{t}$  and  $ht\bar{T}$  in littlest Higgs model with T-parity ” ,  
**Lei Wang, Wenyu Wang, Jin Min Yang, and Huajun Zhang,**  
published in **Phys. Rev. D 75 (2007) 074006.**



## 致 谢

感谢理论物理研究所，在理论物理所学习的三年，使自己开阔了见识，提高了科研能力，也增强了自己以后从事科研工作的信心。

感谢我的导师杨金民研究员。他严谨的治学态度，敏锐的物理洞察力令我十分钦佩。正是在他的悉心指导下，我才能够及时地找准科研方向。杨老师为人和蔼，为我们创造了非常好的科研环境，使我能够全身心地投入到科研中。

感谢岳崇兴教授、陈建兴教授、孙衍斌教授，他们在我的科研学习中给予了很大的帮助，尤其是岳崇兴教授将我带入粒子物理学这个有趣的研究领域。

感谢曹俊杰教授，他热心的解答了我的问题，尤其是在计算程序上给予了我很大的帮助。

感谢师兄师姐们，他们是柳国丽、王菲、王雯宇、徐富强、韩小芳、张焕君、衡朝霞、冯磊、于立鑫、刘涛、卜严严、武雷，在一起的学习生活中相互帮助。

特别感谢桑文龙同学，三年来与他讨论了很多问题，令我受益颇多。

感谢所里所有的同学，李新强、苏方、桑华正、陈海廷、吴素芝、刘昌勇、王黎明、鲍守山、熊爱民、周杰、马惠、徐留芳、杨硕等等，他们陪伴我度过了在理论所美好的时光，让我的生活变得丰富多彩。

最后感谢我的家人对我多年以来的理解和无私的支持。